Элементы математической логики

Отношения

Унарные отношения

Отношения – один из способов задания взаимосвязей между элементами множества.

Унарные (одноместные) отношения отражают наличие какого-то определенного признака R у элементов множества M.

Пример.
M – множество студентов гр.08АСУ;
R – «быть светловолосым»
R={Гуничев, Хомутинникова, Смирнов, Федотова, Баранов}

Унарным отношением R на множестве M называется подмножество R множества M, состоящее из элементов множества M, обладающих свойством R, т.е. $a \in R$ и $R \subseteq M$.

Бинарные отношения

Бинарные (двухместные отношения) используются для определения каких-либо взаимосвязей, которыми характеризуются пары элементов во множестве М.

Например, М-множество людей,

отношение R- «жить в одном городе»,

R = {(Иванов, Сидоров), (Смит, Джонсон), ...}

Все пары (*a*,*b*) элементов из М, между которыми имеет место отношение R, образуют подмножество пар из множества всех возможных пар элементов $M \times M = M^2$, называемое бинарным отношением R, т.е. $(a,b) \in R$, при этом $R \subseteq M \times M$.

Если *a* и *b* находятся в отношении R, то это часто записывают как $a \mathrm{R} b$.

n-местное отношение

Под *n-местным отношением* понимают подмножество R прямого произведения n множеств: $R \subseteq M_1 \times M_2 \times \ldots \times M_n$. Говорят, что элементы $a_1, a_2, \ldots, a_n$ ($a_1 \in M_1$, $a_2 \in M_2$,..., $a_n \in M_n$) находятся в отношении R, если $(a_1, a_2 \ldots, a_n) \in R$. Если n-местное отношение R задано на множестве M своих элементов, т.е. $M_1 = M_2 = \ldots = M_n$, то $R \subseteq M^n$.

Бинарные отношения

Пример. Пусть $A = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$. Рассмотрим отношение R$\subseteq$ A × A , R- множество всех пар (x,y), в которых y делится на x и x не больше 5.

Т.е. $R = \{(x,y) : x,y \in A, \text{где x - делитель y и x} \leq 5\}$.

Перечислим все такие пары:

$$R = \{(1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(1,5),(1,6),(1,7),(1,8),(1,9),(1,10),(2,2),(2,4),(2,6),(2,8),(2,10),(3,3),(3,6),(3,9),(4,4),(4,8),(5,5),(5,10)\}$$

Т.о. мы задали отношение R$\subseteq$ A × A

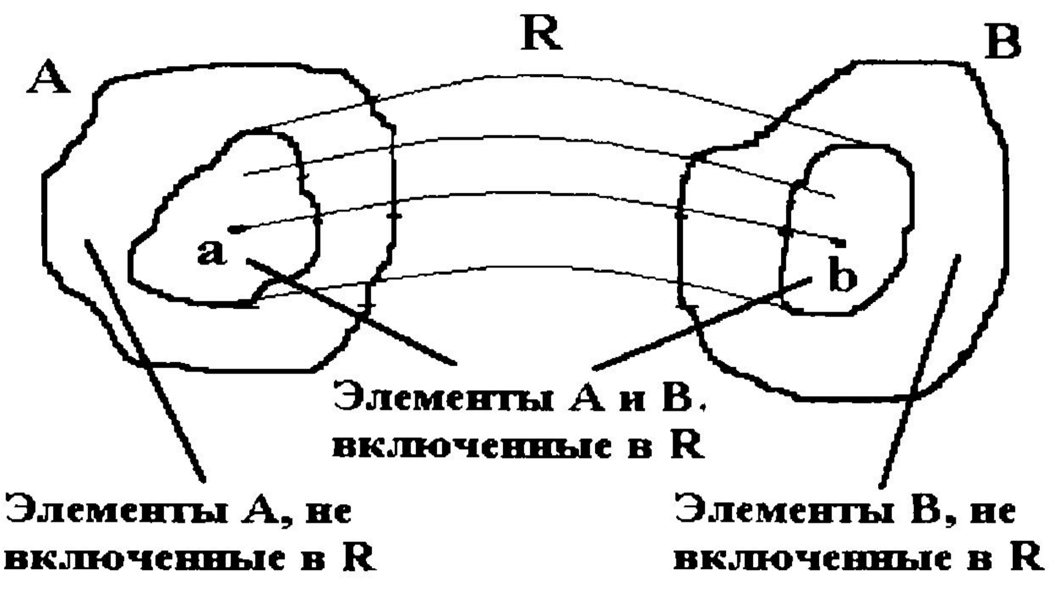
Область определения и область значений

Область определения D(x) - это множество значений x, таких, что пара (x,y) принадлежит отношению R:

$$D(R) = \{x : (x, y) \in R\}$$

Область значений это множество значений y, таких, что пара (x,y) принадлежит отношению R:

$$\mathcal{R}(R) = \{y : (x, y) \in R\}$$



Область определения и область значений

Пример. Для отношения

$R = \{(x, y) : x, y \in A,$ где x - делитель y и x $\leq 5\}$

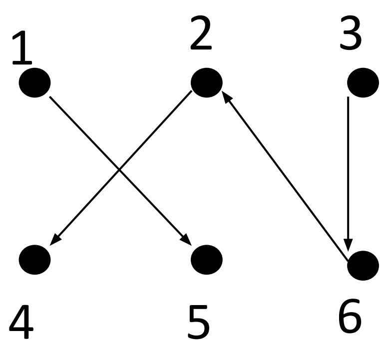
рассмотренного в предыдущем примере, область определения и область значений будут соответственно равны: $D(R) = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ $\mathcal{R}(R) = A$

Способы задания отношений

1. *Списком (перечислением) пар*, для которых это отношение выполняется. Например, $R = \{(a, b), (a, c), (b, d)\}$.

