

Лекция 2

Математические модели и методы, используемые в САПР КЭС

**(в системах автоматизированного
проектирования конструирования
электронных средств)**

Вопросы лекции

1. Формализация постановок задач анализа и синтеза электронных средств и систем.
2. Математические модели электронных средств и систем.
3. Методы решения задач автоматизированного проектирования средств и систем.

Вопрос 1.

**Формализация постановок
задач анализа и синтеза
электронных средств и систем**

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ТЕОРИИ МНОЖЕСТВ

Множество является одним из ключевых понятий математики, в частности таких ее разделов, как теория множеств и логика .

Существует несколько формулировок описаний множества. Так, согласно Г. Кантору, множество — это «единое имя для совокупности всех объектов, обладающих данным свойством». Эти объекты он назвал элементами множества. Другая известная формулировка принадлежит Б. Расселу: «Множество есть совокупность различных элементов, мыслимая как единое целое».

Объекты, из которых состоит множество, называют элементами или точками множества. Различают конечные, бесконечные, одноэлементные и пустые ($\emptyset$) множества. Если все рассматриваемые в ходе какого-либо рассуждения множества являются подмножествами некоторого другого множества, то это множество называется универсальным множеством и обозначается $\cup$. Множества чаще всего обозначают заглавными буквами латинского алфавита, а его элементы — строчными. Приведем примеры математической записи множеств:

$$\begin{aligned} A &= \{a, b, c \dots k\}; \quad A = \{a_1, a_2, a_3\}; \\ A &= \{A_i\}, \quad i = \overline{1, n}; \quad A = \{11, 3, 7, 24\}. \end{aligned}$$

Если a — элемент множества A , то записывают $a \in A$ (a принадлежит A). В случае, когда a не является элементом множества A , то записывают $a \notin A$ (a не принадлежит A). В отличие от мультимножества (множества с кратными элементами), каждый элемент множества уникален, и в множестве не может быть двух одинаковых элементов. Другими словами, добавление к множеству элементов, идентичных уже принадлежащим множеству, не меняет его: $\{7, 30\} = \{30, 7\} = \{30, 30, 7, 30, 7\}$.

Число элементов, составляющих множество, называется мощностью или кардинальным числом множества. Обычно мощность множества A обозначается через $|A|$, но иногда можно встретить и другие обозначения, в частности $\#A$ или $\text{card}(A)$. Например, для множества $A = \{1, 2, 3\}$ его мощность $|A| = 3$.

Все элементы любого множества распределены между нижней и верхней границами, в качестве которых рассматриваются минимальный и максимальный элементы. Так, например, для множества $N = \{a, b, c, d\}$, где $a = 2$, $b = 4$, $c = 8$, $d = 12$, нижней границей служит элемент a , верхней — элемент d .

Два множества (A и B) могут вступать друг с другом в различные отношения:

- A включено в B , если каждый элемент множества A принадлежит также и множеству B , т. е.

$$A \subseteq B \leftrightarrow \forall a \in A: a \in B;$$

- A включает B , если B включено в A , т. е.

$$A \supseteq B \leftrightarrow B \subseteq A;$$

- A равно B , если A и B включены друг в друга, т. е.

$$A = B \leftrightarrow (A \subseteq B) \wedge (B \subseteq A);$$

- A строго включено в B , если A включено в B , но не равно ему, т. е.

$$A \subset B \leftrightarrow (A \subseteq B) \wedge (B \neq A);$$

- A строго включает B , если B строго включено в A , т. е.

$$A \supset B \leftrightarrow B \subset A;$$

- A и B не пересекаются, когда у них нет общих элементов, т. е. при

$$A \cap B = \emptyset \leftrightarrow \forall a \in A: a \notin B;$$

- A и B находятся в общем положении, если существует элемент, принадлежащий исключительно множеству A , элемент, принадлежащий исключительно множеству B , а также элемент, принадлежащий обоим множествам, т. е. когда

$$\exists a, b, c: (a \in A) \wedge (a \notin B) \wedge \\ \wedge (b \in B) \wedge (b \notin A) \wedge (c \in A) \wedge (c \in B).$$

Основные операции алгебры множеств.

1. *Объединение* множеств A и B есть множество C , состоящее из элементов множеств A и B :

$$A \cup B = C \leftrightarrow A \cup B := \{x \mid x \in A \vee x \in B\}.$$

2. *Пересечение* множеств A и B составляет множество C , элементы которого принадлежат и множеству A , и множеству B :

$$A \cap B = C \leftrightarrow A \cap B := \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}.$$

3. *Разность* множеств A и B есть множество C , элементы которого принадлежат множеству A , но не принадлежат множеству B :

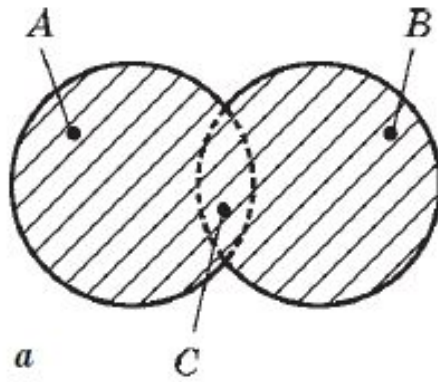
$$A \setminus B = C \leftrightarrow A \setminus B := A \cap \bar{B} = \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\}.$$

4. *Симметрическая разность* множеств A и B есть такое множество C , куда входят все те элементы множества A , которые не входят в множество B , а также те элементы множества B , которые не входят в множество A :

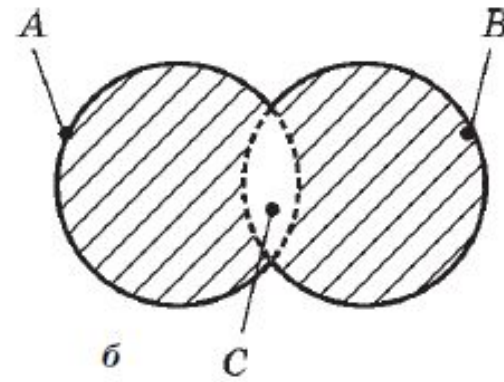
$$\begin{aligned} A \Delta B = C \leftrightarrow A \Delta B &:= (A \cup B) \setminus (A \cap B) = (A \setminus B) \cup (B \setminus A) = \\ &= (A \cap \bar{B}) \cup (\bar{A} \cap B) = \{x \mid (x \in A \wedge x \notin B) \vee (x \notin A \wedge x \in B)\}. \end{aligned}$$

5. *Декартово (прямое) произведение* множеств A и B есть множество C , элементами которого являются всевозможные упорядоченные пары элементов исходных двух множеств:

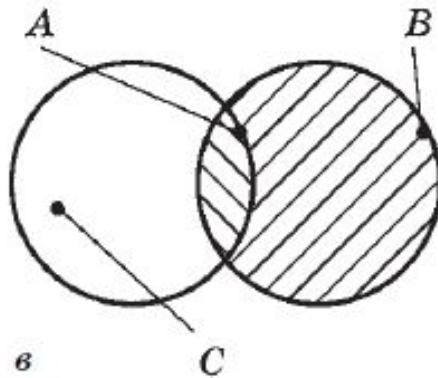
$$A \times B = C \leftrightarrow A \times B = \{(a, b) \mid a \in A, b \in B\}.$$



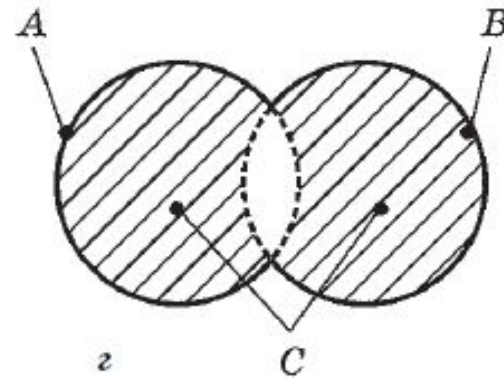
$$C = A \cup B$$



$$C = A \cap B$$



$$C = A \setminus B$$



$$C = A \Delta B$$

Рис.

