

Лекция 11

3. Электричество

3.1. Электростатика

Взаимодействие заряженных тел. Электрический заряд, его свойства. Закон Кулона. Электрическое поле в вакууме. Напряженность электростатического поля. Поле точечного заряда. Силовые линии электрического поля. Однородное поле. Поток вектора напряженности. Теорема Гаусса в интегральной форме. Напряженность поля заряженного шара, нити, плоскости, двух плоскостей.

Электромагнитное взаимодействие

Электромагнитным взаимодействием называют силы особой, негравитационной (не зависящей от массы тел) природы, возникающие между некоторыми телами.

Тела, на которые действуют электромагнитные силы, называют заряженными или имеющими электрический заряд.

Силы, действующими между зарядами, неподвижными относительно выбранной инерциальной системы отсчета, называют электростатическими.

Электрический заряд

Электрическим зарядом q называется скалярная физическая величина, характеризующая свойство некоторых тел вступать при определенных условиях в электростатическое взаимодействие и определяющая величину возникающей электростатической силы.

Положительные и отрицательные заряды

В природе существуют электрические заряды двух разных видов, которые было предложено называть соответственно положительными и отрицательными.

Положительные и отрицательные заряды

Положительно заряженными произвольно назвали заряды, подобные тем, что возникают на стекле, потертом о шелк; отрицательно – на янтаре (эбоните, сургуче), потертом о шерсть.

Заряды элементарных частиц

Электрический заряд — фундаментальное свойство, которым обладают элементарные частицы.

Электрический заряд неотделим от частицы, которой принадлежит. Наименьшим (элементарным) равным зарядом обладают частицы электрон и протон.

Заряд протонов положителен, а заряд электронов отрицателен.

Элементарный заряд

Элементарным (наименьшим, неделимым) зарядом называется заряд, которым обладает элементарная частица электрон.

$$|e| = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$$

Единица заряда

Единицей заряда является 1 кулон (Кл) — заряд, проходящий через поперечное сечение проводника в 1 сек при силе тока в 1 ампер.

Электризация тел

Электризация (процесс заряжения) какого-либо тела представляет собой либо перенос на это тело, либо увод с него некоторого количества электронов или ионов.

Основные свойства зарядов

Экспериментально установлено, что электрические заряды одного знака отталкиваются друг от друга, противоположного знака – притягиваются.

Электрический заряд не зависит от системы отсчета, т.е. от того, движется тело или покоится.

Электрический заряд дискретен, т.е. состоит из целого числа одинаковых по величине элементарных зарядов.

Закон сохранения электрического заряда

В замкнутой системе тел алгебраическая сумма всех зарядов есть величина постоянная.

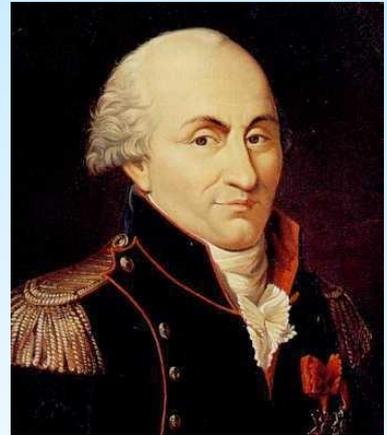
$$\sum_{i=1}^n q_i = q_1 + q_2 + \dots + q_n = \text{const}$$

Точечный заряд

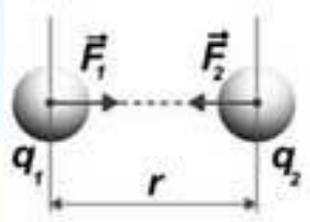
Заряды можно рассматривать как точечные, если расстояние между телами во много раз больше их размеров, так что ни форма, ни размеры заряженных тел существенно не влияют на взаимодействие между ними.

Основной закон электростатики (Кулона)

Сила взаимодействия двух точечных неподвижных заряженных тел в вакууме направлена вдоль прямой линии, соединяющей заряды, прямо пропорциональна произведению модулей обоих зарядов и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними.