2. *Характеристическим свойством*.
Например, $R = \{(a, b) : a, b \in M;\ a < b\}$.

3. *Графически*.
Например, R ={(1,5), (2,4), (3,6), (6,2)}
на $R \subseteq X^2$, $X = \{1,2,3,4,5,6\}$



Способы задания отношений

4. *Матрицей* – бинарному отношению $R \subseteq M \times M$, где $M = \{a_1, a_2, ..., a_n\}$, соответствует квадратная матрица порядка n, в которой элемент c_{ij}, стоящий на пересечении i-й строки и j-го столбца, равен 1, если между a_i и a_j имеет местс отношение R, или 0, если оно отсутствует:

$$c_{ij} = \begin{cases} 1, \text{ если } a_i \, R \, a_j, \\ 0 \text{ в противномслучае.} \end{cases}$$

Способы задания отношений

Пример. R ={(1,5), (2,4), (3,6), (6,2)} на $R \subseteq X^2$, $X = \{1,2,3,4,5,6\}$

	1	2	3	4	5	6
1	0	0	0	0	1	0
2	0	0	0	1	0	0
3	0	0	0	0	0	1
4	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0
6	0	1	0	0	0	0

Способы задания отношений

Пример 1. Пусть $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. **Задать в явном виде (списком) и матрицей отношение $R \subseteq M \times M$, если R означает – "быть строго меньше".**

➢ **Отношение R как множество содержит все пары элементов а, b из M** такие, что $a < b$:

$$R = \{(a, b): a, b \in M; a < b\}.$$

Тогда

$R = \{(1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (3, 4), (3, 5), (3, 6), (4, 5), (4, 6), (5, 6)\}$.

Способы задания отношений

Матрица отношения будет иметь вид:

R	1	2	3	4	5	6
1	0	1	1	1	1	1
2	0	0	1	1	1	1
3	0	0	0	1	1	1
4	0	0	0	0	1	1
5	0	0	0	0	0	1
6	0	0	0	0	0	0

Способы задания отношений

Пример 2. Пусть $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Составить матрицы отношения $R_1, R_2, R_3 \subseteq M \times M$, если:

1) R_1 – "быть делителем";
2) R_2 – "иметь общий делитель, отличный от единицы";
3) R_3 – "иметь один и тот же остаток от деления на 3".

R_1	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	1	1	1	1	1	1
2	0	1	0	1	0	1
3	0	0	1	0	0	1
4	0	0	0	1	0	0
5	0	0	0	0	1	0
6	0	0	0	0	0	1

R_2	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	0	0	0	0	0	0
2	0	1	0	1	0	1
3	0	0	1	0	0	1
4	0	1	0	1	0	1
5	0	0	0	0	1	0
6	0	1	1	1	0	1

R_3	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	1	0	0	1	0	0
2	0	1	0	0	1	0
3	0	0	1	0	0	1
4	1	0	0	1	0	0
5	0	1	0	0	1	0
6	0	0	1	0	0	1

Способы задания отношений

Пример 3 Составить матрицы отношений, заданных на системе множеств $\beta(M)$, $M = \{a, b, c\}$:

1) R – "пересекаться с" (иметь непустое пересечение);

2) R_2^1 – "являться строгим включением $\subset$".

➤ $\beta(M) = \{\varnothing, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}\}$.

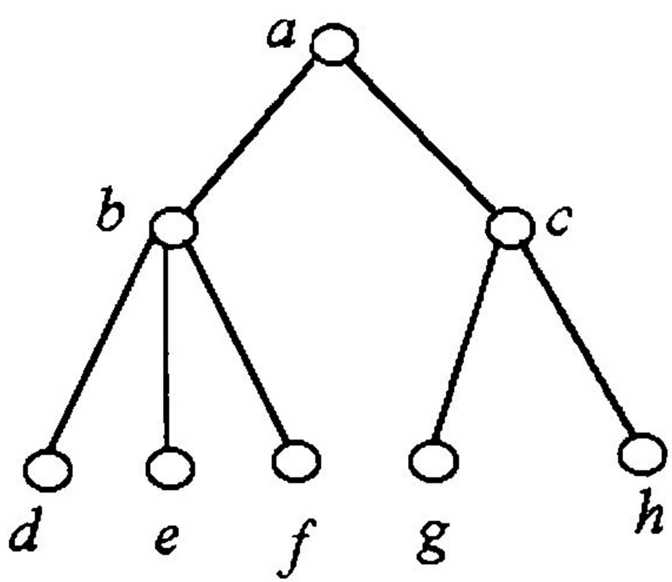
Матрицы отношений R_1 и R_2 представлены на рис.