Графические интерпретации операций над множествами:

a — объединение; *б* — пересечение; *в* — разность; *г* — симметрическая разность.

«Решение» («Принятие решения») есть:

определенный акт, основанный на результатах соответствующего анализа и синтеза, оценки и выводов в любой области деятельности людей (должностных лиц аппарата управления);

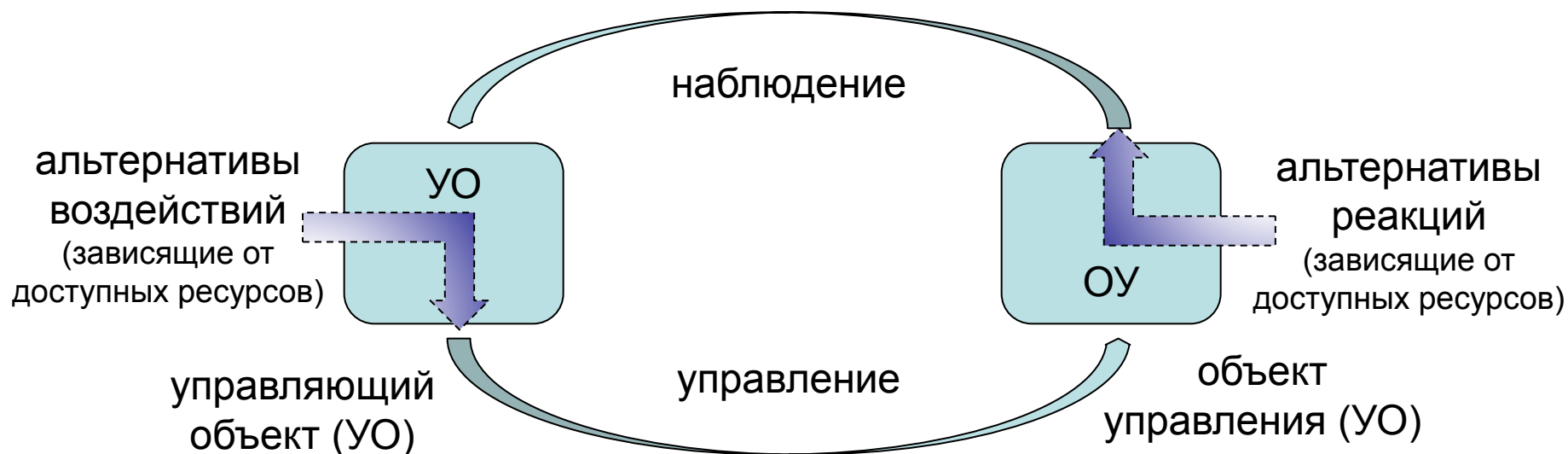
мотивированное волевое действие должностного лица органа управления;

задача, направленная на определение наилучшего способа действия, обеспечивающего достижение поставленной цели;

один из видов мыслительной деятельности людей (должностных лиц аппарата управления).

«Теория принятия решений» — теория, исследующая математические модели принятия решений и их свойства.

Принятие решения входит в качестве обязательной функции в любые **контуры управления** (ручного, автоматического или автоматизированного), имеющие **альтернативы** воздействий на объекты управления



В организационных человеко-машинных системах (ЧМС) принятие решения обычно является личной функцией (прерогативой) должностного **лица, принимающего решение (ЛПР)**

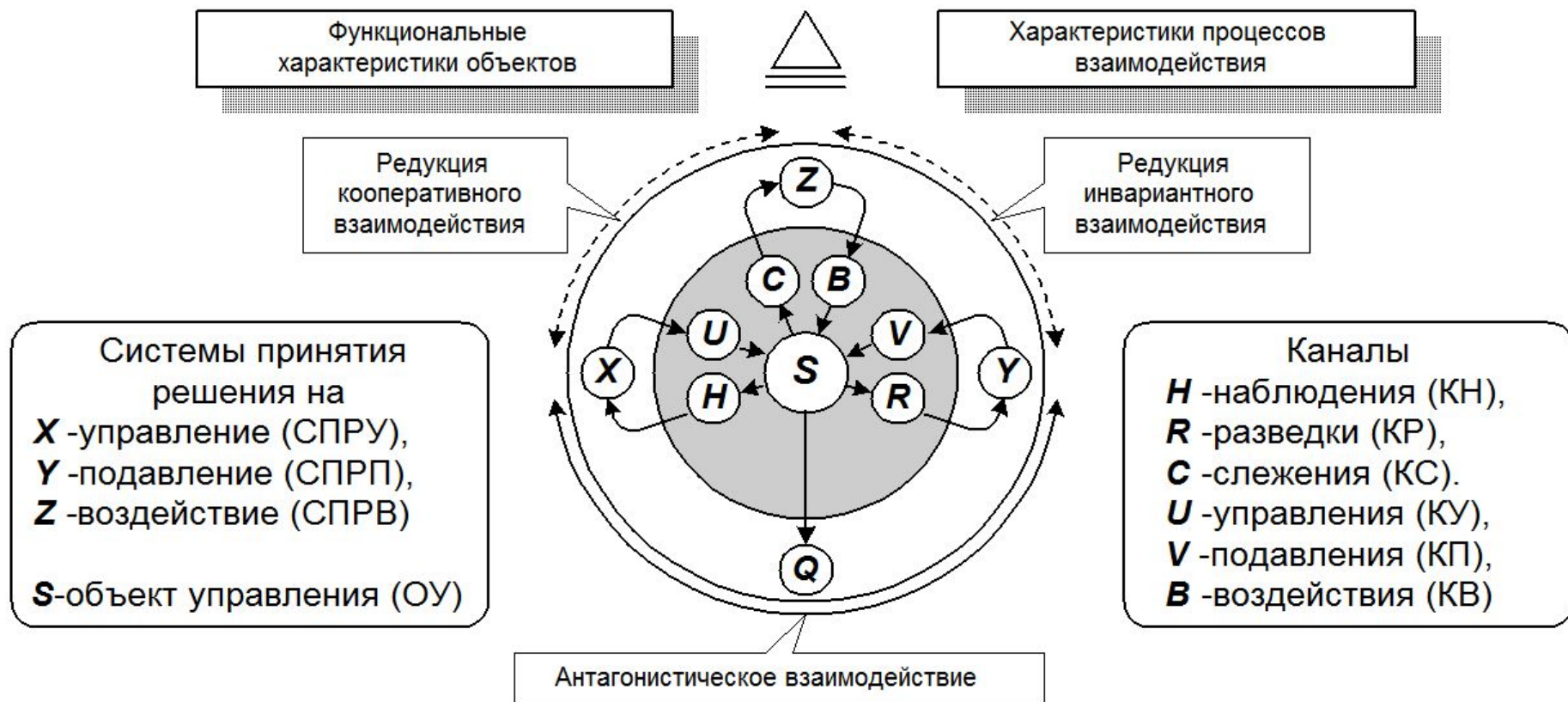
Исследование операций – научная дисциплина, под которой понимают применение математических количественных методов для обоснования решений во всех областях целенаправленной человеческой деятельности

«Операция» – организованная деятельность в любой области жизни, объединенная единым замыслом, направленная на достижение определенной цели и имеющая характер повторяемости (многократности), позволяющей обнаруживать и использовать научные закономерности.

