ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

В настоящее время разработано большое число методов численного интегрирования систем дифференциальных уравнений.

К их числу можно отнести метод Рунге-Кутта, явный и неявный методе Эйлера,

метод Милна и т. д.

Однако, несмотря на большое разнообразие этих методов, алгоритм программ для всех их примерно одинаков и состоит из следующих блоков.

Алгоритм программ

- блока исходных и расчета дополнительных данных;
- блока формирования начальных условий и итерационных циклов;
- блока формирования итерационных уравнений в зависимости от принятого метода численного интегрирования дифференциальных уравнений;
- блока формирования решения дифференциальных уравнений и обработки полученных результатов.

ЭЛЕМЕНТЫ ЧИСЛЕННЫХ МЕТОДОВ

Основным элементом численных методов является производная функции.

Производная функции - есть предел отношения приращения функции к приращению независимой переменной при стремлении к нулю приращения независимой переменной

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

При численном нахождении производной заменяют отношение бесконечно малых приращений функций и аргумента

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_j - y_{j-1}}{x_j - x_{j-1}}$$

отношением конечных разностей. Очевидно, что чем меньше будет приращение аргумента, тем точнее численное значение производной.

Методы графического представления производной

В основе методов графического представления производной лежит геометрический смысл производной.

Для вычисления первой производной разработаны двухточечные методы численного дифференцирования.

Двухточечные методы

Для двухточечных методов при вычислении производных используется значение функции в двух точках. Приращение аргумента задается тремя способами, откладывая $\Delta x = h$ вправо, влево и в обе стороны от исследуемой точки. Соответственно получается три двухточечных метода численного дифференцирования

Метод 1

$$\frac{dy}{dx} \approx \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y(x+\Delta x) - y(x)}{\Delta x}$$

Метод 2

$$\frac{dy}{dx} \approx \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y(x) - y(x - \Delta x)}{\Delta x}$$

Метод 3

$$\frac{dy}{dx} \approx \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y(x+\Delta x) - y(x-\Delta x)}{2\Delta x}$$

Численное решение дифференциальных уравнений

Дифференциальным уравнением первого порядка называется уравнение вида

$$F(x, y, \frac{dy}{dx}) = 0$$

или

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y)$$

Метод Эйлера

Метод Эйлера относиться к численным методам, дающим решение в виде таблицы приближенных значений искомой функции *y (x)*. Он является сравнительно грубым и применяется в основном для ориентировочных расчетов. Однако идеи, положенные в основу метода Эйлера, являются исходными для ряда других методов.