R_1	$\varnothing$	$\{a\}$	$\{b\}$	$\{c\}$	$\{a,b\}$	$\{a,c\}$	$\{b,c\}$	$\{a,b,c\}$
$\varnothing$	0	0	0	0	0	0	0	0
$\{a\}$	0	1	0	0	1	1	0	1
$\{b\}$	0	0	1	0	1	0	1	1
$\{c\}$	0	0	0	1	0	1	1	1
$\{a,b\}$	0	1	1	0	1	1	1	1
$\{a,c\}$	0	1	0	1	1	1	1	1
$\{b,c\}$	0	0	1	1	1	1	1	1
$\{a,b,c\}$	0	1	1	1	1	1	1	1

R_2	$\varnothing$	$\{a\}$	$\{b\}$	$\{c\}$	$\{a,b\}$	$\{a,c\}$	$\{b,c\}$	$\{a,b,c\}$
$\varnothing$	0	1	1	1	1	1	1	1
$\{a\}$	0	0	0	0	1	1	0	1
$\{b\}$	0	0	0	0	1	0	1	1
$\{c\}$	0	0	0	0	0	1	1	1
$\{a,b\}$	0	0	0	0	0	0	0	1
$\{a,c\}$	0	0	0	0	0	0	0	1
$\{b,c\}$	0	0	0	0	0	0	0	1
$\{a,b,c\}$	0	0	0	0	0	0	0	0

Способы задания отношений

Пример 4. Пусть отношение R – “быть отцом”, определенное на множестве людей $M = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$, представлено схемой на рис. Задать списком отношение R. Определить (назвать) родственные отношения между следующими парами: (a, b), (a, d), (b, c), (b, d), (b, h), (c, d).



Способы задания отношений

Рассмотрим подробнее графический способ задания отношений.

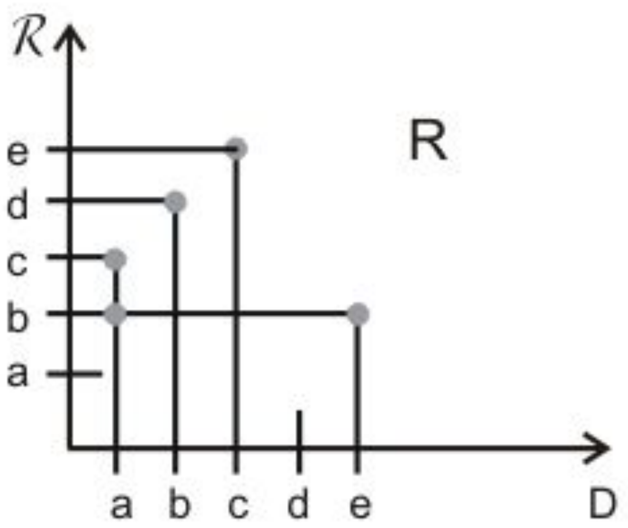
Графические методы задания отношения:

1. Координатный метод;
2. Линейно-координатный метод;
3. Линейный метод;
4. Графовый метод.

Способы задания отношений

Координатный метод

Пусть дано множество $X = \{a, b, c, d, e\}$ и отношение $R = \{(a,b), (a,c), (b,d), (c,e), (e,b)\}$

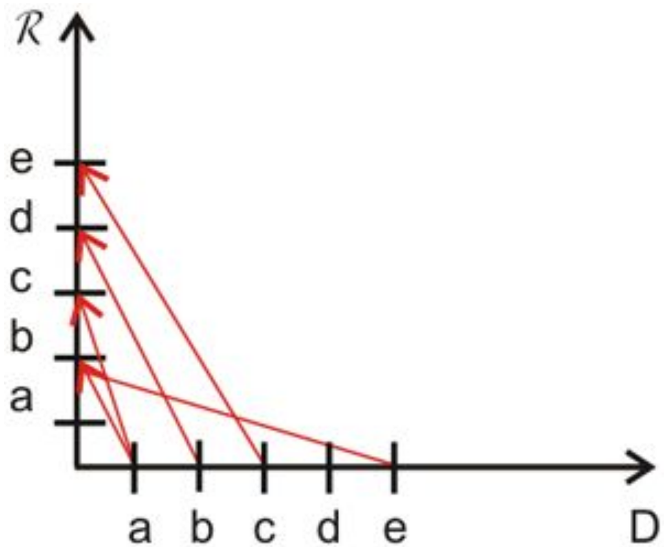


Основной недостаток этого метода заключается в том, что при увеличении мощности трудно увидеть элементы в области и установить соответствие с точками, обозначающими отношения.

Способы задания отношений

Линейно-координатный метод

Представим то же отношение $R = \{(a,b),(a,c),(b,d),(c,e),(e,b)\}$ На множестве $X = \{a,b,c,d,e\}$ линейно-координатным методом.

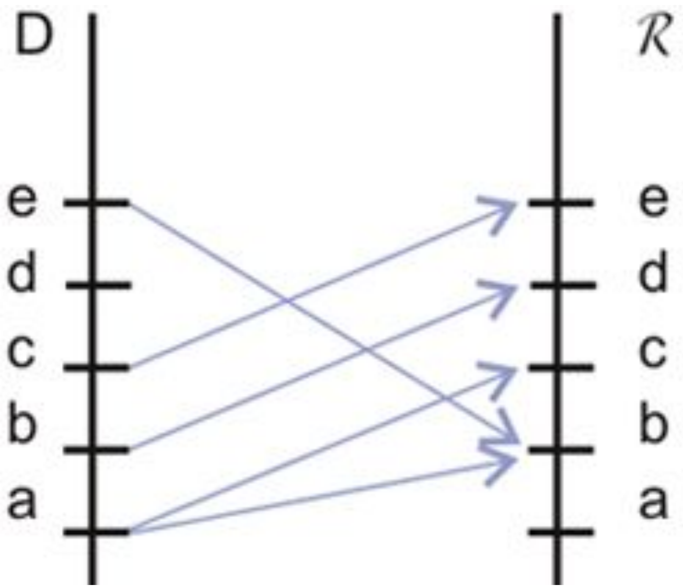


Недостаток этого метода тот же: при увеличении мощности трудно увидеть элементы в области и установить соответствие с точками, обозначающими отношения.