«Оперирующая сторона» – совокупность лиц (или одного ЛПР) и/или технических устройств, которые стремятся в операции к достижению некоторой цели.

«Исследователь операции» («операционист», «аналитик») – должностное лицо, специально выделяемое и занимающее особое место в оперирующей стороне. Он не принимает окончательных решений по выбору способов действий, а лишь помогает в этом оперирующей стороне, предоставляя ей количественные основания для принятия решений (по принципу разделения функций командования и функций исследования).

Общий случай исследования операций при принятии решений несколькими оперирующими сторонами, преследующими различные (как правило, несовпадающие) цели



Пример формализованного представления объекта исследований в виде математической модели функционирования многомерного динамического макрообъекта с несколькими оперирующими сторонами

Макрообъект $W = \{S, U, V, B, H, R, C, X, Y, Z\}$, $W \in W$. Обобщенная ФХ макрообъекта - Q

Формализованное описание макрообъекта

Динамические состояния: $g_W(t) = \{g_S(t), g_U(t), g_V(t), g_B(t), g_H(t), g_R(t), g_C(t), g_X(t), g_Y(t), g_Z(t)\} \in G_W$

Ограничения: $G_W = \{G_S, G_U, G_V, G_B, G_H, G_R, G_C, G_X, G_Y, G_Z\}$

Операторы (стратегии, алгоритмы, решающие правила): $m_W = \langle m_W^t \rangle \in M_W(G_W)$, $t \in T_t$.

Характеристики операторов (вер. меры): $\mu_W(t) = m_W^t[\{g_{W-1}(t)\}]$, $t \in T_t$, $\mu_W(t) \in M_W[M_W(G_W)]$

Реализация операторов: $m_W^t: G_W \xrightarrow{\mu_W(t)} g_W(t)$

Показатели состояния: $q_W(t) = \varphi_W[g_W(t)]$, $t \in T_t$. Показатели поведения: $q_W(\tau) = \beta(\tau) \int_{\tau} q_W(t) dt$.

Обобщенный показатель поведения: $Q_W = E \mu_W[q(\tau), \tau \in T]$

Физические аналогии: m_X - алгоритм управления, g_X - режим функционирования

Принятие решения на управление означает выбор операторов, переводящих объект управления в требуемое состояние с учетом неопределенности решений на противодействие и инвариантно-кооперативное воздействие внешней среды

«Оптимальное решение» – решение, минимизирующее или максимизирующее некоторый показатель при заданной системе ограничений.

«Показатель» – количественная характеристика какого-либо свойства системы или целенаправленного процесса, являющаяся результатом измерения или расчета.

Показатель эффективности системы (подсистемы, элемента) есть мера степени соответствия достигнутого результата ее (его) функционирования требуемому.

Численные значения показателей оцениваются с помощью соответствующих критериев (*значений требований*).

«Критерий» – это:

1. Признак, на основании которого производится оценка, определение или классификация чего-либо, мерило оценки.

2. Отличительный признак, мерило, на основании которого дается оценка какого-либо явления, действия, идей.

3. Признак, который при оценке (сравнении) функционирующих объектов рассматривается как наиболее существенный.

«Критерий эффективности» – правило или способ принятия решения с учетом эффективности системы.

Критерий эффективности (*оптимальности*) является правилом, позволяющим сопоставлять варианты (стратегии), характеризующиеся различной степенью достижения цели, и осуществлять направленный выбор этих вариантов из множества допустимых.

«Концепции рационального поведения»:

Концепция *пригодности* означает, что рациональным является любой вариант, при котором выбранный показатель эффективности принимает значение не ниже некоторого приемлемого (требуемого) уровня.

Концепция *оптимизации* означает, что рациональными являются те варианты, которые обеспечивают максимальный эффект функционирования системы (подсистемы, элемента).

Концепция *адаптивизации* означает предположение возможности оперативного реагирования в ходе функционирования системы (подсистемы, элемента) на текущую информацию об изменении условий, при которых осуществляется данное функционирование.

«Задача принятия решения» представляет собой процедуру принятия решений, состоящую **из нескольких этапов**. В разных прикладных областях применения теории оптимальных решений выделяют разное количество разных этапов

Наиболее часто выделяют следующие **три этапа** принятия решений:

- 1 – поиск информации,
- 2 – поиск и нахождение альтернатив,
- 3 – выбор лучшей альтернативы.

На первом этапе собирается доступная на момент принятия решения информация: фактические данные, мнения экспертов. Где это возможно, строятся математические модели, проводятся социологические опросы.

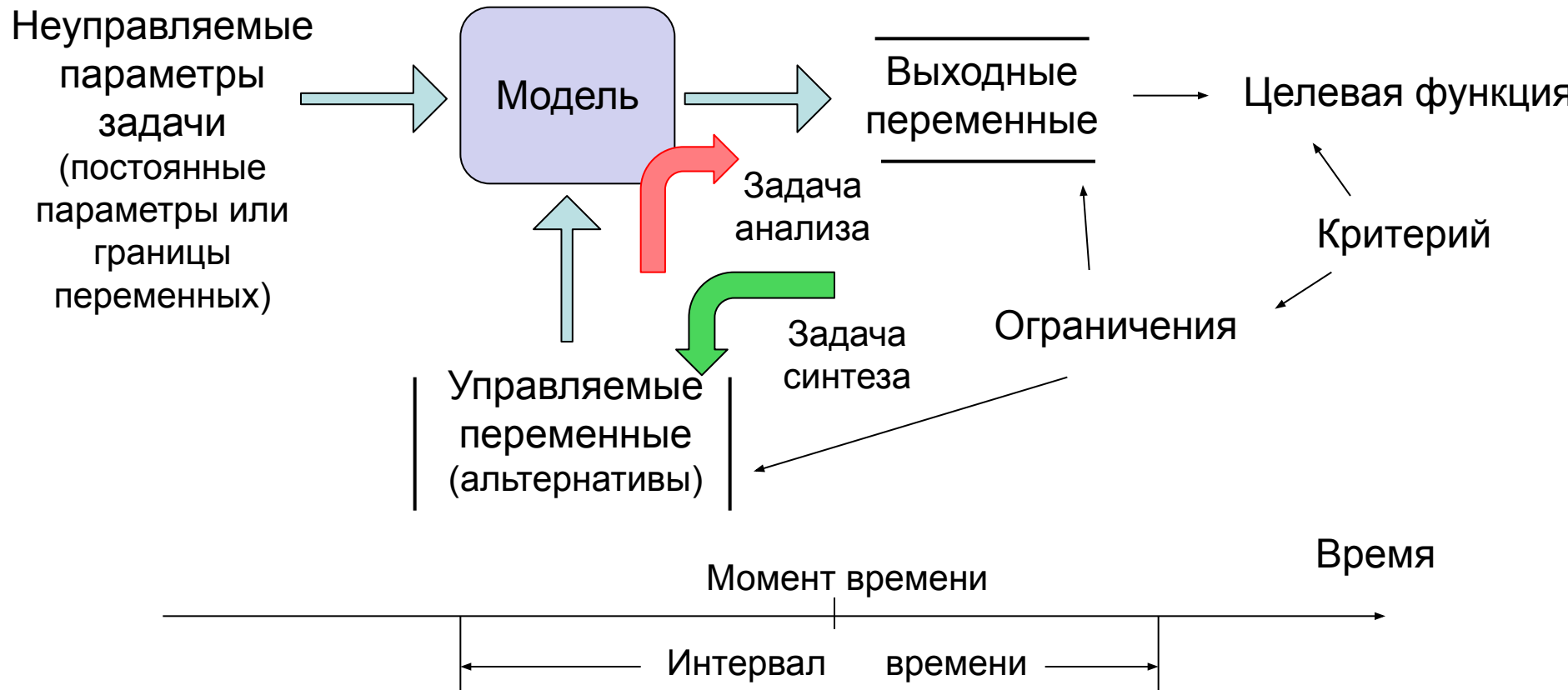
Второй этап связан с определением того, что можно, а что нельзя делать в имеющейся ситуации, т.е. с определением вариантов решений (альтернатив).

