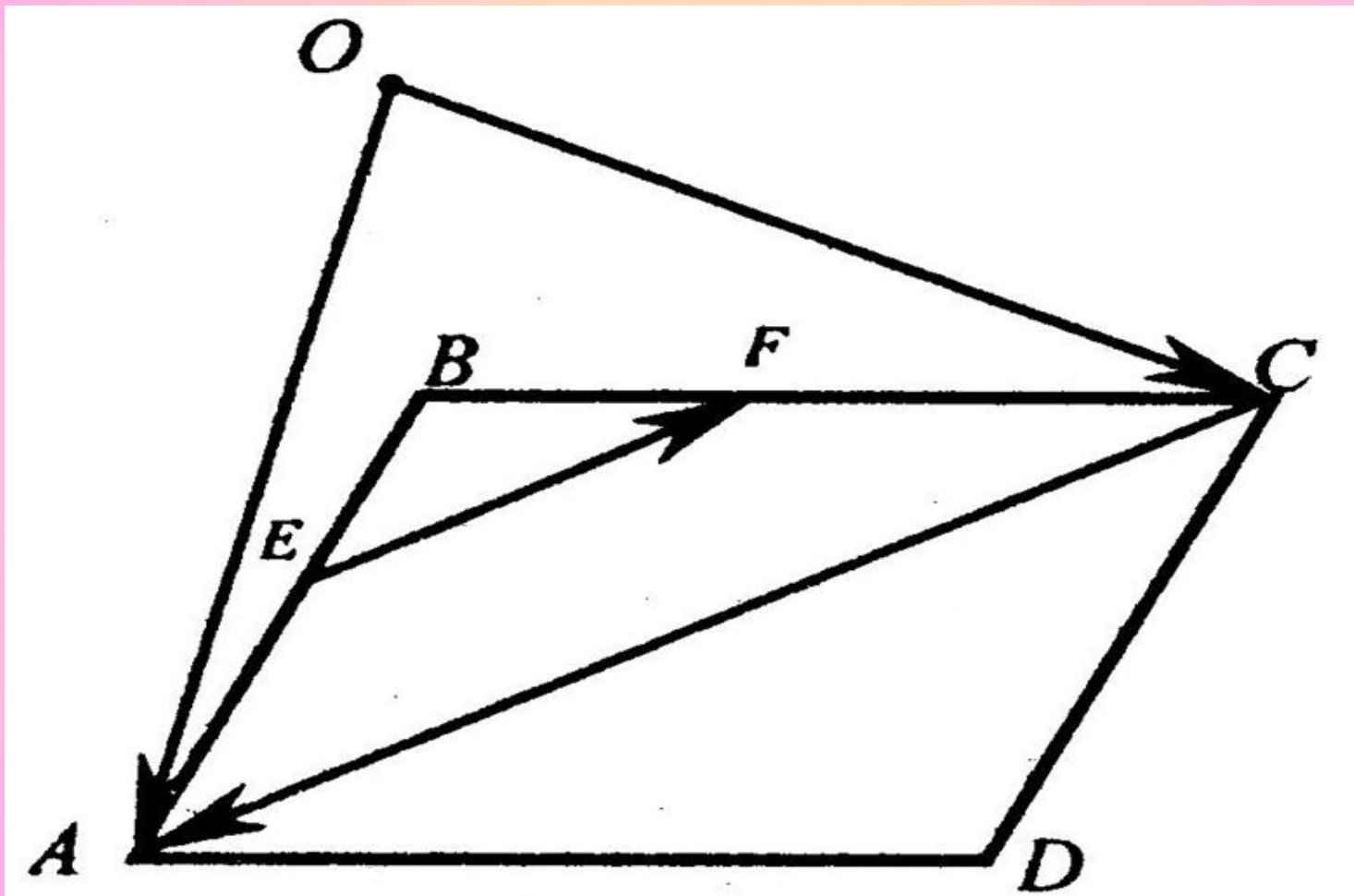


Применение векторов к решению задач

В параллелограмме $ABCD$ точки E и F – середины AB и BC . Выразить векторы AC и EF через векторы OC и OA



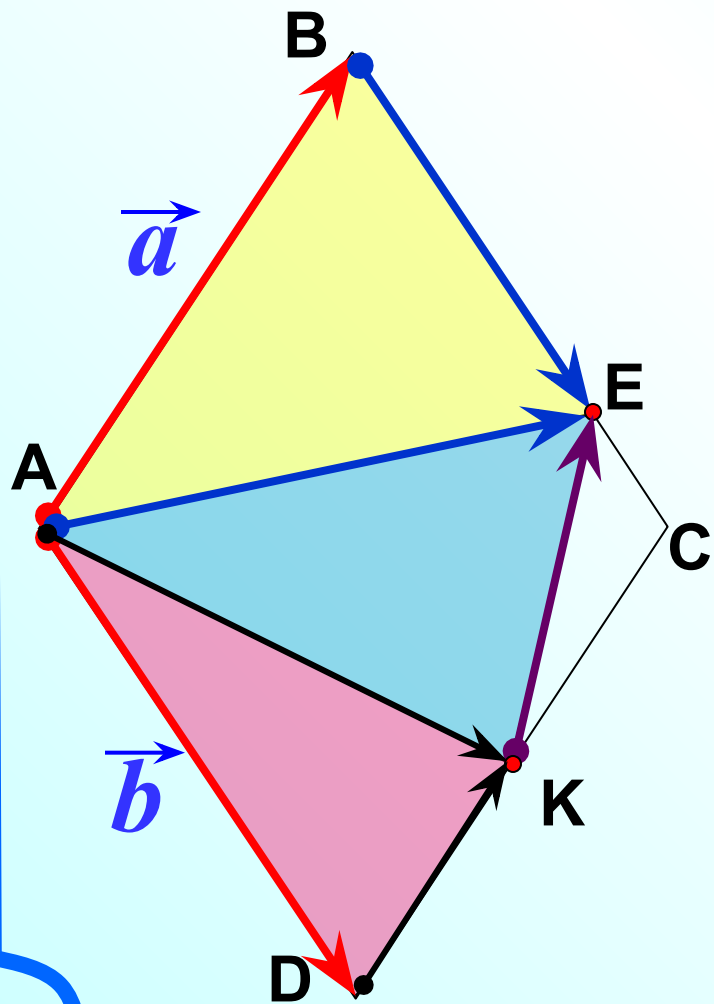
Задача

ABCD – ромб. E ∈ BC, BE : EC = 3 : 1,

а

K – середина DC, $\vec{AB} = \vec{a}$ $\vec{AD} = \vec{b}$ Выразите через

векторы \vec{a} и \vec{b} векторы:

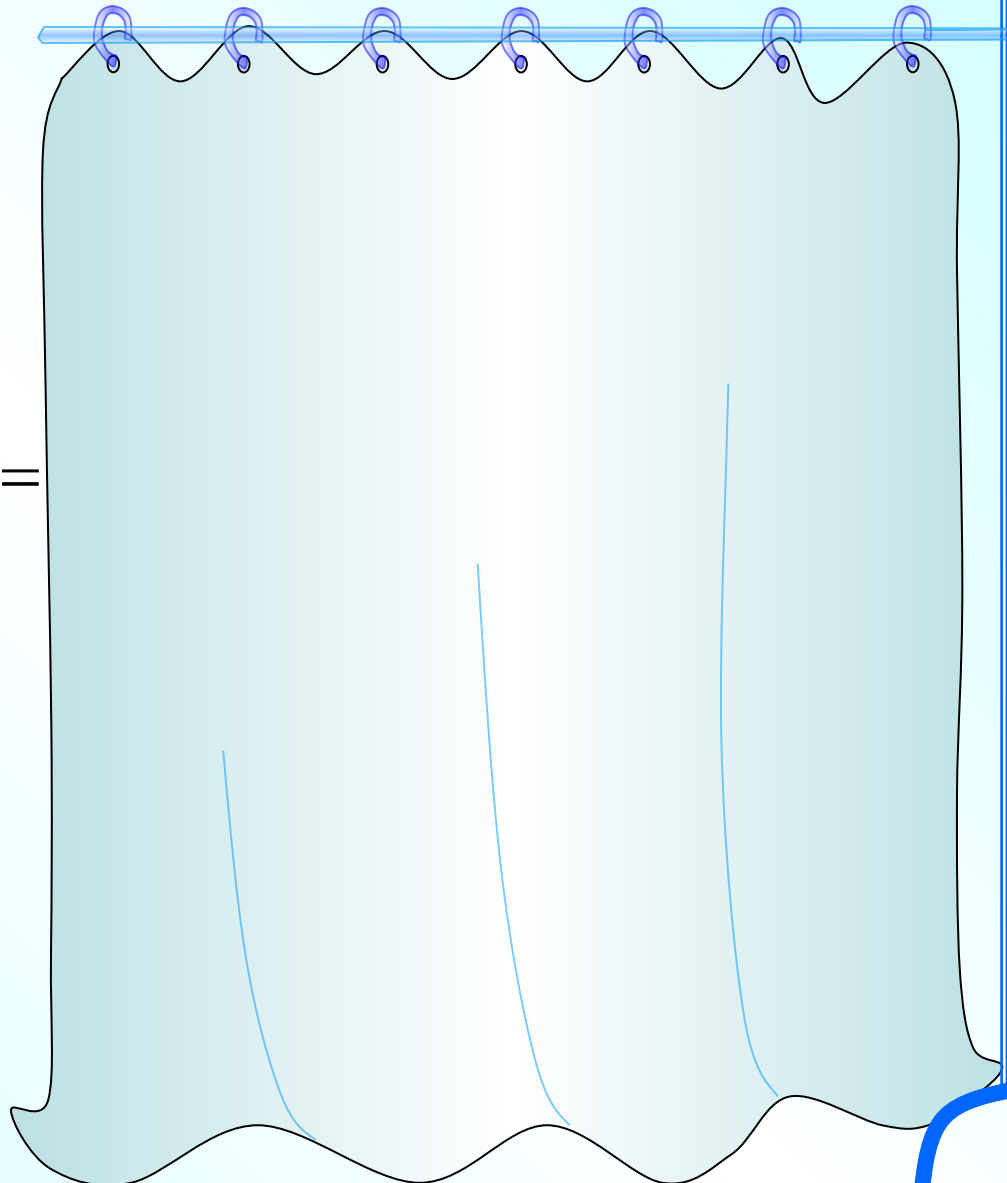


\vec{AE}

\vec{AC}

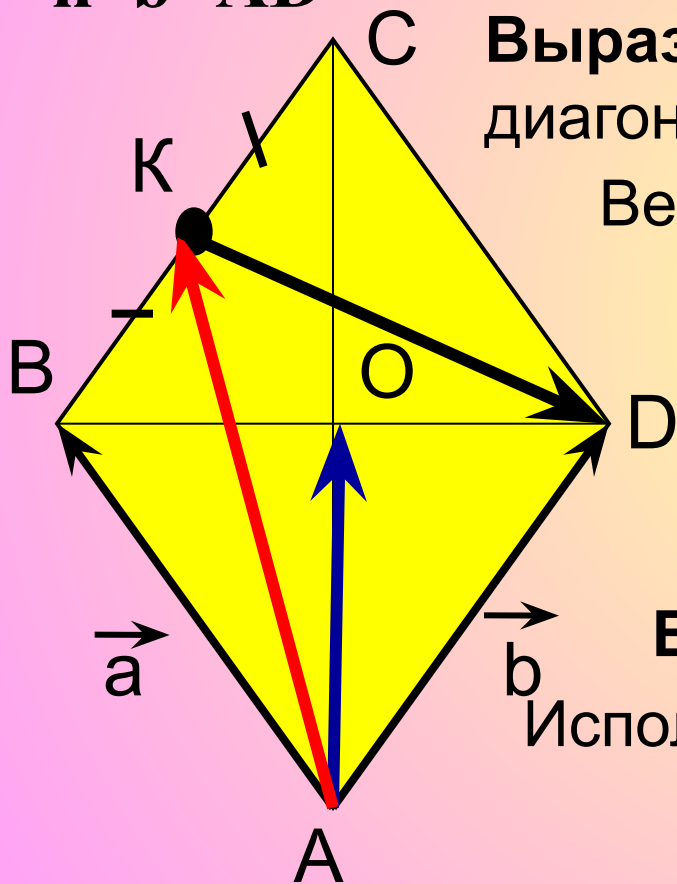
\vec{AK}

=



На стороне BC ромба ABCD лежит точка K так, что $BK=KC$, O- точка пересечения диагоналей.