Шарль Огюстен де Кулон
1736-1806



$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$$

$$|\vec{F}| = k \frac{|q_1| \cdot |q_2|}{r^2}$$

Коэффициент пропорциональности

Его можно определить экспериментально – численно равен силе, с которой притягиваются (отталкиваются) два заряда по 1 Кл каждый на расстоянии в 1 м.

$$k = 9 \cdot 10^9 \text{ н} \cdot \text{м}^2 / \text{Кл}^2$$

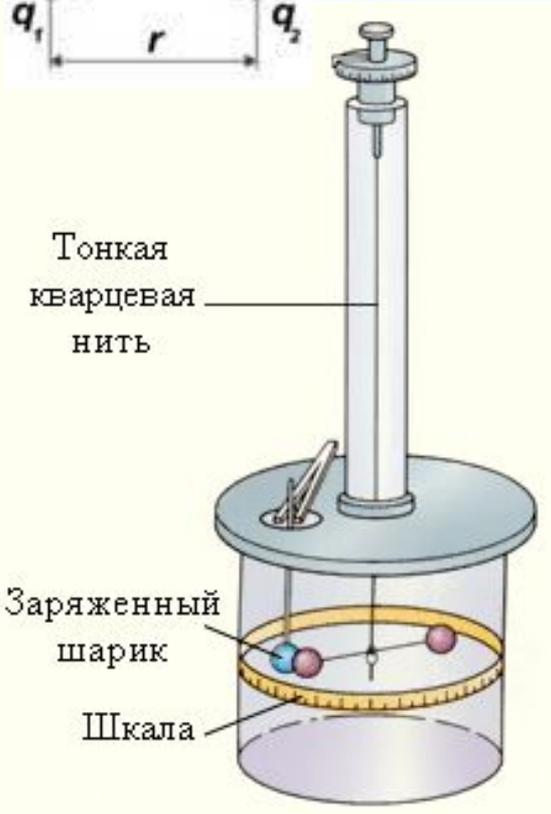
Диэлектрическая постоянная

Принято записывать k в виде:

$$k = \frac{1}{4\pi \epsilon_0}$$

Здесь ϵ_0 – диэлектрическая постоянная

$$\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi k} = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Кл}^2 / (\text{н} \cdot \text{м}^2)$$

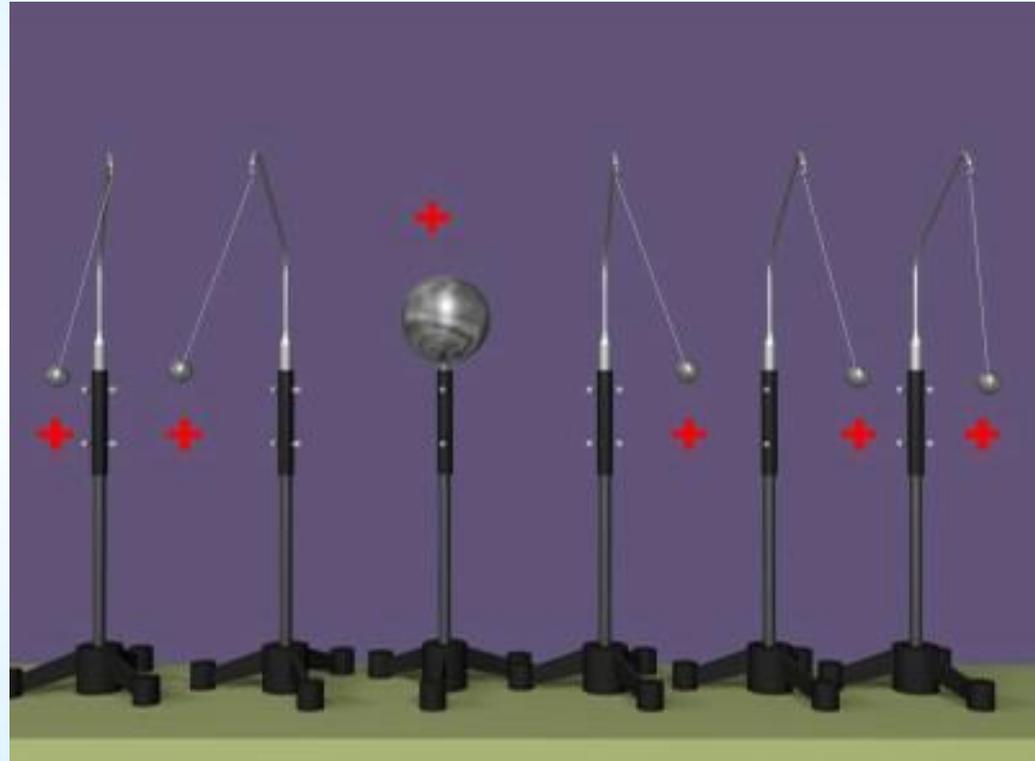


Диэлектрическая проницаемость среды

Диэлектрической проницаемостью среды ϵ называется безразмерная физическая величина, показывающая, во сколько раз сила взаимодействия зарядов в среде меньше силы взаимодействия тех же зарядов в вакууме.