Третий этап включает в себя сравнение альтернатив и выбор наилучшего варианта или вариантов решения

Краткая форма постановки задачи принятия решения

ДАНО: {...} $\longrightarrow$ НАЙТИ {...}

Развернутая форма постановки задачи



Пусть имеется $f_1(\alpha)$ и $f_2(\alpha)$ - функции выбора альтернативы из A , удовлетворяющим ограничениям. Вводится понятие слабого предпочтения (“не хуже”), строго предпочтения и равноценности. Эквивалентные функции на допустимом множестве альтернатив определяют одни и те же отношения эквивалентности и строгого предпочтения.

Наличие эквивалентных функций по выбору альтернатив позволяет выбрать целевую функцию, исходя из возможности решения оптимизационной задачи. Выбор управляющих воздействий с учетом одного свойства, с использованием одного критерия в управлении называют простым управлением, решающим однокритериальную задачу. Выбор управляющих воздействий с учетом совокупности свойств- принятие сложного решения. Эта задача многокритериальной оптимизации.

Рассмотрим ситуацию принятия решения на заданном множестве допустимых альтернатив A , описываемом одним из видов приведенных ограничений, с учетом совокупности свойств, описываемых множеством функций цели $f = \{f_i(\alpha)\}, \alpha \in A, i \in I, I = \{1, \dots, M\}$. Будем считать, что m первых функций цели максимизироваться, а остальные $M-n$ минимизируются. Остановимся на сравнении альтернатив по множеству функций цели. Для сравнения альтернатив будем пользоваться отношениями слабого предпочтения, равноценности и отношением строгого предпочтения. Будем говорить, что

$$\alpha_1 \geq \alpha_2, \text{ когда } \begin{cases} f_i(\alpha_1) \geq f_i(\alpha_2), \forall i \in I_1 \\ f_i(\alpha_1) \leq f_i(\alpha_2), \forall i \in I_2 \end{cases}$$

$\alpha_1 \approx \alpha_2$, тогда и только тогда, когда

$$f_i(\alpha_1) = f_i(\alpha_2), \forall i \in A$$

$\alpha_1 \succ \alpha_2$, тогда и только тогда, когда система неравенств (6) выполняется и хотя бы одно из них строгое.

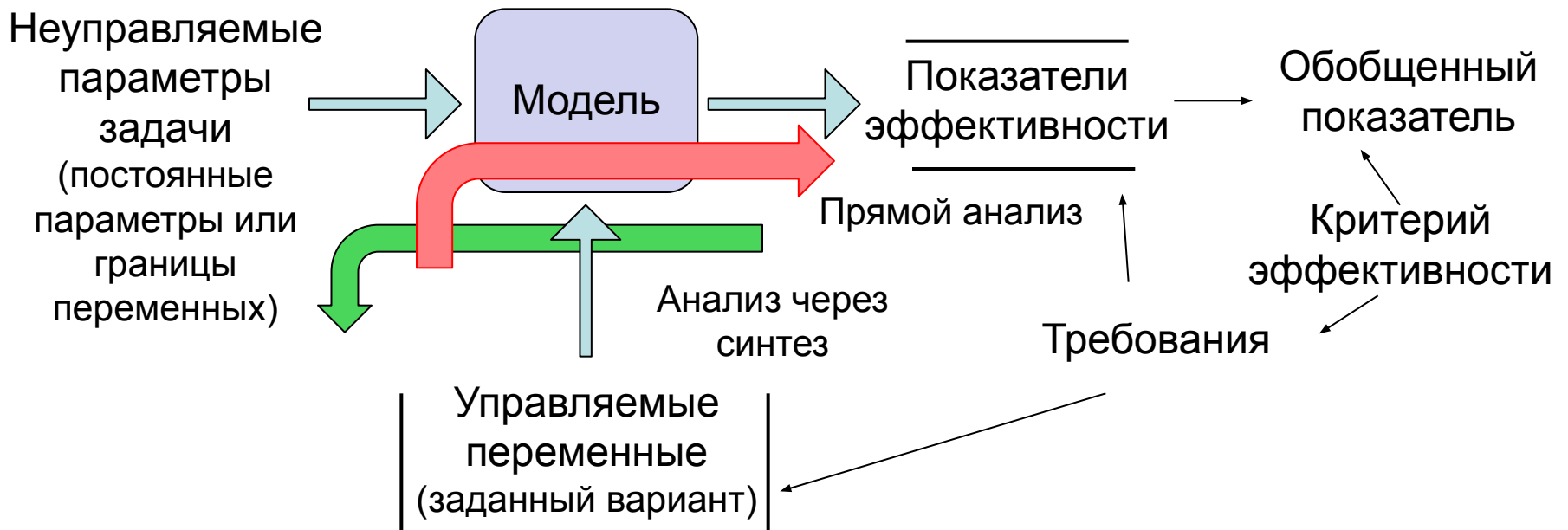
Типовые задачи оптимизации

- Оптимизация функций одной переменных
- Оптимизация функций нескольких переменных
- Задачи и методы условной оптимизации
- Линейное программирование
- Нелинейное программирование
- Динамическое программирование
- Стохастическое программирование
- Теоретико-игровые задачи
- и др.

Эффективность является важнейшим свойством современных систем и сетей связи. Обычно именно с этим понятием связывают результаты функционирования рассматриваемых систем. Определение эффективности элементов, подсистем сетей и систем связи на практике тесно увязывается с решением задач управления. Методы оценки эффективности позволяют получить близкие к предельным результаты функционирования системы в целом или ее частей и позволяют получить важнейшие данные для развития сетей и систем связи.