Способы задания отношений

Линейный метод

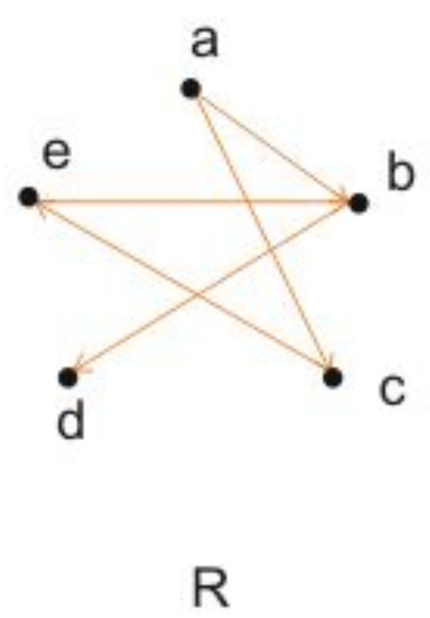
Используя параллельные вертикальные линии для D и $\mathcal{R}$ получаем диаграммы, в которых стрелки не требуются в принципе, так как мы двигаемся слева направо:



Способы задания отношений

Графовый метод

Элементы множества, на котором строится отношение, представлены вершинами графа, а сами отношения - дугами графа. Так как точки в областях D и $\mathcal{R}$ одни и те же, их можно объединить.



Способы задания отношений

Задача. По матрице представить отношение списком, графически

R_3	1	2	3	4	5	6
1	1	0	0	1	0	0
2	0	1	0	0	1	0
3	0	0	1	0	0	1
4	1	0	0	1	0	0
5	0	1	0	0	1	0
6	0	0	1	0	0	1

Свойства отношений

Пусть R – отношение на множестве M, $R \subseteq M \times M$. Тогда:

1) R – *рефлексивно*, если имеет место $a\ R\ a$ для любого $a \in M$ (например, отношение "жить в одном городе" – рефлексивно);

2) R – *антирефлексивно*, если ни для какого $a \in M$ не выполняется $a\ R\ a$ (например, отношение "быть сыном" – антирефлексивно);

3) R – *симметрично*, если $a\ R\ b$ влечет $b\ R\ a$ (например, отношение "работать на одной фирме" – симметрично);

Свойства отношений

4) R – *антисимметрично*, если $a\ R\ b$ и $b\ R\ a$ влекут $a = b$, т.е. ни для каких различающихся элементов a и b ($a \neq b$) не выполняется одновременно $a\ R\ b$ и $b\ R\ a$ (например, отношения "быть сыном", "быть начальником" – антисимметричны);

5) R – *транзитивно*, если $a\ R\ b$ и $b\ R\ c$ влекут $a\ R\ c$ (например, отношения "быть моложе", "быть братом" – транзитивны).

Свойства отношений

Пример. Пусть $R = \{(x, y) : x, y \in N$ и x - делитель y $\}$

Определено на множестве $N = \{1, 2, \ldots, 9\}$

Зададим списком:

$R = \{(1,1), (1,2), (1,3), \ldots, (1,9), (2,2), (2,4), (2,6), (2,8), (3,3), (3,6),$
$(3,9), (4,4), (4,8), (5,5), (6,6), (7,7), (8,8), (9,9)\}$

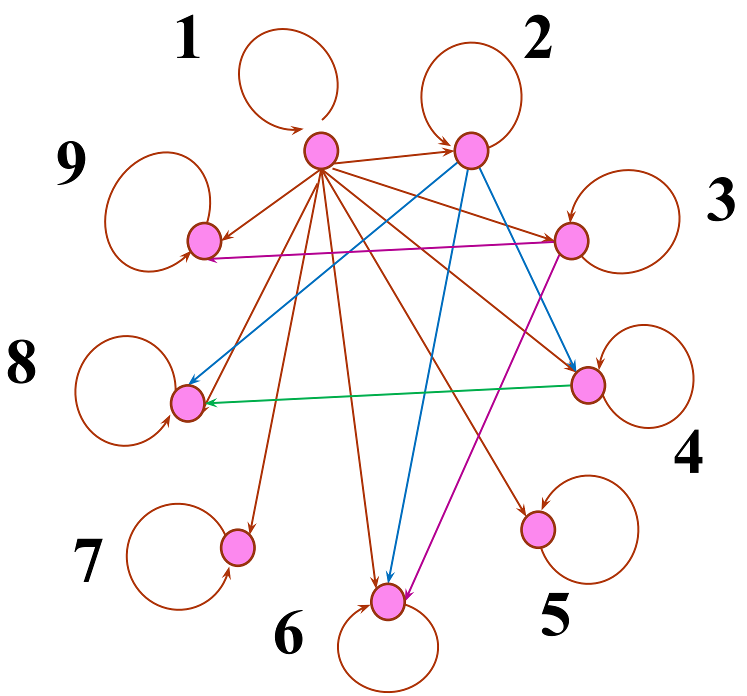
Свойства отношения R:

- рефлексивно, так как x/x=1 для $\forall x \in$ N
- несимметрично, поскольку, например, 2 - делитель 4, а 4 не является делителем 2;
- антисимметрично, так как если x/y $\in$ R и y/x $\in$ R, то x=y.
- транзитивно, так как (2, 4) и (4, 8) влечет (2, 8);

Свойства отношений

$R = \{(x, y) : x, y \in N$ и x - делитель y $\}$

R	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	0	1	0	1	0	1	0	1	0
3	0	0	1	0	0	1	0	0	1
4	0	0	0	1	0	0	0	1	0
5	0	0	0	0	1	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	1	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	1	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	1	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	1



Свойства отношений

Пример. На булеане множества M={1, 2, 3} задано отношение R – «являться собственным подмножеством». Задать списком, матрицей, графически. Определить его свойства.

