

Уравнение плоскости, проходящей через три точки

Задачи ЕГЭ (С2)

Уравнение плоскости

$$Ax + By + Cz + D = 0,$$

где A, B, C, D – числовые
коэффициенты

Особые случаи уравнения:

- **$D = 0, Ax + By + Cz = 0$**
плоскость проходит через начало координат.
 - **$A = 0; By + Cz + D = 0$**
плоскость параллельна оси Ox
 - **$B = 0; Ax + Cz + D = 0$**
плоскость параллельна оси Oy
 - **$C = 0, Ax + By + D = 0$**
 - **плоскость параллельна оси Oz .**
-

Особые случаи уравнения:

□ $A = B = 0, Cz + D = 0$

плоскость параллельна плоскости
Oxy

□ $A = C = 0, By + D = 0$

плоскость параллельна плоскости
Oxz

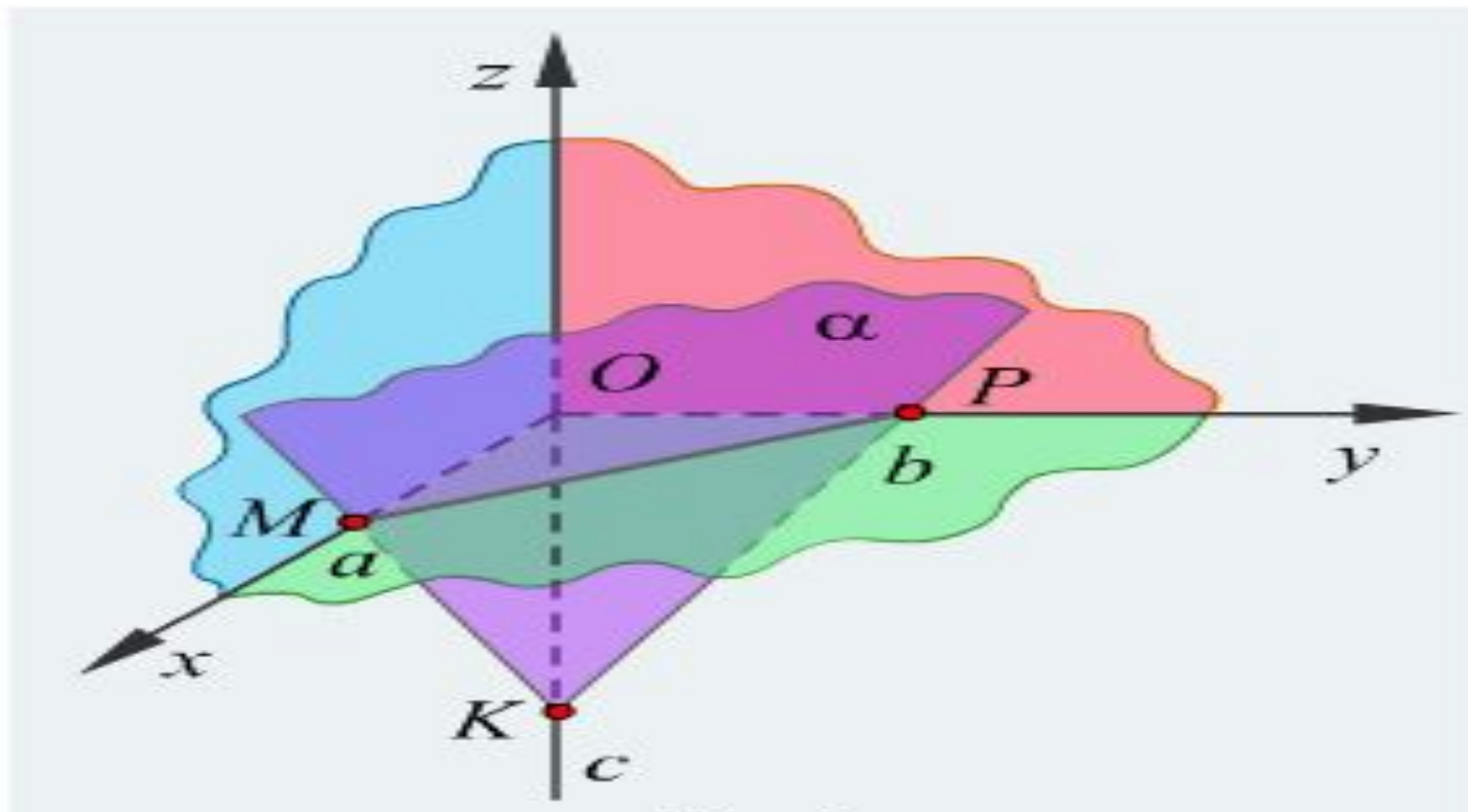
□ $B = C = 0, Ax + D = 0$

плоскость параллельна плоскости
Oyz.

Особые случаи уравнения:

- $C = D = 0, Ax + By = 0$
плоскость проходит через ось Oz .
 - Уравнения координатных плоскостей:
 $x = 0,$
плоскость Oyz
 $y = 0,$ плоскость Oxz
 $z = 0,$ плоскость Oxy
-

Плоскость не проходит через начало координат, не параллельна координатным ОСЯМ



Точки пересечения с осями координат

- с осью Ox : $(-D/A; 0; 0)$
 - с осью Oy : $(0; -D/B; 0)$
 - с осью Oz : $(0; 0; -D/C)$
-

Две плоскости

■ $\alpha: A_1x + B_1y + C_1z + D = 0$ и $\beta: A_2x + B_2y + C_2z + D = 0$ —

– **совпадают**, если существует такое число k , что

$$\begin{cases} A_1 = kA_2, \\ B_1 = kB_2, \\ C_1 = kC_2, \\ D_1 = kD_2; \end{cases}$$

– **параллельны**, если существует такое число k , что

$$\begin{cases} A_1 = kA_2, \\ B_1 = kB_2, \\ C_1 = kC_2, \\ D_1 \neq kD_2. \end{cases}$$

В остальных случаях плоскости пересекаются.