Выразите векторы \vec{AO} , \vec{AK} , \vec{KD} через векторы $\vec{a} = \vec{AB}$ и $\vec{b} = \vec{AD}$



Выразим \vec{AO} , \vec{AO} - половина диагонали AC
 $\vec{AO} = \frac{1}{2} \cdot (\vec{a} + \vec{b})$ значит $\vec{AO} = \frac{1}{2} \vec{AC}$

Вектор $\vec{AC} = \vec{a} + \vec{b}$ (по правилу пар-ма)

Выразим \vec{AK}

По свойству ромба $AD=BC$, $\vec{AD} // \vec{BC}$

$$\vec{AK} = \vec{a} + \frac{1}{2} \vec{b} \quad BK = \frac{1}{2} BC, \quad BK = \frac{1}{2} \vec{b}$$

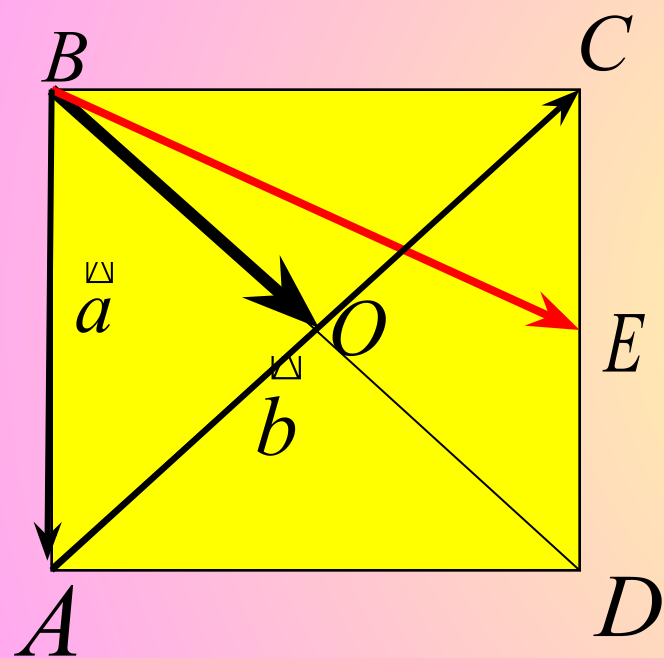
Выразим \vec{KD}

Используем векторы \vec{b} и \vec{AK}

$$\vec{KD} = \vec{b} - (\vec{a} + \frac{1}{2} \vec{b}) = \frac{1}{2} \vec{b} - \vec{a}$$

На сторонах CD квадрата ABCD лежит точка E так, что CE=ED, O-точка пересечения диагоналей.

Выразите векторы BO, BE через векторы $\vec{a}=\vec{BA}$, $\vec{b}=\vec{AC}$



Дано: ABCD- квадрат. $AB=a$, $AC=b$

Найти: BO, BE

Решение: $BO = a + \frac{1}{2}b$

$$\vec{BE} = \vec{BC} + \vec{CE},$$

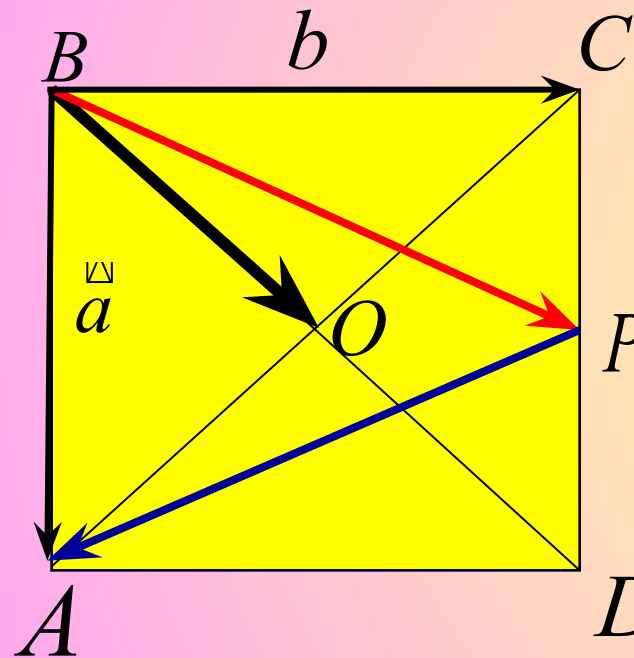
$$\vec{CE} = \frac{1}{2}\vec{CD}, \quad \vec{CD} = \vec{BA} = \vec{a}$$

$$\vec{BC} = \vec{BA} + \vec{AC} = \vec{a} + \vec{b}$$

$$\vec{BE} = (\vec{a} + \vec{b}) + \frac{1}{2}\vec{a} = 1\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b}$$

На сторонах CD квадрата ABCD лежит точка P так, что CP=PD, O-точка пересечения диагоналей.

Выразите векторы BO, BP, PA через векторы $\vec{a}=\vec{BA}$, $\vec{b}=\vec{BC}$



Дано: ABCD- квадрат. $\vec{AB}=\vec{a}$, $\vec{AC}=\vec{b}$

Найти: \vec{BO} , \vec{BP} , \vec{PA}

$$\vec{BO} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b})$$

$\vec{BD} = \vec{BA} + \vec{BC} = \vec{a} + \vec{b}$

$$\vec{BP} = \vec{BC} + \vec{CP}$$

$$\vec{BP} = \vec{b} + \frac{1}{2}\vec{a}$$

$\vec{CD} = \vec{BA} = \vec{a}$, $CP = \frac{1}{2}CD$,

$$\vec{CP} = \frac{1}{2}\vec{CD} = \frac{1}{2}\vec{a}$$

$$\vec{PA} = \vec{PD} + \vec{DA}$$

$$\vec{PD} = \frac{1}{2}\vec{CD} = \frac{1}{2}\vec{a}$$

$$\vec{DA} = -\vec{b}$$

\vec{DA} и \vec{BC} –противоположные, $\vec{DA} = -\vec{b}$

$$\vec{PA} = \frac{1}{2}\vec{a} + (-\vec{b})$$

$$\vec{PA} = \frac{1}{2}\vec{a} - \vec{b}$$

или $\vec{PA} = \vec{BA} - \vec{BP}$

$$\vec{PA} = \vec{a} - (\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{a}) = \frac{1}{2}\vec{a} - \vec{b}$$

На сторонах BC и CD параллелограмма ABCD

отмечены точки K и E так, что BK=KC, CE:ED=2:3

Выразите векторы AK, AE, KE через векторы $\vec{x}=\vec{AB}$, $\vec{y}=\vec{AD}$

Дано: ABCD- параллелограмм.