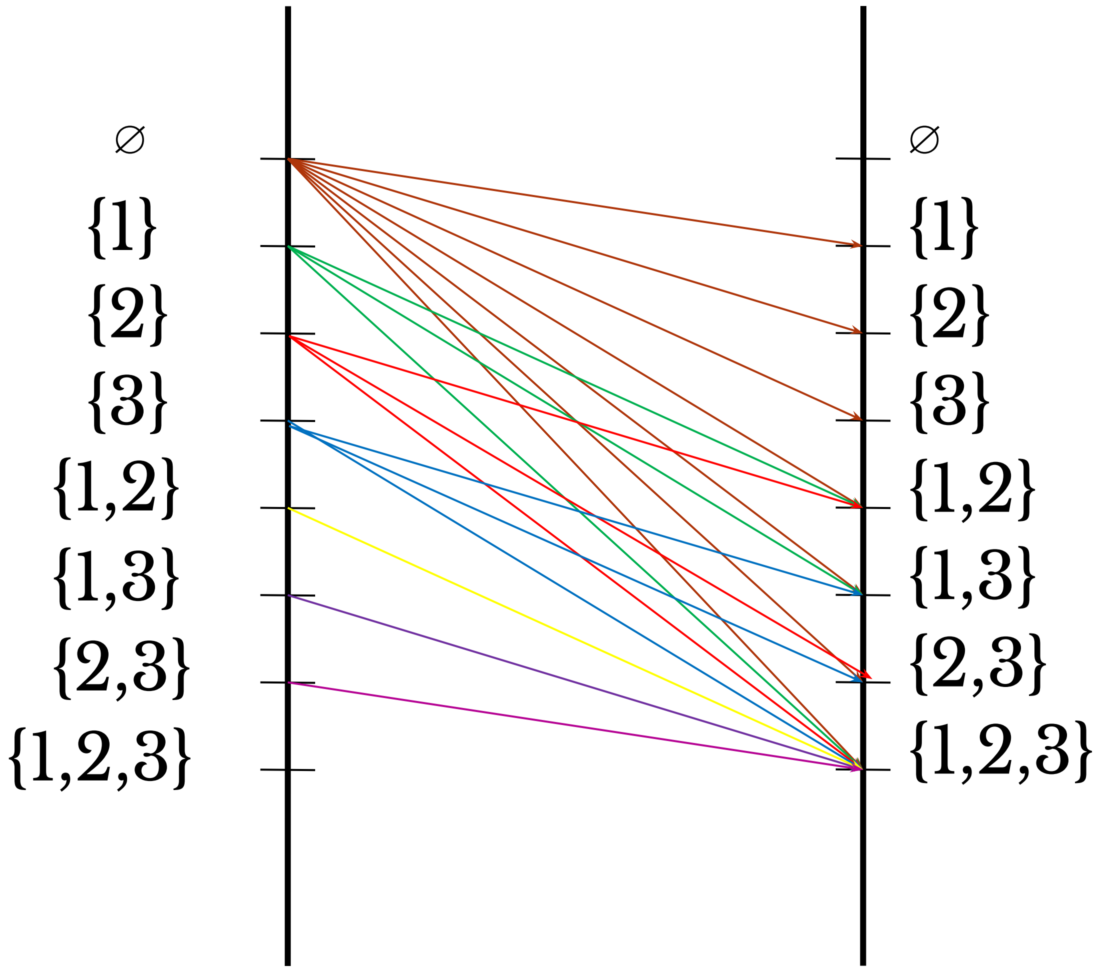
Решение. 1)β(M)={∅, {1}, {2}, {3},{1,2}, {1,3}, {2,3}, {1,2,3}}

2)

R	**∅**	**{1}**	**{2}**	**{3}**	**{1,2}**	**{1,3}**	**{2,3}**	**{1,2,3}**
∅	0	1	1	1	1	1	1	1
{1}	0	0	0	0	1	1	0	1
{2}	0	0	0	0	1	0	1	1
{3}	0	0	0	0	0	1	1	1
{1,2}	0	0	0	0	0	0	0	1
{1,3}	0	0	0	0	0	0	0	1
{2,3}	0	0	0	0	0	0	0	1
{1,2,3}	0	0	0	0	0	0	0	0