«Эффективность построения системы связи» - степень приспособленности к решению стоящих задач, скомпенсированные способности (возможности) всех составляющих (подсистем, элементов) построенной системы связи по обеспечению оптимального (или хотя бы рационального) информационного обмена (в интересах внешней системы управления).

Развернутая форма постановки задачи анализа эффективности



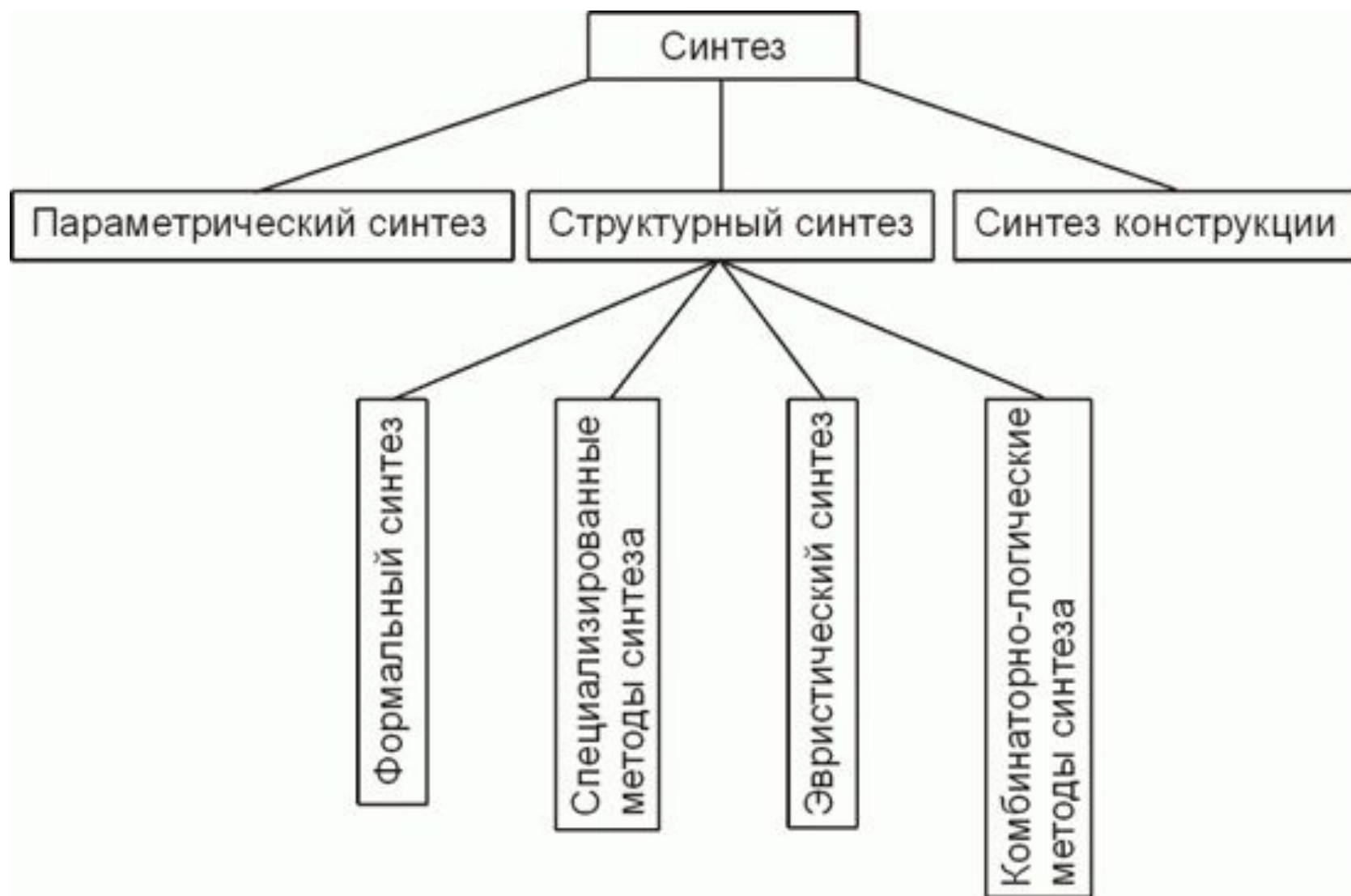
Методы оценки эффективности построения систем ЭС:

- метод обобщенного (агрегированного) показателя. Основная суть его заключается в том, что абсолютное уменьшение одного из показателей может быть компенсировано суммарным абсолютным увеличением других
- метод «затраты - эффект». Каждый из рассматриваемых альтернативных вариантов системы характеризуют векторным показателем, включающим полезный эффект и затраты на построение системы (удельный эффект на единицу затрат);
- метод целевого программирования. Основная суть его заключается в свертывании частных показателей эффективности в агрегирующую (обобщенную) функцию, задаваемую метрикой определенного вида;
- метод главного показателя. Основная суть его заключается в том, что целевой эффект достигается в основном вследствие увеличения одного (главного) показателя.
- метод последовательных уступок.. Все частные показатели ранжируют и нумеруют в порядке убывания их важности, затем максимизируют первый показатель. Далее, назначают некоторую «уступку» от значения этого показателя, чтобы добиться увеличения значения второго и т.д.

Синтез представляет собой проектную процедуру, целью которой является соединение различных элементов, свойств, сторон и т. п. объекта в единое целое, систему. В результате синтеза создаются проектные решения, обладающие новым качеством относительно своих элементов.

Синтез - совокупность задач, концентрирующихся вокруг проблемы построения системы, имеющей предписанное функционирование.

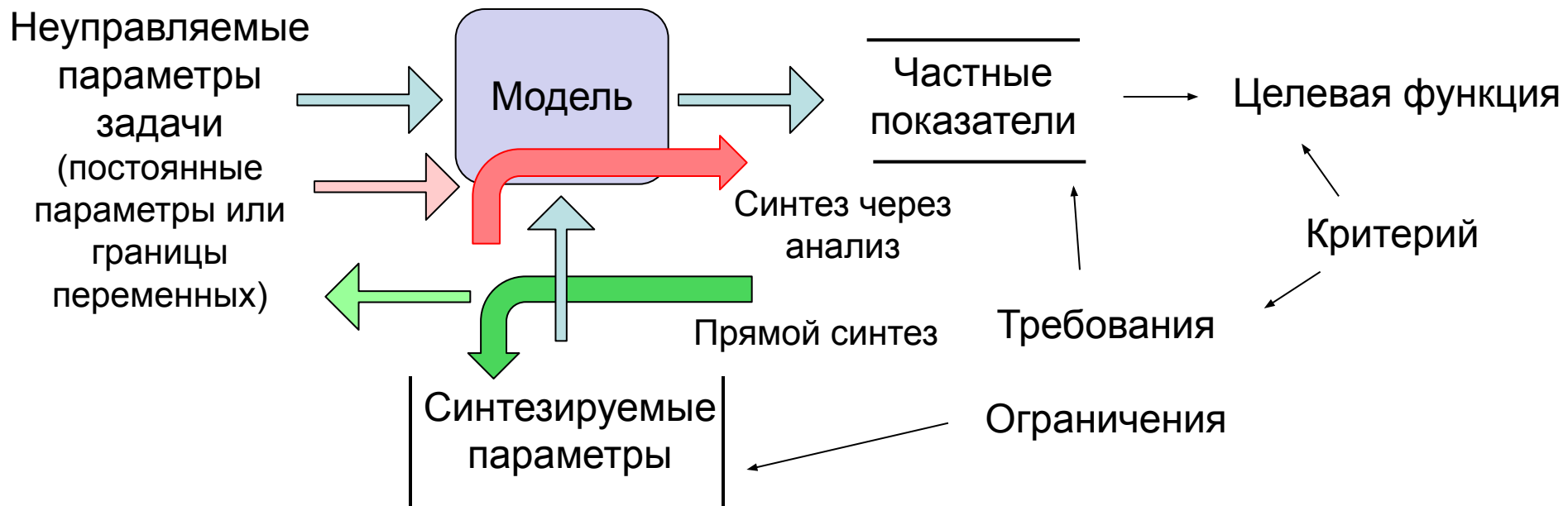
Процедура «оптимизации» сети связи предполагает поиск и определение таких настраиваемых (управляемых) параметров (AP – adjustable parameter) сетевого оборудования (внутренних характеристик), при которых «улучшаются» заданные частные и/или обобщенные показатели качества (эффективности) функционирования сети (в т.ч. KPI – Key Performance Indicator), в частности, показатели качества связи, устойчивости и/или затрат ресурсов (внешние характеристики)