C $\vec{AK} = \vec{AB} + \vec{BK}$ $\vec{CE} = \frac{2}{5}\vec{CD}$ $\vec{ED} = \frac{3}{5}\vec{CD}$

Найти: \vec{AK} , \vec{AE} , \vec{KE}
Решение:

$$\vec{AK} = \vec{x} + \frac{1}{2}\vec{y}$$

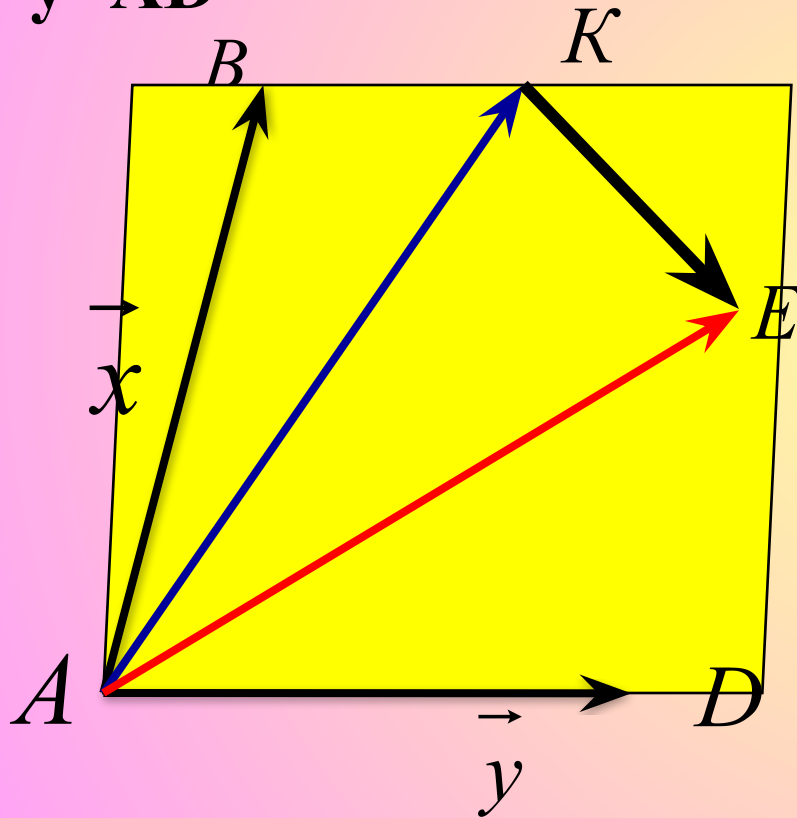
$$\vec{AE} = \vec{AD} + \vec{DE}$$

$$\vec{DE} = \frac{3}{5}\vec{DC} = \frac{3}{5}\vec{x}$$

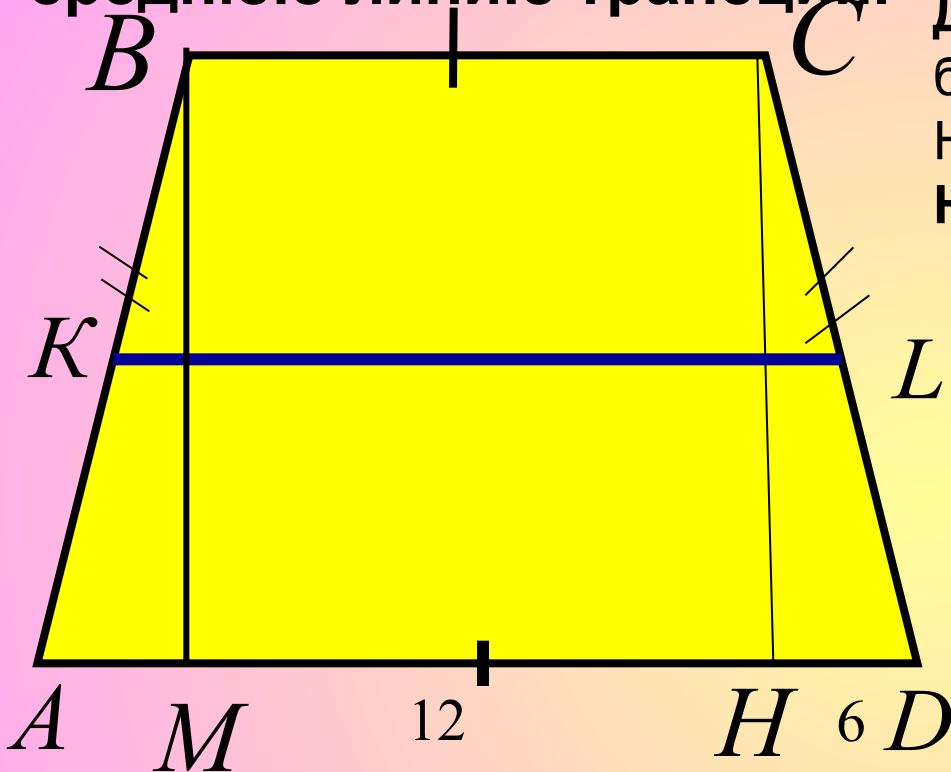
$$\vec{AE} = \vec{y} + \frac{3}{5}\vec{x}$$

$$\vec{KE} = \vec{AE} - \vec{AK}$$

$$\vec{KE} = \left(\vec{y} + \frac{3}{5}\vec{x}\right) - \left(\vec{x} + \frac{1}{2}\vec{y}\right) = \frac{3}{5}\vec{x} - \frac{1}{2}\vec{y} - \frac{1}{2}\vec{x} + \frac{1}{2}\vec{y} = \frac{1}{5}\vec{x} - \frac{1}{2}\vec{y}$$



В равнобедренной трапеции высота делит большее основание на отрезки, равные 6 и 12см. Найдите среднюю линию трапеции.