Алгоритм составления уравнения плоскости, проходящей через три точки

$$M(x^1, y^1, z^1), \quad N(x^2, y^2, z^2), \\ K(x^3, y^3, z^3)$$

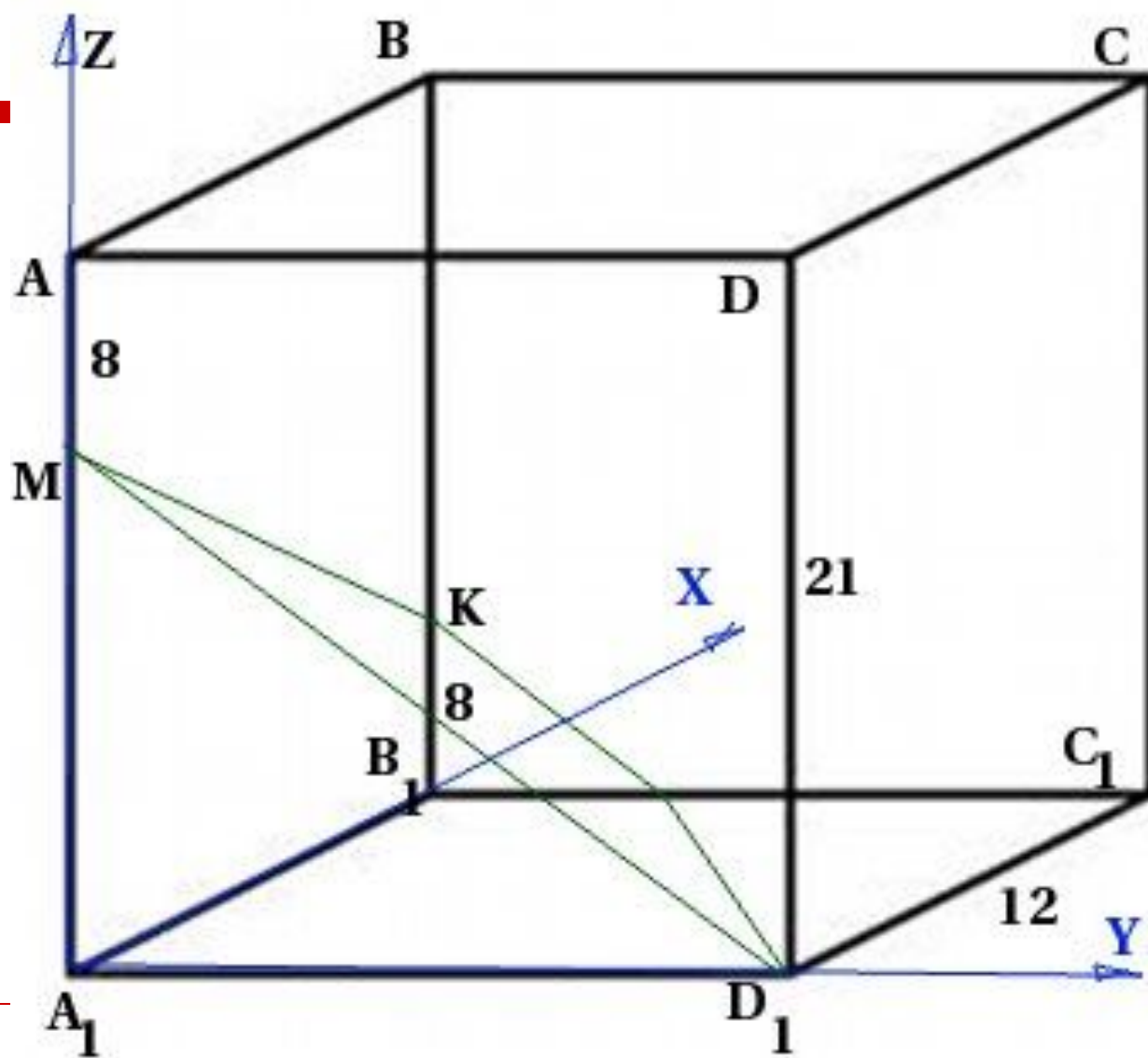
- Подставить координаты точек в уравнение плоскости. Получится система трех уравнений с четырьмя переменными.
-

Замечание

- Если плоскость проходит через начало координат, положить $D = 0$,
 - если не проходит, то $D = 1$
-

Задача

- В правильной четырехугольной призме $ABCD A^1 B^1 C^1 D^1$ со стороной основания 12 и высотой 21 на ребре AA^1 взята точка M так, $AM = 8$, на ребре BB^1 взята точка K так, что B^1K равно 8. Написать уравнение плоскости D^1MK .
-



Запишем координаты точек

- $M(0, 0, 13)$
 - $K(12, 0, 8)$
 - $D^1(0, 12, 0)$
-

Подставим в систему уравнений

$$\begin{cases} 0 \times A + 0 \times B + 13C + 1 = 0 \\ 12A + 0 \times B + 8C + 1 = 0 \\ 0 \times A + 12B + 0 \times C + 1 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 13C + 1 = 0 \\ 12A + 8C + 1 = 0 \\ 12B + 1 = 0 \end{cases}$$

Найдем A, B, C

$$C = -\frac{1}{13}$$

$$B = -\frac{1}{12}$$

$$A = \frac{-5}{12 \times 13}$$

Уравнение плоскости

$$\frac{-5}{12 \times 13} x - \frac{1}{12} y - \frac{1}{13} z + 1 = 0$$

**Умножим обе части
уравнения на
-156**

Уравнение плоскости D¹МК

$$5x + 13y + 12z - 156 = 0$$

Задача 1

В правильной четырехугольной призме $ABCD A^1 B^1 C^1 D^1$ сторона основания равна 2, и диагональ боковой грани равна $\sqrt{10}$.