Синтез как процедура «оптимизации»

Процедура «оптимизации» сети связи предполагает поиск и определение таких настраиваемых (управляемых) параметров (*AP – adjustable parameter*) сетевого оборудования (*внутренних характеристик*), при которых «улучшаются» заданные частные и/или обобщенные показатели качества (эффективности) функционирования сети (в т.ч. *KPI - Key Performance Indicator*), в частности, показатели качества связи, устойчивости и/или затрат ресурсов (*внешние характеристики*)

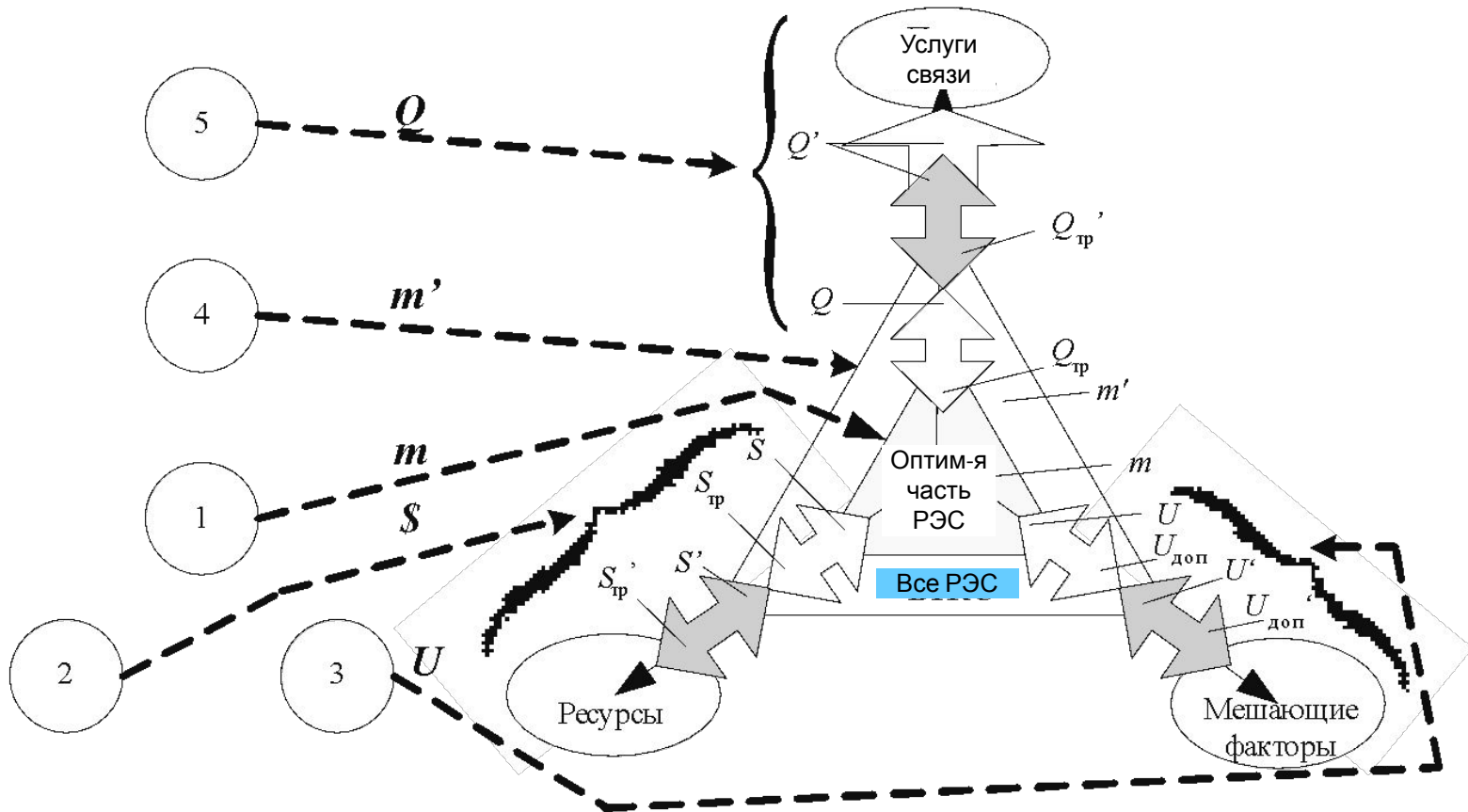
Развернутая форма постановки задачи синтеза (оптимизации)



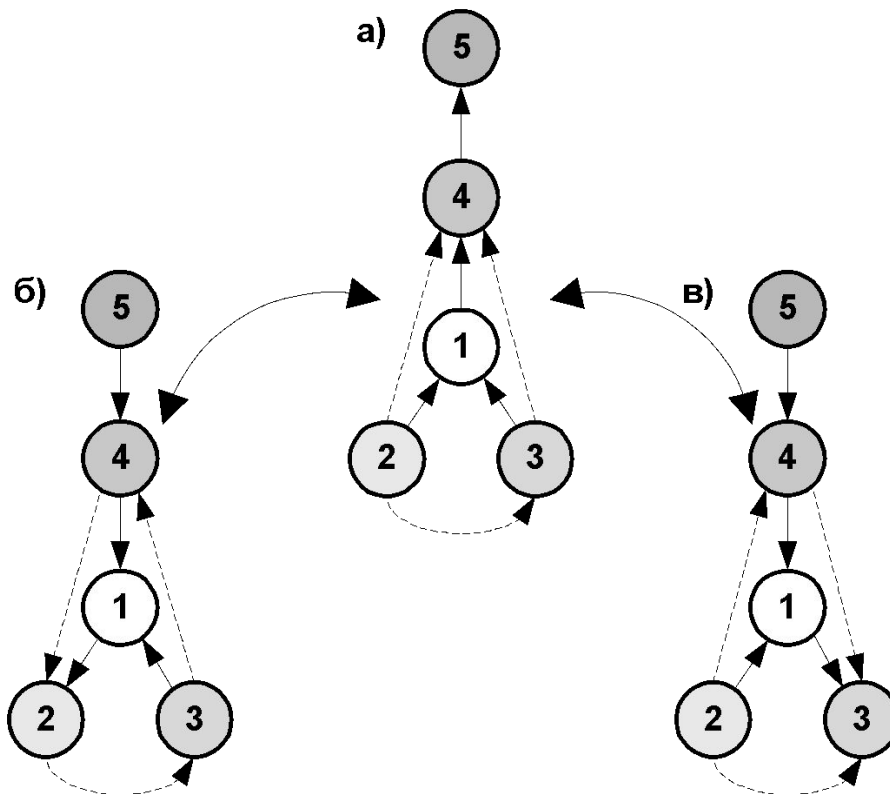
Обобщенная треугольная модель характеристик оптимизируемой системы РЭС (на примере системы связи)