Дано: $ABCD$ – трапеция, AD – большее основание CH – высота, $HD = 6$ см, $AH = 12$ см

Найти: KL – средняя линия

Решение:
 Трап. $ABCD$ – равнобедренная, $\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle C$, $AB = CD$

Чтобы найти ср. линию надо $AD = 6 + 12 = 18$ см. Найдём BC .

Проведём высоту BM
 $AM = HD = 6$ т.к. $\triangle BMA = \triangle CHD$

$BC = MH$ – как отрезки прямых заключённых между параллельными прямыми $BM \parallel CH$ (т.к. $BM \perp AD$, $CH \perp AD$) $MH = BC = 6$ см

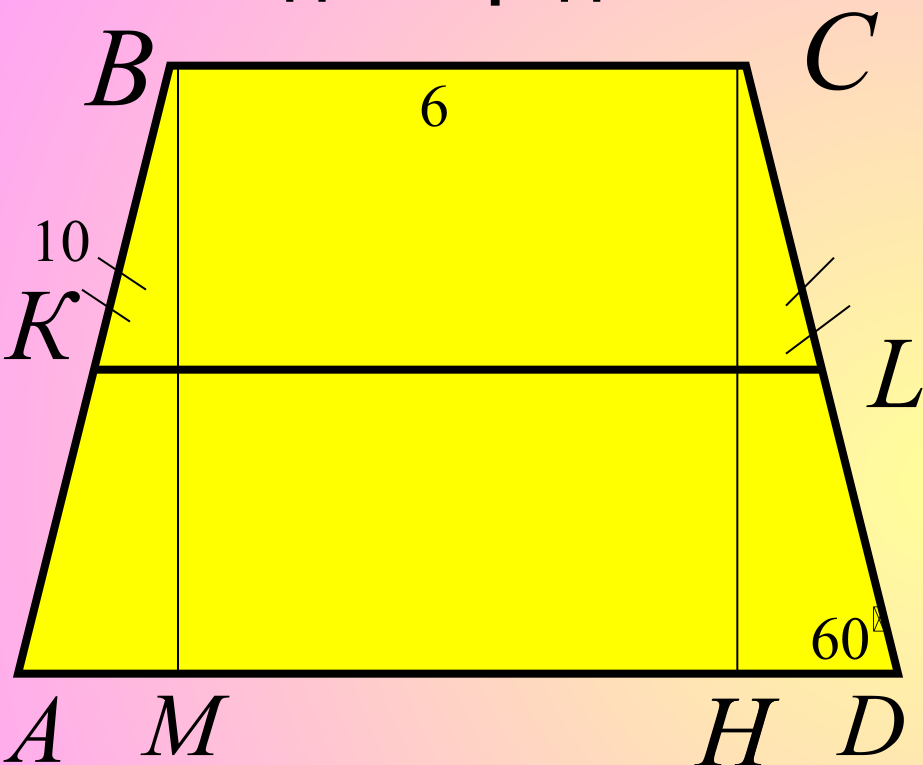
$\triangle BMA = \triangle CHD$ равны по гипотенузе $BA = CD$ и острому углу $\angle A = \angle D$

Значит $MH = 12 - 6 = 6$ см

$$KL = \frac{6 + 18}{2} = \frac{24}{2} = 12 \text{ см}$$

Ответ: 12 см

В равнобедренной трапеции один из углов равен 60° , боковая сторона равна 10 см, а меньшее основание 6 см. Найдите среднюю линию трапеции.



Дано: ABCD – трапеция, $\angle HDC = 60^\circ$
 $AB = 10$ см, $BC = 6$ см.

Решение:
 Найти: KL – средняя линия

Трап. Равнобедренная, $\angle A = \angle D$,
 чтобы найти среднюю линию надо
 $\angle B = \angle C$, $AB = CD = 10$ см

$$BC = 6 \text{ см } AD = ?$$

Рассмотрим $\triangle CHD$ – прямоугольный
 $\angle D = 60^\circ$ то $\angle HCD = 30^\circ$ $HD = \frac{1}{2} CD$,

Проведем BM – высота

$$AD = AM + MH + HD = 5 + 6 + 5 = 16 \text{ см.}$$

В $\triangle AMB = \triangle CHD$ как отрезки заключены между параллельными прямыми $AM = 5$ см $AM = ?$