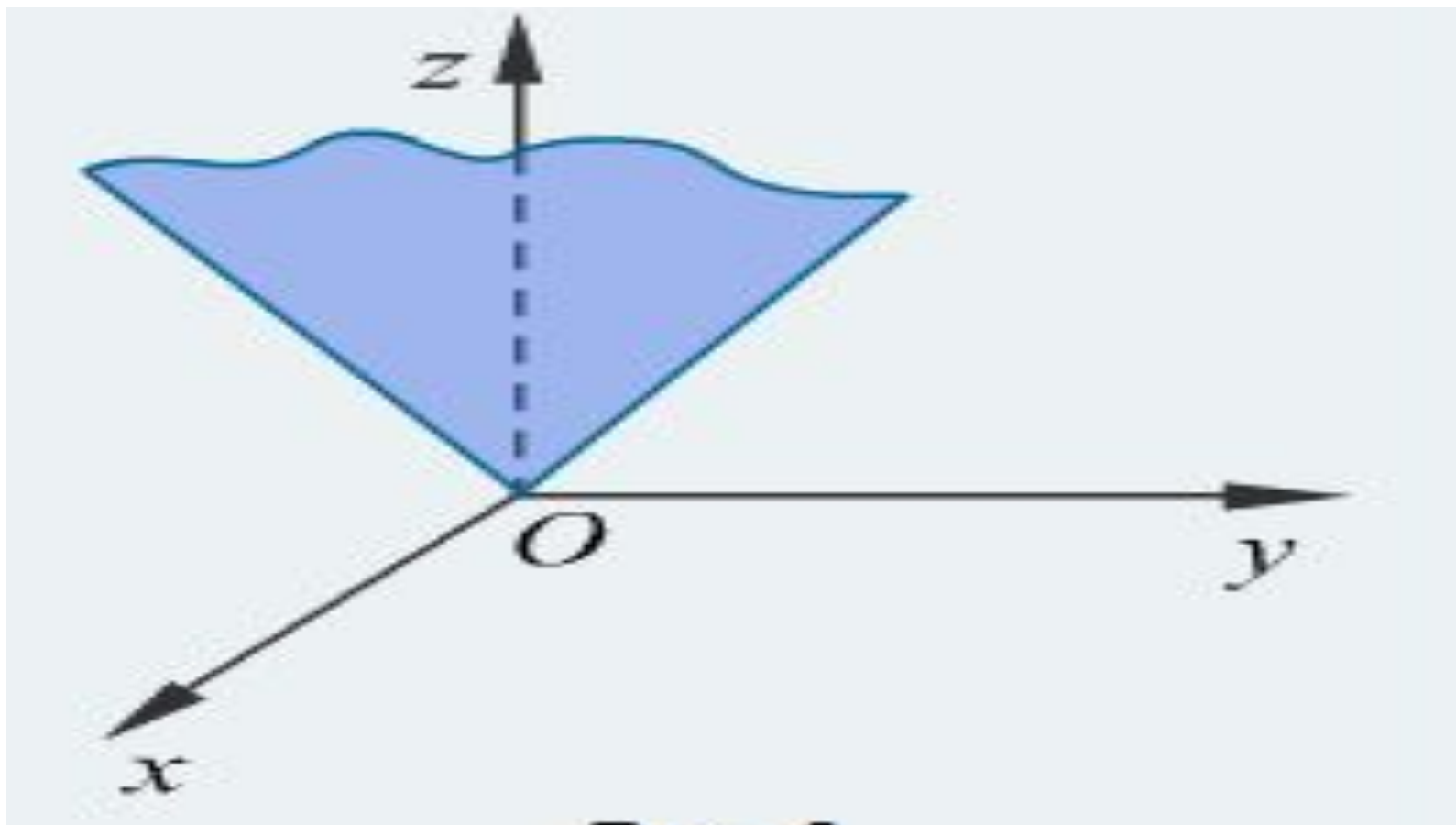
Написать уравнение плоскостей AB^1C и плоскости основания призмы.