Диэлектрическая проницаемость диэлектриков:

Воздух	1
Керосин	2
Парафин	2
Эбонит	2,6
Масло	5
Слюда	6
Стекло	6
Фарфор	6
Воск	7,8
Вода	81



Закона Кулон в проводящей среде

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}$$

Взаимодействие зарядов

Предположение о том, что взаимодействие между удаленными от друг друга телами всегда осуществляется с помощью промежуточных звеньев (или среды), передающих взаимодействие от точки к точке, составляет сущность теории близкодействия.

Согласно теории дальнего действия взаимодействие мгновенно передается через пустоту на сколь угодно большое расстояние.

Электрическое поле

Понятием электрического поля мы обозначаем пространство, в котором проявляется действие электрического заряда.

Идеи Фарадея

Электрические заряды не действуют друг на друга прямо.

Каждый из них создает в окружающем пространстве электрическое поле. Поле одного заряда действует на другой заряд, и наоборот.

По мере удаления от заряда поле ослабевает.

Скорость распространения электромагнитных взаимодействий (по Максвеллу)

Электромагнитное взаимодействие (поле) распространяется в пространстве с конечной скоростью, равной скорости света.

Свойства электрического поля

1. Поле материально, т.е. существует независимо от знаний о нем.
2. Поле обладает определенной энергией.
3. Поле действует на электрические заряды с некоторой силой.

Пробный заряд

Пробным зарядом называется точечный положительный заряд такой малой величины, чтобы своим действием не искажать заметно исследуемое поле.

Напряженность поля точечного заряда

Напряженностью поля называется векторная физическая величина, характеризующая силовое воздействие поля на внесенные в него электрический заряд, по направлению совпадающая с силой, действующей на положительный заряд и численно равная силе, действующей в данной точке поля на единичный неподвижный точечный заряд.

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

$$|\vec{E}| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{q}{r^2}$$





Напряженность E пропорциональна величине заряда q .

По мере удаления от заряда поле ослабевает $\sim 1/r^2$.

Вектор напряженности в любой точке электрического поля направлен вдоль прямой, соединяющей эту точку и заряд: от заряда, если $q > 0$, и к заряду, если $q < 0$.

$$|E| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{q}{r^2}$$

Принцип суперпозиции полей

Если в данной точке пространства различные заряды создают различные электрические поля с напряженностями соответственно E_1 , E_2 и т.д., то результирующая напряженность поля в этой точке равна геометрической сумме всех напряженностей.

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_n = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i$$

Напряженность поля заряженного тела

$$\vec{E} = \int d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \int \frac{dq}{r^2}$$

Линейная плотность заряда

Линейной плотностью заряда называется заряд бесконечно малого участка длины заряженного тела.

В случае равномерно распределенного заряда – заряд единицы длины.

$$\tau = \frac{dq}{dl} \longrightarrow \tau = \frac{q}{l}$$

Поверхностная плотность заряда

Поверхностной плотностью заряда называется заряд бесконечно малого участка площади заряженной поверхности.

В случае равномерно распределенного заряда – заряд единицы площади.

$$\sigma = \frac{dq}{dS} \longrightarrow \sigma = \frac{q}{S}$$

Объемная плотность заряда

Объемной плотностью заряда называется заряд бесконечно малого участка объема заряженного тела.

В случае равномерно распределенного заряда – заряд единицы объема.