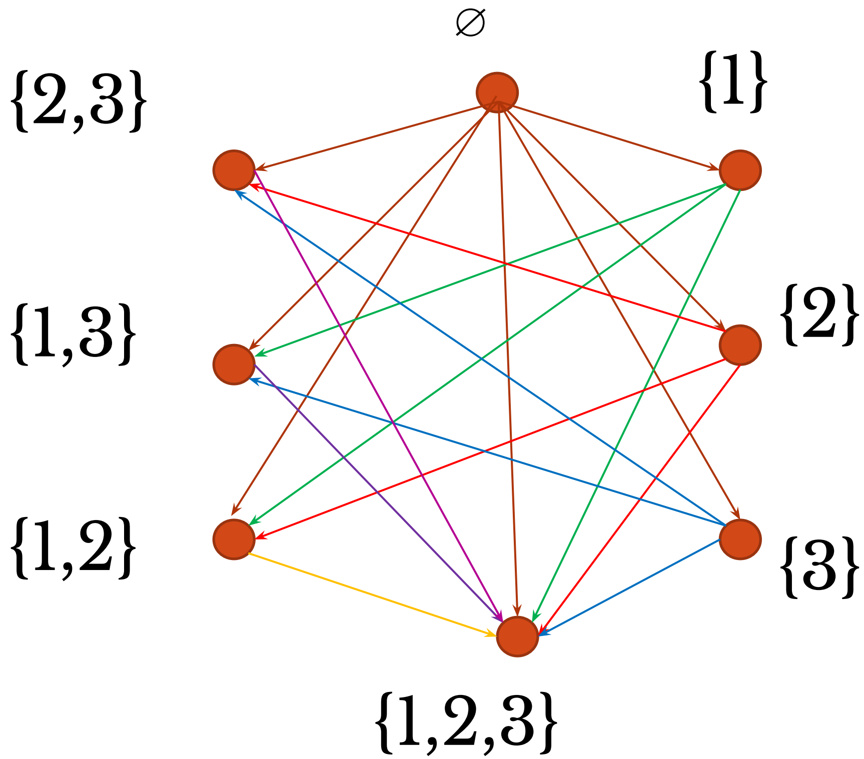
Свойства отношений

3) Линейный метод



Свойства отношений

Графовый метод



Свойства отношений

Свойства отношения R – «быть собственным подмножеством»:

1. Не является рефлексивным
2. Антирефлексивно, так как любое множество не является своим собственным подмножеством
3. Не является симметричным, так как, например, $\{1\}\subset\{1,2\}$, но $\{1,2\}\not\subset\{1\}$
4. антисимметрично, так как для любых множеств A и B из того, что $A\subset B$ и $B\subset A$ следует $A=B$.
5. Является транзитивным, так как, если $A\subset B$ и $B\subset C$, то $A\subset C$

Свойства отношений

Пример. R $= \{(x, y) : x, y \in N \setminus \{1\}$ и x и y имеют общий делитель $\}$

Задать всеми способами и определить свойства отношения R.

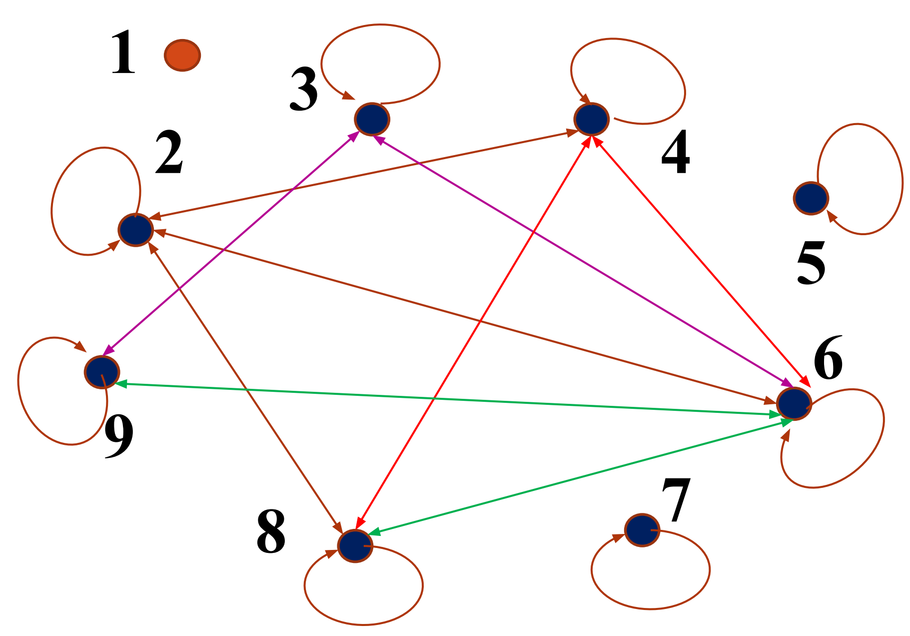
N={1,2,3,4,5,6,7,8,9}

Решение.

1) Списком:

R ={(2,2), (2,4), (2,6), (2,8), (3,3), (3,6), (3,9), (4,2), (4,4), (4,6), (4,8), (5,5), (6,2), (6,3), (6,4), (6,6), (6,8), (6,9), (7,7), (8,2), (8,4), (8,6), (8,8), (9,3), (9,6), (9,9)}

2) Графически:



Свойства отношений

3) Матрица отношения «иметь общий делитель»

R	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	1	0	1	0	1	0	1	0
3	0	0	1	0	0	1	0	0	1
4	0	1	0	1	0	1	0	1	0
5	0	0	0	0	1	0	0	0	0
6	0	1	1	1	0	1	0	1	1
7	0	0	0	0	0	0	1	0	0
8	0	1	0	1	0	1	0	1	0
9	0	0	1	0	0	1	0	0	1

Свойства отношений

Свойства отношения R- «иметь общий делитель»:

1. нерефлексивно, так как выполняется aRa $\forall a \in R$, кроме a=1;
2. Не антирефлексивно;
3. симметрично, так как если пара (a, b) имеет общий делитель, то и пара (b, a) тоже имеет общий делитель;
4. не антисимметрично;
5. не транзитивно, так как, например, 2 и 6 имеют общий делитель, 6 и 9 имеют общий делитель, но 2 и 9 не имеют общий делитель, т.е.

   $(2,6) \in R, (6,9) \in R \not\Rightarrow (2,9) \in R$.

Свойства отношений

Вопрос: Какими признаками характеризуется матрица отношения R, если R соответственно: рефлексивно, антирефлексивно, симметрично, антисимметрично, транзитивно.

- Пусть R задано на M, $R \subseteq M \times M$.