Задача 2

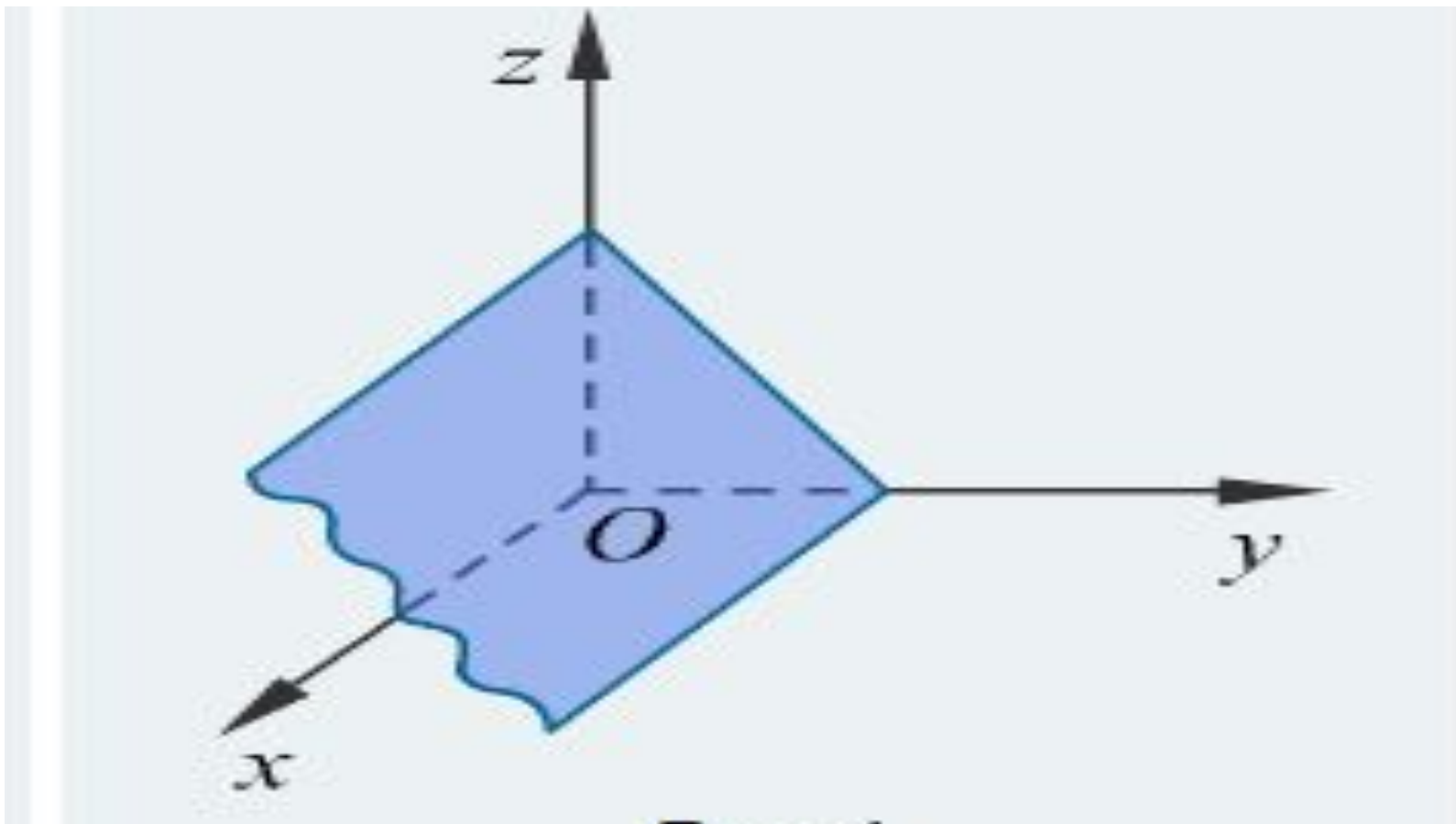
В правильной шестиугольной призме $ABCDEF A^1 B^1 C^1 D^1 E^1 F^1$ сторона основания равна 4, и диагональ боковой грани равна 5.

Написать уравнение плоскостей $A^1 B^1 E$ и плоскости основания призмы.