$$KL = \frac{6 + 16}{2} = \frac{22}{2} = 11$$

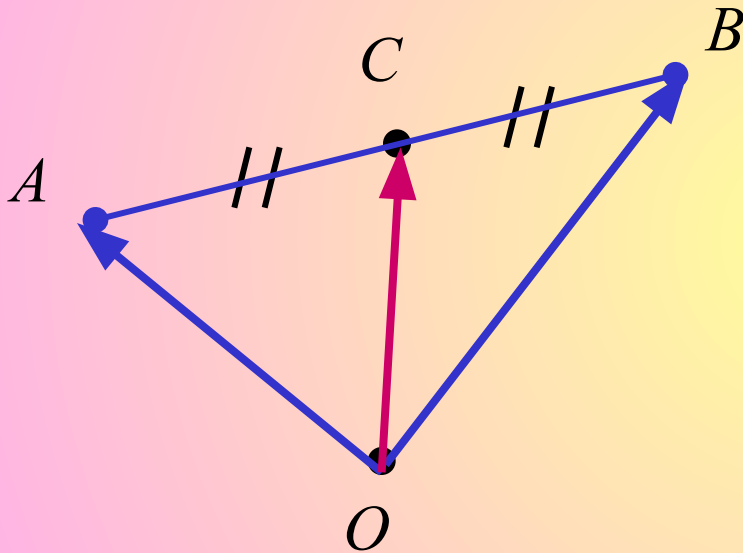
Ответ: 11 см

Запомни

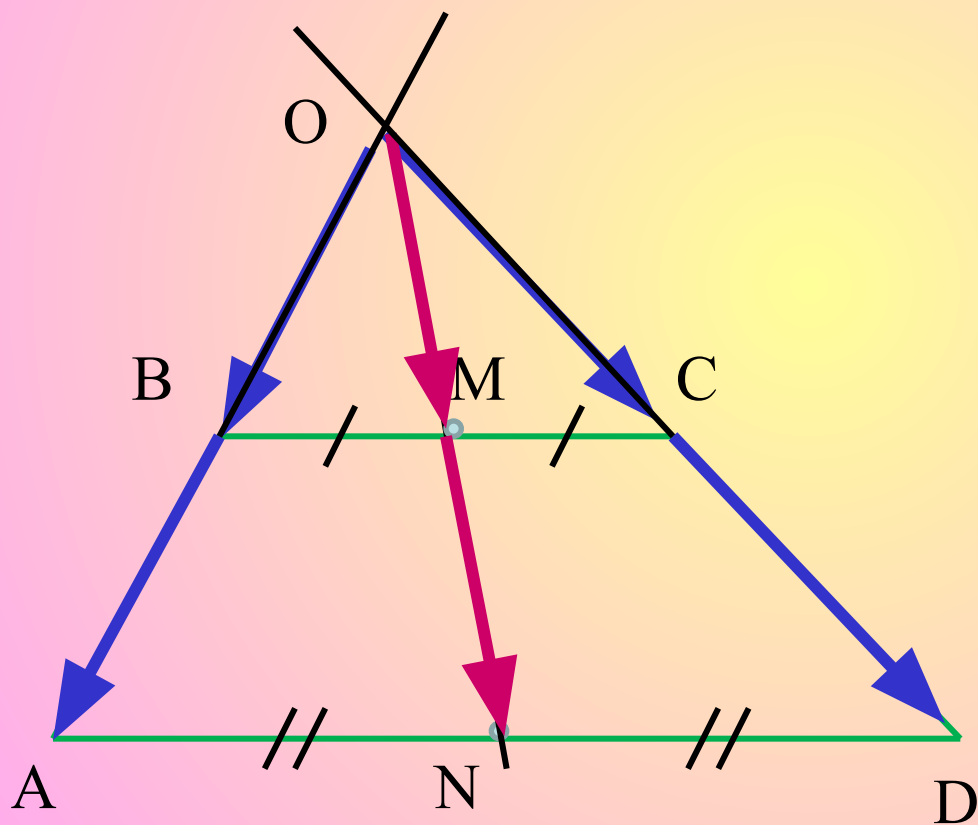
Точка C – середина отрезка AB ,
 O – произвольная точка плоскости

Докажите:

$$\overrightarrow{OC} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB})$$



Прямая, проведенная через середины оснований трапеции проходит через точку пересечения продолжений боковых сторон.



В трапеции $ABCD$ основания AD и BC относятся как $3 : 1$, E – середина стороны AB .

Докажите:

$$\overrightarrow{DE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{DA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{DC}$$

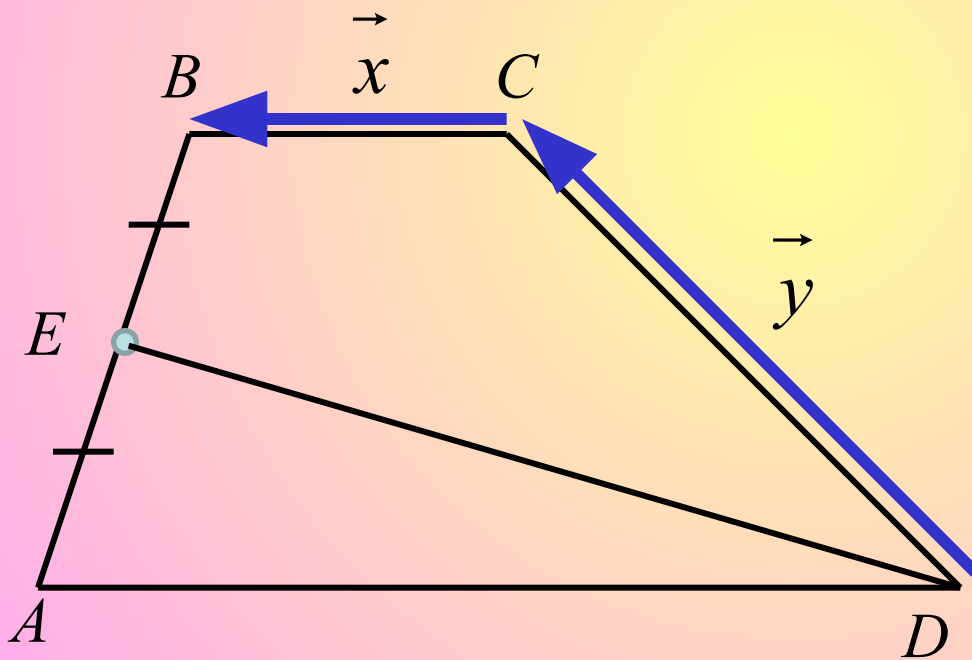
$$\overrightarrow{DA} = 3\overrightarrow{CB} = 3\vec{x}$$