Выделение существенных характеристик оптимизируемой части системы РЭС (сети связи)



Варианты постановок задач анализа оптимизируемой части системы РЭС с учетом причинно-следственных связей между моделями внутренних и внешних характеристик всей системы



а) «прямая задача» анализа

оптимизируемой части системы (1) по **обеспечиваемому качеству услуг** (5) при заданных ресурсах (2), условиях (3) и параметрах остальной части системы (4)

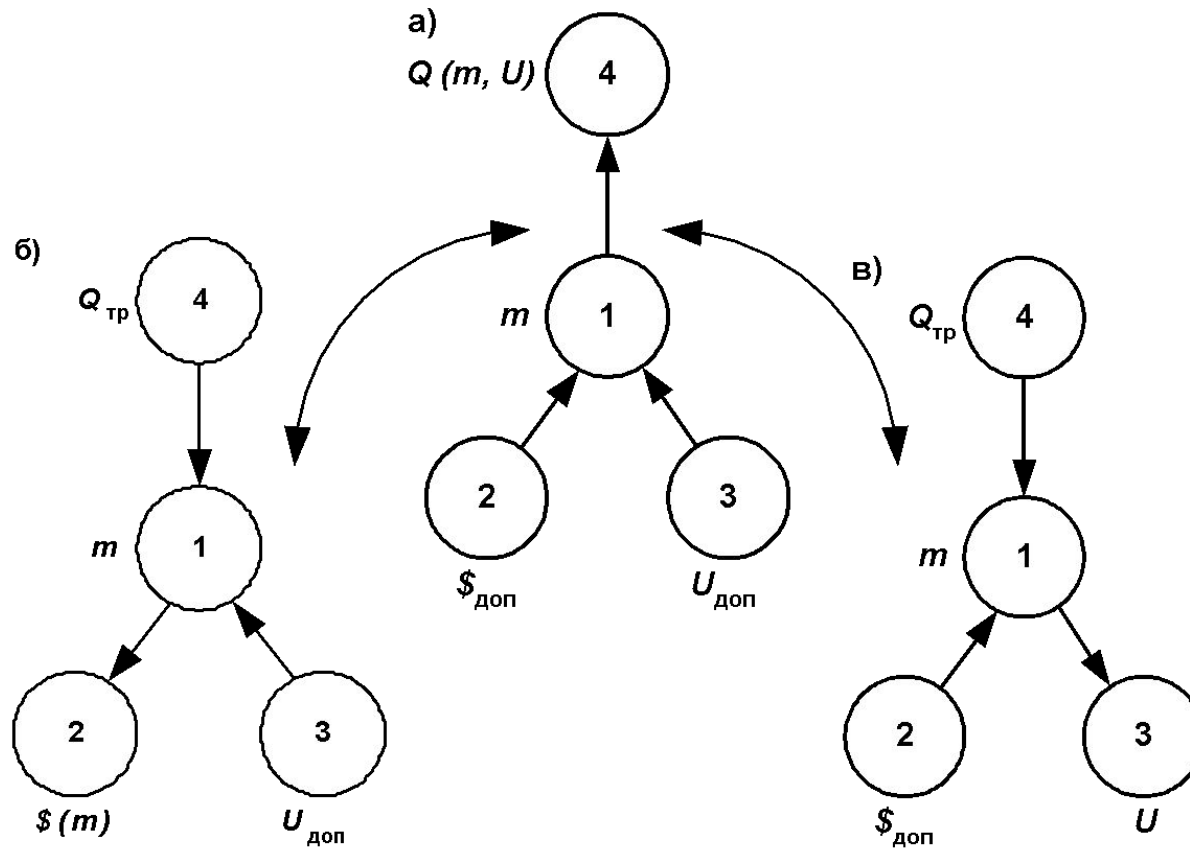
б) «обратная задач» анализа

оптимизируемой части системы (1) по **необходимому объему ресурсов** (2) при заданных услугах (5), условиях (3) и параметрах остальной части системы (4)

в) «обратная задач» анализа

оптимизируемой части системы (1) по **допустимому уровню мешающих факторов** (3) при заданных услугах (5), ресурсах (2) и параметрах остальной части сети (4)

Варианты причинно-следственных связей между моделями, учитываемые при анализе оптимизируемой части системы (1) без использования модели всей системы



Варианты постановок задач синтеза (поиска «наилучших» или «подходящих» значений управляемых параметров) на основе различных вариантов учета причинно-следственных связей между моделями внутренних и внешних характеристик оптимизируемой части радиоэлектронной системы (средства)

а)

$$m^* = \arg \max_{m \in M(S_{\text{доп}})} Q(m, U) \quad \left| \quad S(m) \in S_{\text{доп}}, U \in U_{\text{доп}} \right.$$

$$m^* = \arg \min_{m \in M(S_{\text{доп}})} Q(m, U) \in Q_{\text{тр}}, U \in U_{\text{доп}}, S(m) \in S_{\text{доп}}$$

а) найти «наилучшие» или «подходящие» значения управляемых параметров m^* при которых обеспечивается наилучшее или требуемое качество функционирования Q при заданных ресурсах $S_{\text{доп}}$ и условиях $U_{\text{доп}}$

б)

$$m^* = \arg \min_{m \in M(S_{\text{доп}})} S(m) \quad \left| \quad Q(m, U) \in Q_{\text{тр}}, U \in U_{\text{доп}} \right.$$

$$m^* = \arg \min_{m \in M(S_{\text{доп}})} S(m) \in S_{\text{доп}}, U \in U_{\text{доп}}, Q(m, U) \in Q_{\text{тр}}$$

б) найти «наилучшие» или «подходящие» значения управляемых параметров m^* при которых обеспечивается минимальный или допустимый расход ресурсов S при заданных требованиях к качеству $Q_{\text{тр}}$ и условиях $U_{\text{доп}}$

в)

$$m^* = \arg \max_{m \in M(S_{\text{доп}})} U(m, Q) \quad \left| \quad S(m) \in S_{\text{доп}}, Q(m, U) \in Q_{\text{тр}} \right.$$

$$m^* = \arg \min_{m \in M(S_{\text{доп}})} U(m, Q_{\text{тр}}) \in U_{\text{тр}}, S(m) \in S_{\text{доп}}, Q(m, U) \in Q_{\text{тр}}$$