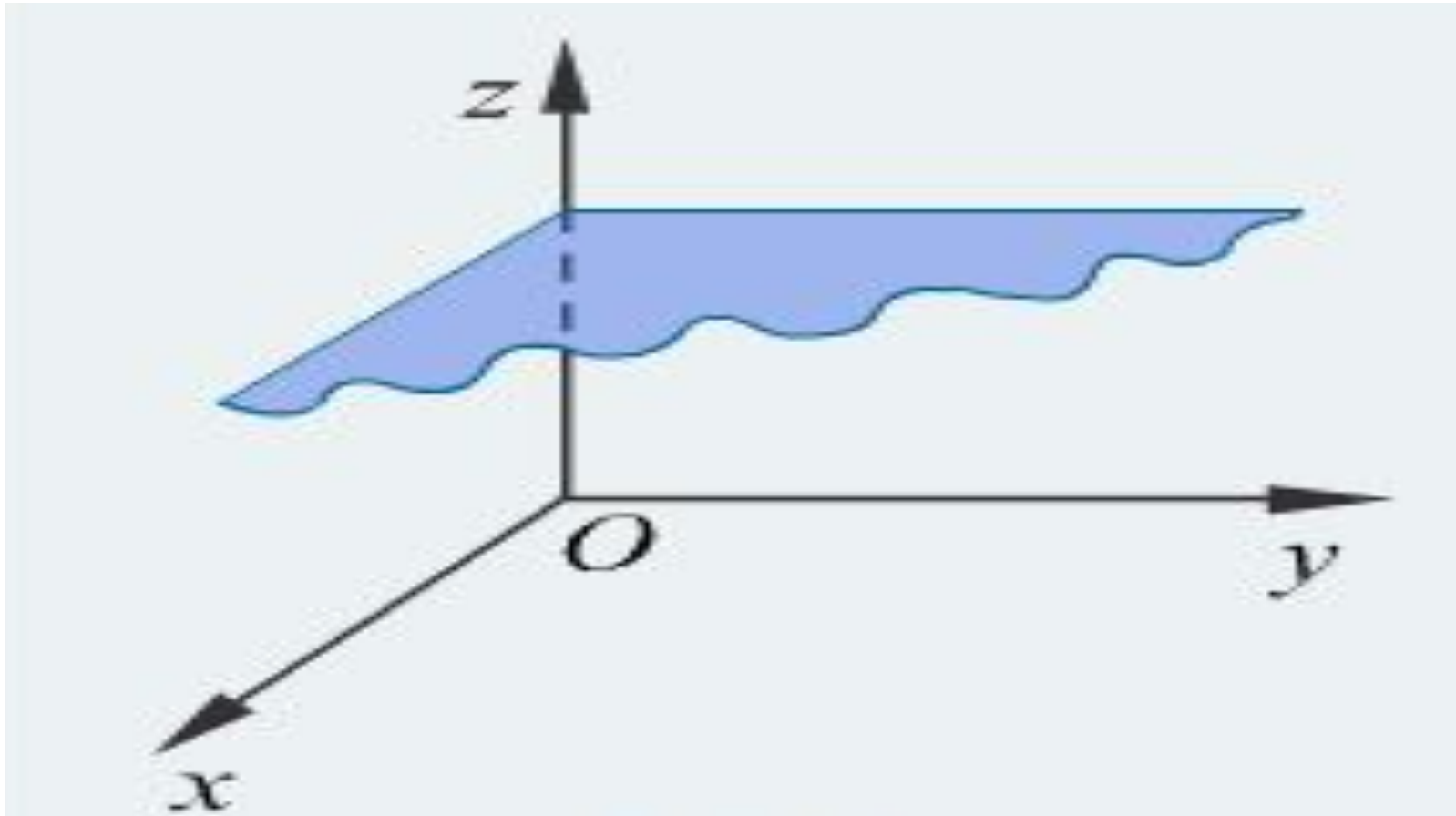
Плоскость проходит через начало координат