1) R рефлексивно, если для любого $a \in M$ имеет место $a\,R\,a$, т.е. оно выполняется для всех пар (a, a), $a \in M$. В матрице этим парам соответствуют элементы c_{ii}. Такие элементы составляют главную диагональ матрицы. Следовательно, главная диагональ матрицы рефлексивного отношения содержит только единицы;

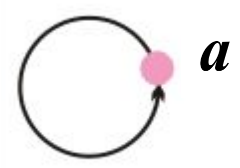
Свойства отношений

Пусть R задано на M, $R \subseteq M \times M$.

R	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
1	1				
2		1			
3			1		
4				1	
5					1

Матрица рефлексивного отношения имеет на главной диагонали 1

А на диаграмме графового представления рефлексивного отношения для каждого узла существует стрелка-петля.



Свойства отношений

2) R антирефлексивно, если ни для какого $a \in M$ не выполняется $a\,R\,a$.

Матрица антирефлексивного отношения имеет на главной диагонали 0

R	1	2	3	4	5
1	0				
2		0			
3			0		
4				0	
5					0

На диаграмме графового представления антирефлексивного отношения ни для какого узла не существует стрелка-петля.

Свойства отношений

3) R симметрично, если для пары $(a, b) \in M \times M$ из $a\,R\,b$ следует $b\,R\,a$, т.е. для любой пары отношение R выполняется в обе стороны либо не выполняется вообще. Таким образом, если в матрице единица стоит на пересечении i-й с гроки и j-го столбца, т.е. $c_{ij} = 1$, то она должна стоять и на пересечении j-й строки и i-го столбца, т.е. $c_{ji} = 1$, и наоборот, если $c_{ji} = 1$, то $c_{ij} = 1$. Таким образом, в матрице симметричного отношения $c_{ij} = c_{ji}$, т.е. матрица симметрична относительно главной диагонали;

Свойства отношений

R	1	2	3	4	5
1		1			
2	1			1	
3					
4		1			
5					

В матрице симметричного отношения единицы симметричны относительно главной диагонали

На диаграмме графового представления симметричного отношения для каждой стрелки, соединяющей два узла, существует также стрелка, соединяющая два этих узла в обратном направлении.

Свойства отношений

4) R антисимметрично, если из $a\ R\ b$ и $b\ R\ a$ следует $a = b$. Это означает, что в соответствующей матрице ни для каких $i,j \in [1,2,...m]$, $m = |M|$, $i \neq j$, не выполняется $c_{ij} = c_{ji} = 1$. Таким образом, в матрице антисимметричного отношения отсутствуют единицы, симметричные относительно главной диагонали;

R	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
1		0			
2	1			0	
3					
4		1			
5					

Пример матрицы антисимметричного отношения

Свойства отношений

R	1	2	3	4	5
1		0			
2	1			0	
3					
4		1			
5					

Пример матрицы антисимметричного отношения

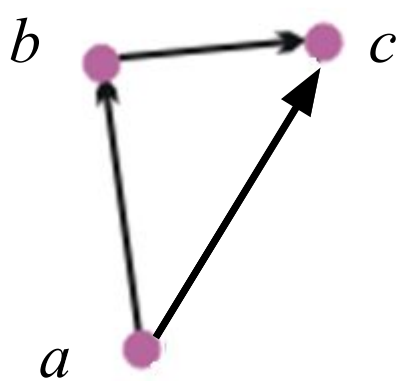
R	1	2	3	4	5
1		0			
2	1			1	
3					
4		1			
5					

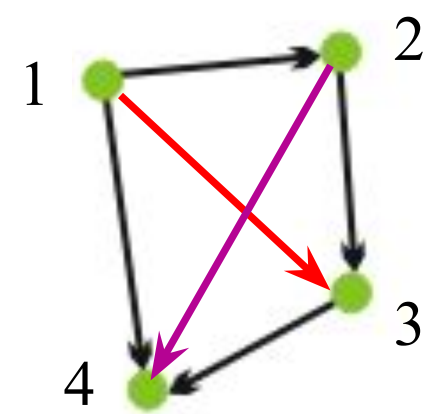
Пример матрицы отношения, не являющегося ни симметричным ни антисимметричным

На диаграмме графового представления антисимметричного отношения ни для какой стрелки, соединяющей два узла, не существует также стрелка, соединяющая два этих узла в обратном направлении.

Свойства отношений

5) На диаграмме графового представления транзитивного отношения для каждой пары узлов *a* и *c*, связанных последовательностью стрелок от *a* к *b* и от *b* к *c* существуют также стрелки от *a* к *c*.





Отношения эквивалентности и порядка

Пример. На рисунке схематично представлено расположение офисов семи компаний, расположенных на двух этажах.

II этаж	1	2	3
I этаж	4	5, 6	7

R_1	1	2	3	4	5	6	7
1	0	1	0	0	0	0	0
2	1	0	1	0	0	0	0
3	0	1	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	1	1	0
5	0	0	0	1	0	0	1
6	0	0	0	1	0	0	1
7	0	0	0	0	1	1	0

R_2	1	2	3	4	5	6	7
1	1	1	1	0	0	0	0
2	1	1	1	0	0	0	0
3	1	1	1	0	0	0	0
4	0	0	0	1	1	1	1
5	0	0	0	1	1	1	1
6	0	0	0	1	1	1	1
7	0	0	0	1	1	1	1

На множестве офисов M= {1,2,3,4,5,6,7}

R1- «работать в соседнем офисе» (иметь общую стену)

R2 – «находиться на одном этаже»

Построить матрицы отношений. Определить свойства.