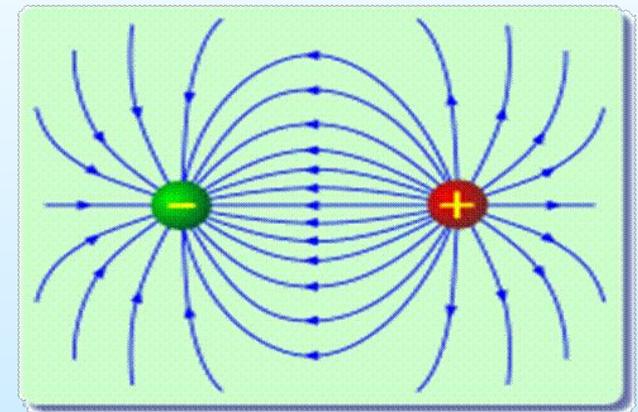
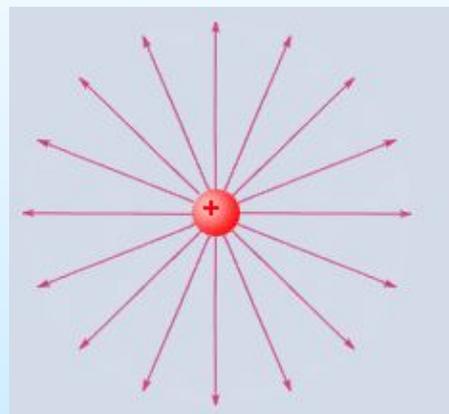
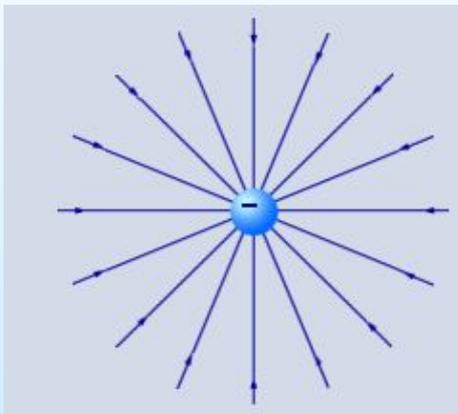
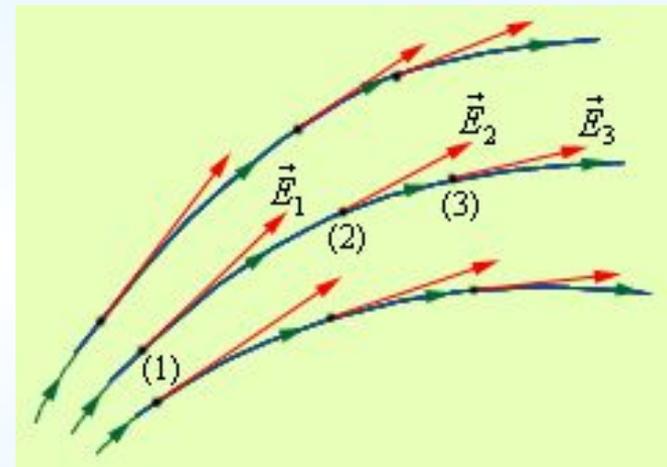
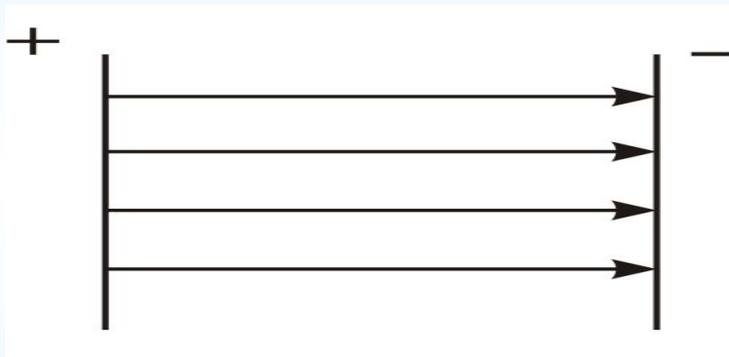
$$\rho = \frac{dq}{dV} \longrightarrow \rho = \frac{q}{V}$$

Однородное поле

Электрическое поле, напряженность которого во всех точках пространства одинакова, называют однородным.

Силовые линии электрического поля

Силовыми линиями называются непрерывные линии, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора напряженности поля в этой точке.



Свойства силовых линий электрического поля

1. Силовые линии начинаются на + зарядах, и кончаются на отрицательных, или уходят в бесконечность, если заряд один.
2. Так как поле существует во всех точках пространства, то через любую точку можно провести силовую линию.
3. Силовые линии нигде не пересекаются, так как в каждой точке может быть только одно значение напряженности.
4. Силовые линии принято проводить с такой густотой, чтобы число линий, пронизывающих воображаемую площадку площадью 1 м^2 , перпендикулярную к линиям, была равна напряженности поля в этом месте. (Т.е. густота больше там, где больше напряженность.)
5. Однородное поле изображается системой параллельных силовых линий одинаковой густоты.
6. Силовые линии не следует отождествлять с траекторией движения в электростатическом поле очень легких заряженных частиц, так как по касательной к силовой линии направлена не скорость частицы (как у траектории), а сила, действующая на частицу, т.е. ее ускорение, которые вовсе не всегда совпадают даже для однородного поля.