$$\vec{x} = \frac{\overrightarrow{DA}}{3}$$

$$\overrightarrow{BA} = \dots \quad \overrightarrow{DE} = \dots$$

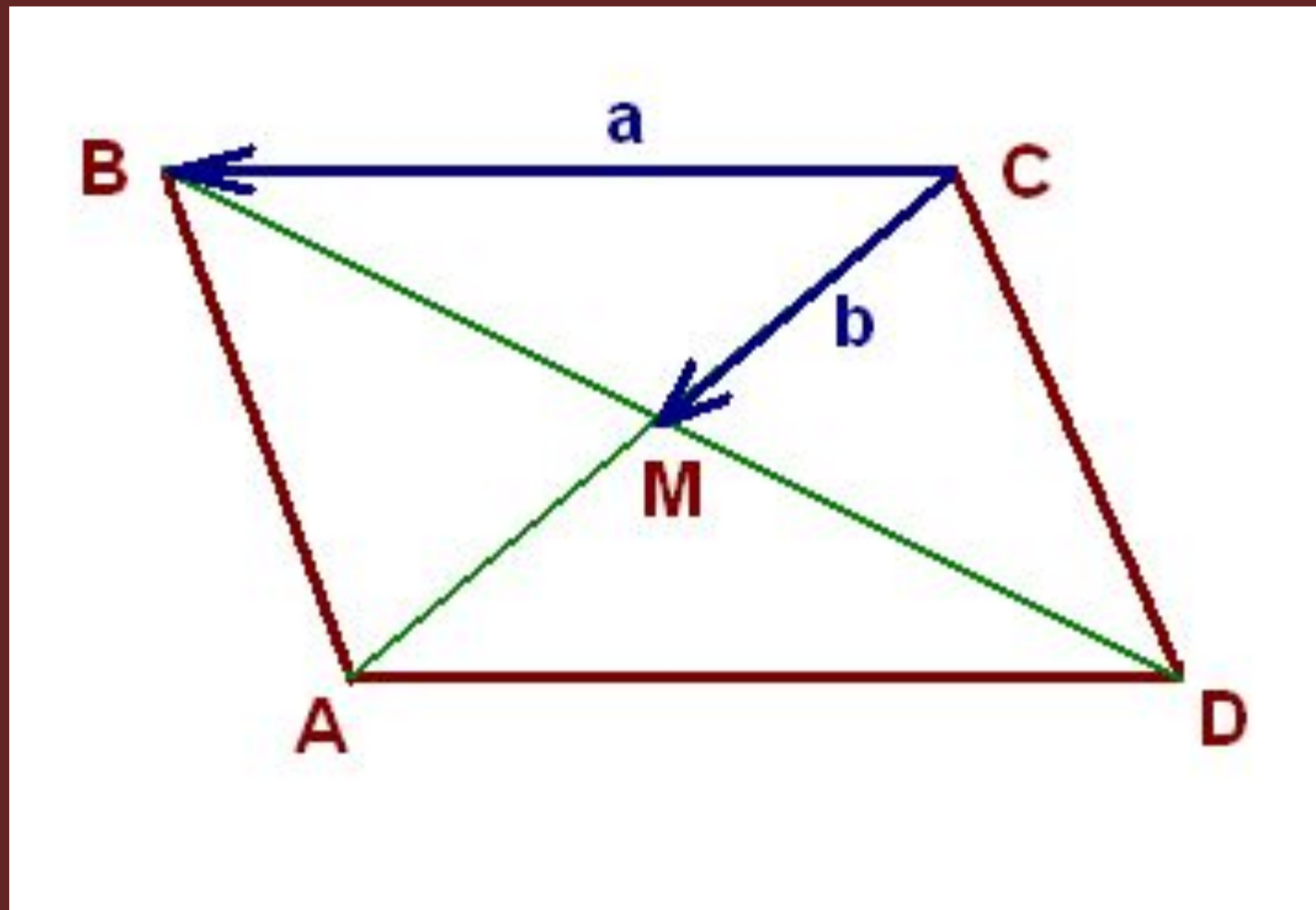
$$\overrightarrow{DE} = 2\vec{x} + \frac{\vec{y}}{2} = 2\frac{\overrightarrow{DA}}{3} + \frac{\overrightarrow{DC}}{2}$$

$$\overrightarrow{DE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{DA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{DC}$$



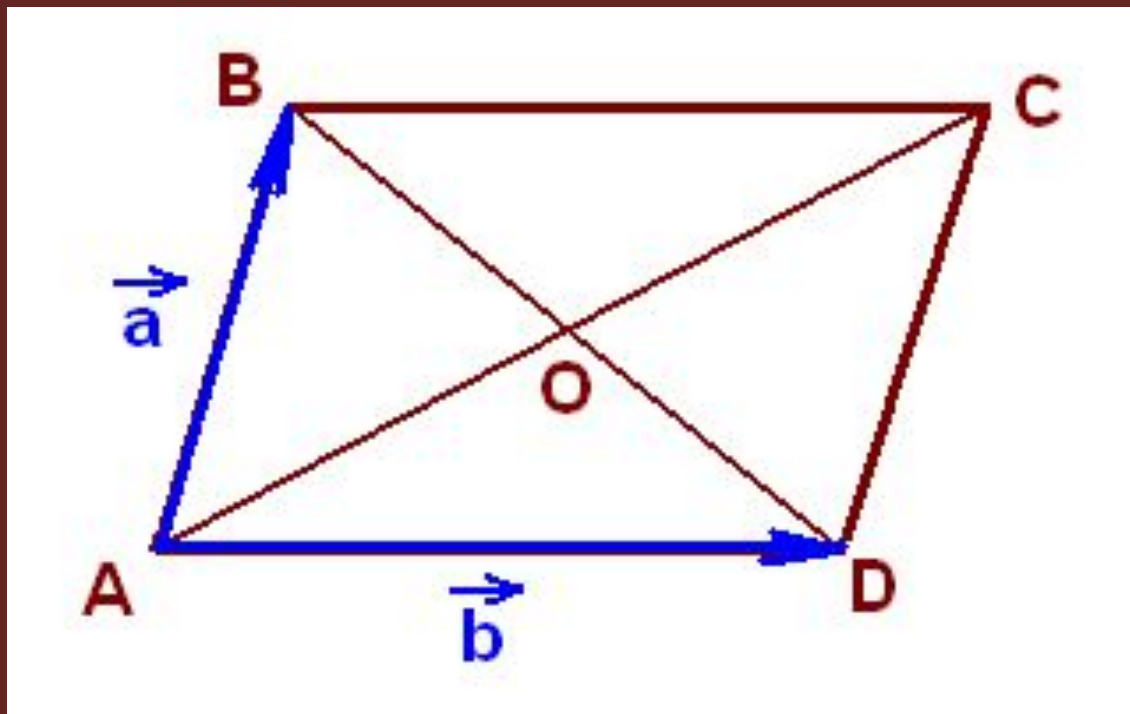


Выразить векторы \overrightarrow{AM} , \overrightarrow{DA} , \overrightarrow{CA} , \overrightarrow{MB} , \overrightarrow{CD} через вектор \vec{a} и вектор \vec{b}