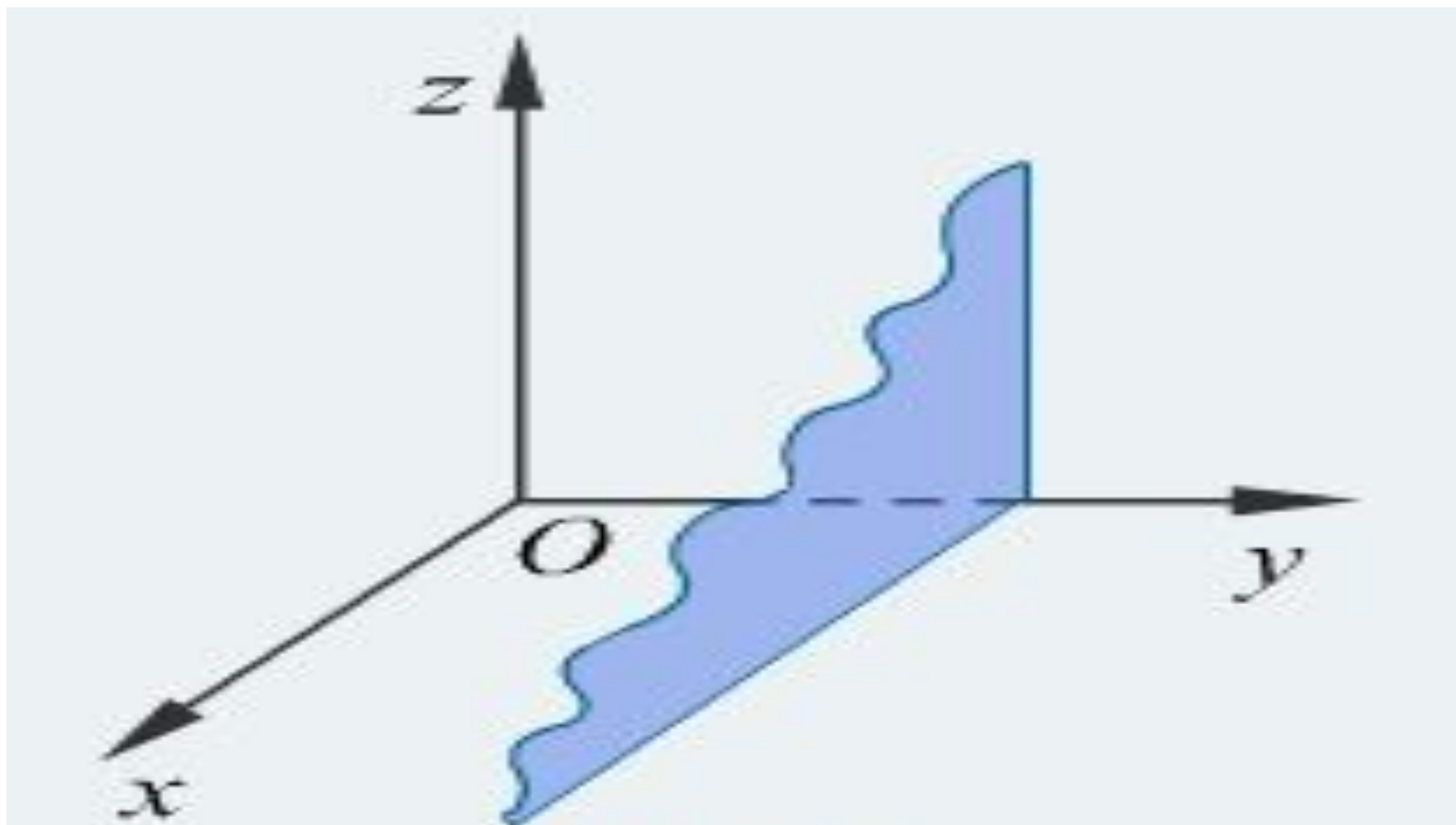
Плоскость параллельна оси Ox



Плоскость параллельна плоскости Oxy



Плоскость параллельна плоскости Oxz



Плоскость Oxy