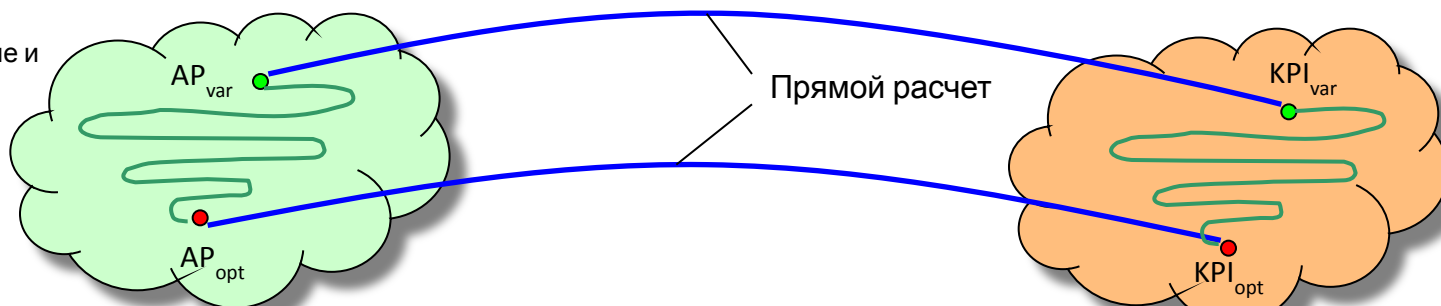
в) найти «наилучшие» или «подходящие» значения управляемых параметров m^* при которых гарантируется устойчивость к наибольшему или заданному уровню мешающих факторов $U_{\text{тр}}$ при заданных требованиях к качеству $Q_{\text{тр}}$ и ресурсах $S_{\text{доп}}$

Методы решения задач синтеза (поиска «наилучших» или «подходящих» значений управляемых параметров) оптимизируемой части системы РЭС

1. «Синтез через анализ» – пошаговый перебор управляемых параметров ($m = AP_{var}$) с контролем результатов прямого расчета показателей качества ($Q = KPI_{var}$) на каждом шаге до момента получения приемлемого (оптимального или требуемого) результата ($AP_{opt} \rightarrow KPI_{opt}$)

Прогнозируемые значения KPI

Исходные, перебираемые и итоговые оптимальные значения управляемых параметров

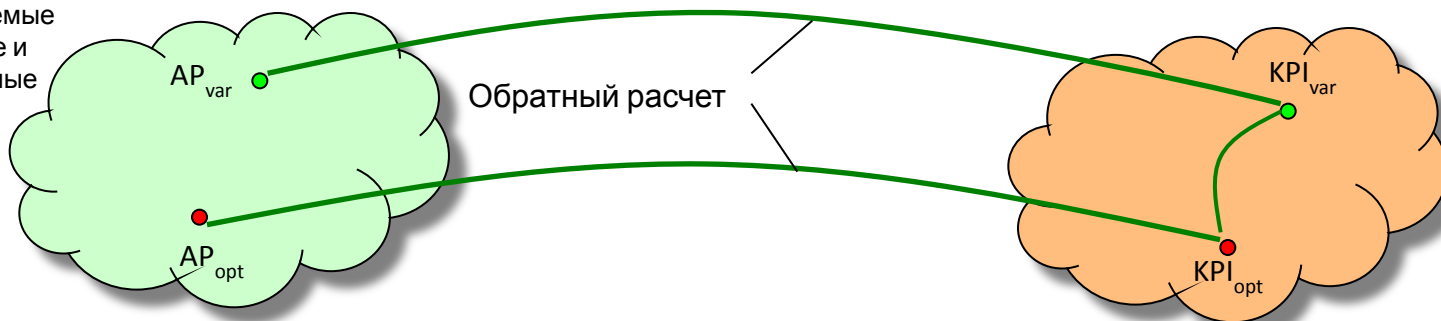


Универсальный и точный способ для любых AP и KPI, но требует много времени

2. «Непосредственный синтез» – обратный расчет оптимальных (требуемых) значений управляемых параметров ($m = AP_{opt}$) на основании заданных оптимальных (требуемых) значений показателей качества ($\max Q \mid Q_{tr} = KPI_{opt}$)

KPI по данным статистики

Диагностируемые проблемные и прогнозируемые оптимальные значения управляемых параметров



Быстрый способ, но реализуем только для некоторых AP и KPI и без гарантий точности

Вопрос 2

**Математические модели
электронных средств и систем**

Основы математического аппарата САПР электронных средств

1. Общие сведения о математическом обеспечении САПР
2. Основные понятия теории множеств
3. Основы алгебры логики
4. Графы. Основные понятия и свойства

Математическое моделирование в задачах проектирования электронных средств

1. Математическое моделирование объектов ЭС
2. Моделирование на микроуровне
3. Моделирование на макроуровне
 - 3.1. Графовые модели
 - 3.2. Модели электрических сигналов
 - 3.3. Модели аналоговых устройств
 - 3.4. Модели цифровых устройств
 - 3.5. Модели электродинамических объектов
4. Моделирование на системном уровне
 - 4.1. Модели систем массового обслуживания
 - 4.2. Модели надежности
 - 4.3. Модели динамических дискретных систем

Вопрос 3

**Методы решения задач
автоматизированного
проектирования средств и систем**

Методы решения задач автоматизированного проектирования электронных средств

1. Задачи системотехнического проектирования

1. Методы принятия решений в условиях полной неопределенности
2. Методы принятия решений в условиях частичной неопределенности
3. Методы, основанные на байесовском подходе
4. Методы нечеткой логики

2. Задачи схемотехнического проектирования

1. Методы решения задач структурного синтеза
2. Метод анализа структурных схем
3. Методы решения задач параметрического синтеза
4. Методы обработки результатов статистического эксперимента
5. Методы анализа сигналов

3. Задачи технологического проектирования

1. Методы анализа качества технологических процессов
2. Методы и алгоритмы контроля качества технологических процессов

4. Задачи конструкторского проектирования

Методы и алгоритмы решения задач конструкторского проектирования

1. Задачи компоновки

1. Последовательный алгоритм, использующий матрицу смежности
2. Последовательный алгоритм, использующий матрицу цепей
3. Последовательно-итерационный алгоритм
4. Генетические алгоритмы
5. Алгоритмы решения задач типизации и покрытия

2. Задачи размещения

1. Последовательно-итерационный алгоритм размещения.
2. Эвристический алгоритм, основанный на методе выделения «длинных» и «коротких» ребер
3. Последовательный алгоритм размещения однотипных элементов
4. Алгоритм, основанный на методе ветвей и границ
5. Алгоритм случайного поиска
6. Алгоритмы размещения соединений по слоям платы

3. Задачи трассировки

1. Алгоритмы формирования списка электрических соединений
2. Алгоритмы определения порядка проведения соединений
3. Общие сведения о алгоритмах трассировки печатных плат
4. Волновой алгоритм
5. Алгоритм встречной волны
6. Волновой алгоритм соединения комплексов
7. Алгоритм минимального отклонения от соединительной линии
8. Алгоритм обхода занятых дискрет
9. Лучевой алгоритм
10. Волновой алгоритм трассировки многослойных печатных плат
11. Алгоритм Хейса