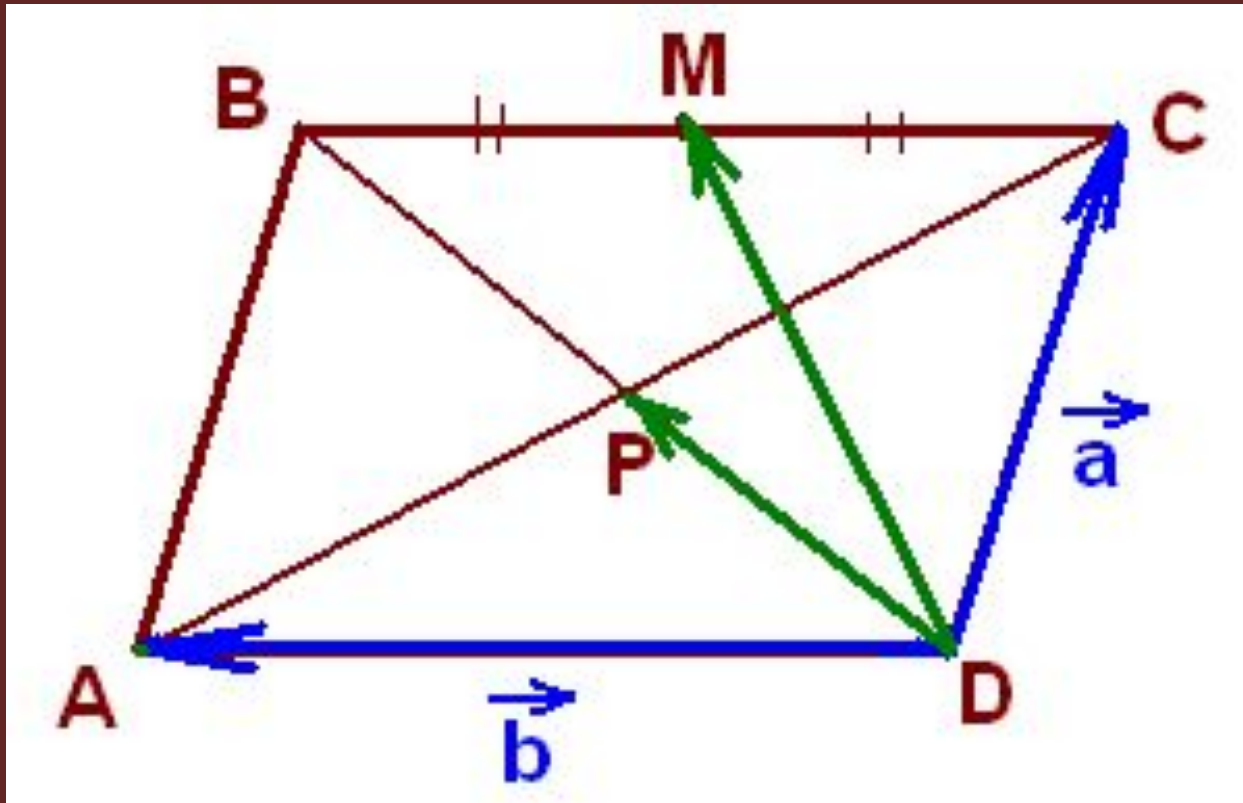


Домашнее задание

№ 1 Выразить векторы \vec{BC} , \vec{CD} , \vec{AC} , \vec{OC} , \vec{OA} через векторы \vec{a} и \vec{b}



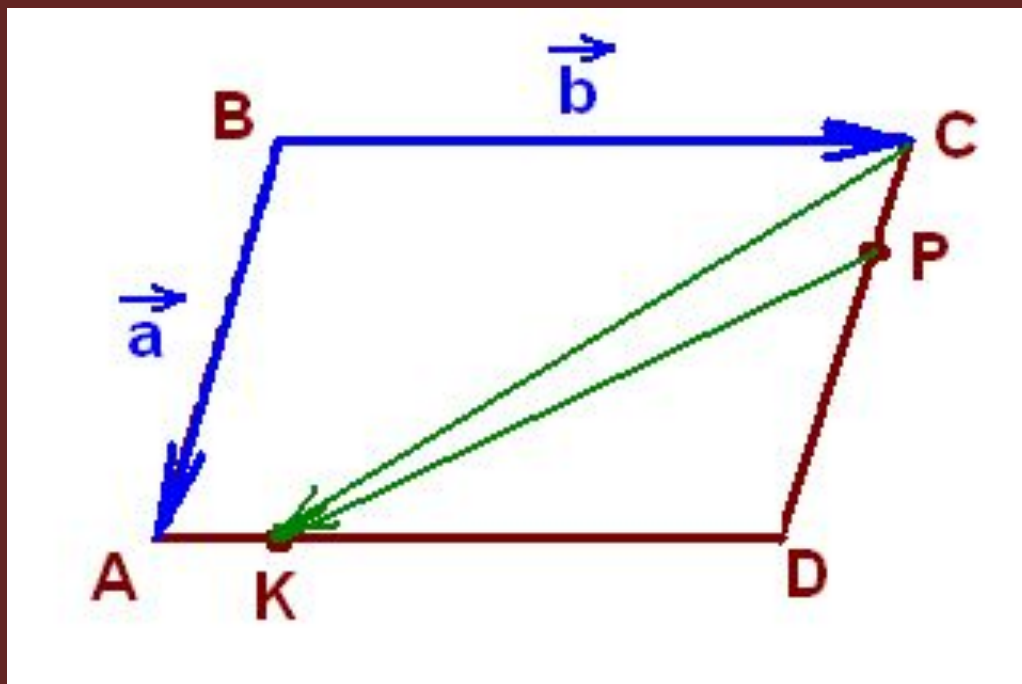
№ 2 Выразить векторы \vec{DP} , \vec{DM} , \vec{AC}
через векторы \vec{a} и \vec{b}



№ 3 Дан параллелограмм ABCD.

$CP : PD = 2 : 3$; $AK : KD = 1 : 2$.

Выразить векторы \vec{CK} , \vec{PK} через векторы \vec{a} и \vec{b}



№ 4 Дан прямоугольник ABCD.

$$BK : KC = 3 : 4.$$

Выразить векторы \vec{AK} , \vec{DK} через векторы \vec{a} и \vec{b}