Отношение	Рефлексивно	Антирефлексивно	Симметрично	Антисимметрично	Транзитивно
R_1					
R_2					

Отношение эквивалентности

<u>Определение</u>: **Отношение эквивалентности**– это бинарное отношение на множестве X, удовлетворяющее следующим условиям:

- Рефлексивность (xRx)
- Симметричность (xRy & yRx)
- Транзитивность (xRy & yRz → xRz)

Отношение эквивалентности

Пример. R- «быть равным» на множестве натуральных чисел.

Свойства:

1. Рефлексивно, т.к. $a=a$, $\forall a \in \mathrm{N}$;
2. Симметрично, т.к. если $a=b$, то и $b=a$, $\forall a, b \in \mathrm{N}$;
3. Транзитивно, т.к. если $a=b$ *и* $b=c$, *то и* $a=c$, $\forall a, b, c \in \mathrm{N}$.

Т.к. отношение R- «быть равным» на множестве натуральных чисел рефлексивно, симметрично и транзитивно, следовательно, оно является отношением эквивалентности.

Отношение эквивалентности

Отношение эквивалентности

рефлексивность

симметричность

транзитивность

Примеры отношений эквивалентности:

Отношение «быть равным», «иметь один и тот же остаток от деления на конкретное число»

Отношение толерантности

<u>Определение</u>: Отношением толерантности (или просто толерантностью) на множестве X называется бинарное отношение, удовлетворяющее свойствам рефлексивности (xRx) и симметричности (xRy & yRx), но не обязательно являющееся транзитивным.

Отношение эквивалентности – частный случай отношения толерантности.

Отношение толерантности

Отношение толерантности

рефлексивность | *симметричность*

Отношения «быть другом», «быть знакомым», - - отношения толерантности, так как они рефлексивны, симметричны, но не транзитивны.

Отношение «иметь непустое пересечение» для множеств – отношение толерантности.

Отношения порядка

Отношение порядка

антисимметричность

транзитивность

Множество М, которое обладает отношением порядка, называется упорядоченным.

+ рефлексивность → Отношение нестрогого порядка $\leq$

+ антирефлексивность → Отношение строгого порядка <

Отношение строгого порядка

<u>Определение</u>: **Отношение строгого порядка–** это бинарное отношение на множестве X, удовлетворяющее следующим условиям:

- Антирефлексивность $(x \not R x)$
- Антисимметричность $(xRy \not\rightarrow yRx)$
- Транзитивность $(xRy \;\&\; yRz \rightarrow xRz)$

Отношение нестрогого порядка

<u>*Определение*</u>: **Отношение нестрогого порядка–** это бинарное отношение на множестве X, удовлетворяющее следующим условиям:

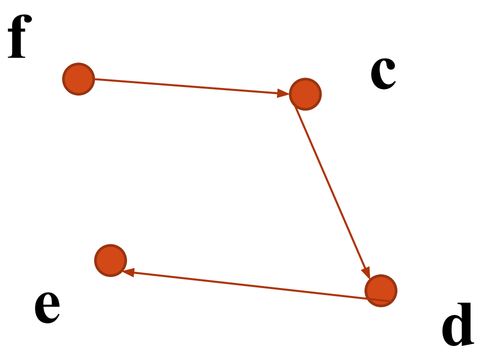
- Рефлексивность (xRx)
- Антисимметричность (xRy $\not\to$ yRx)
- Транзитивность (xRy & yRz $\to$ xRz)

Особые виды отношений

Отношение	Рефлективно	Антирефлективно	Симметрично	Антисимметрично	Транзитивно
Отн. эквивалентности	+		+		+
Отн-ие толерантности	+		+		
Отн-ие порядка				+	+
Отн-ие строгого порядка		+		+	+
Отн-ие нестрогого порядка	+			+	+

Задача 1. Покажите, что отношение “быть синонимами” является толерантностью. Является ли оно эквивалентностью?

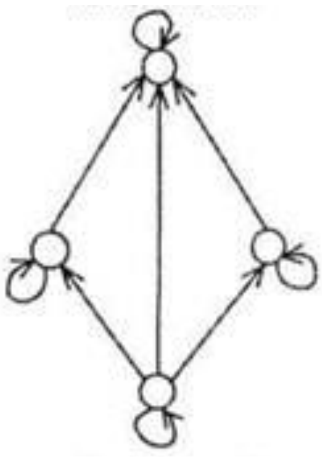
Задача 2. Дан граф некоторого отношения. Дополните его минимальным числом стрелок так, чтобы оно превратилось в эквивалентность.



Задача 3. Назовем два слова сходными, если они состоят из одинакового числа букв, причем либо совпадают, либо отличаются лишь одной буквой. Например, КИТ-КОТ. Определить вид отношения.

Задача 4. Папки в файловой системе компьютера вложены друг в друга, образуя ветвящуюся структуру. Определить вид отношения «вложенности».

Задача 5. Определить вид отношения



Использованные источники

- Спирина М. С., Спирин П. А. Дискретная математика: Учебник для студентов учр. Среднего проф. Образования.- М.:Издат. Центр «Академия», 2014.
- Москинова Г. И. Дискретная математика: Учебное пособие,-М.:Логос, 2012
- Игошин В.И. Задачник-практикум по математической логике. – М.: Издательский центр "Академия", 2013.
- Игошин В.И. Математическая логика и теория алгоритмов. – М.: Издательский центр "Академия", 2013.
- window.edu.ru›resource/315/24315
- edu.ru›modules.php
- alleng.ru›d/math/math163.htm
- Чащина Е.А. Комплект КОС учебной дисциплины ЕН.02. Элементы математической логики основной образовательной программы (ОПОП). – ГБОУ СПО «Прокопьевский политехнический техникум»