Поток вектора напряженности электрического поля

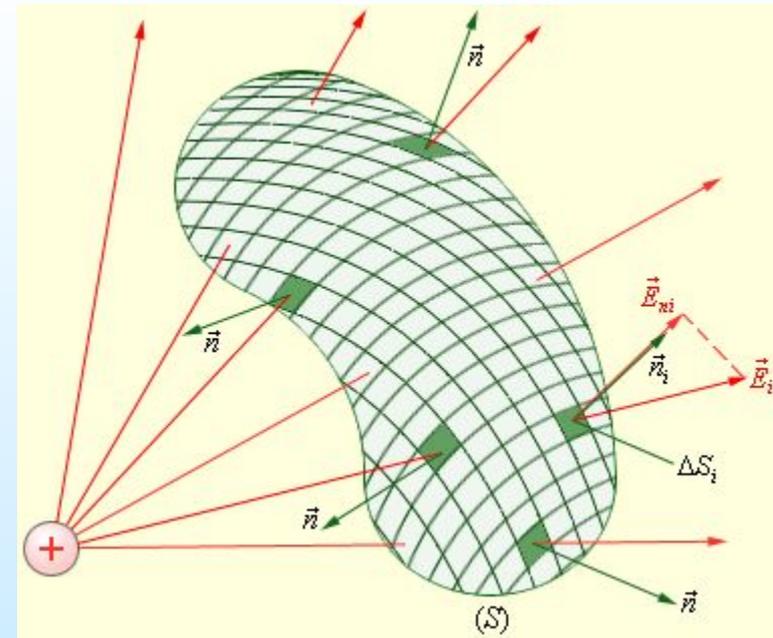
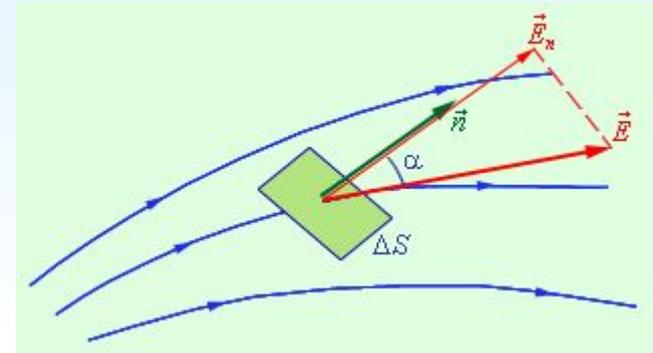
Потоком вектора напряженности называется скалярная физическая величина, характеризующая интенсивность поля в данном месте пространства, и численно равная количеству силовых линий, пронизывающих данную площадку в направлении нормали к ней.

$$d\Phi = E dS \cos \alpha = E_n dS$$

Знак потока вектора E зависит от выбора направления нормали к площадке, т.е. $d\Phi$ может быть и положительным, и отрицательным.

В случае замкнутых поверхностей принято под нормалью понимать нормаль, выходящую наружу. Поэтому поток, выходящий из замкнутой области, будет считаться положительным, а входящий в замкнутую область – отрицательным.

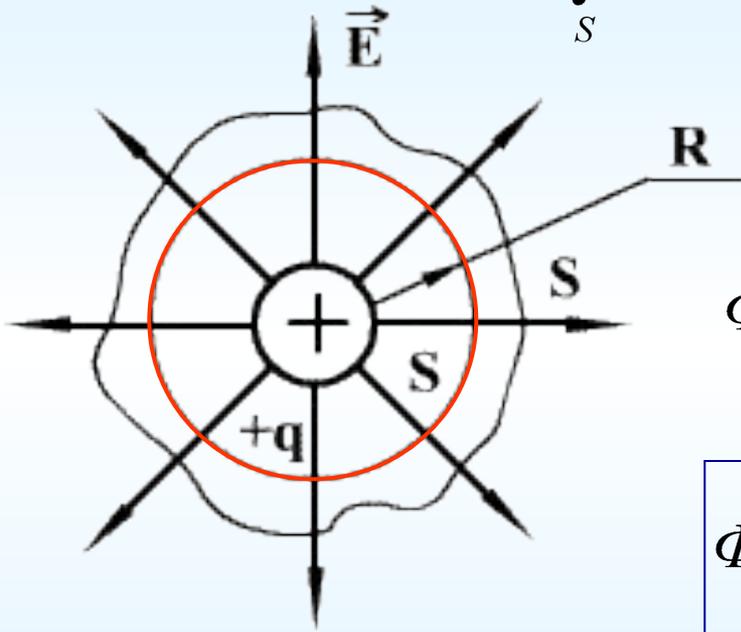
$$\Phi = \int_S E_n dS$$



Теорема Гаусса

Вычислим поток E через замкнутую сферическую поверхность S радиусом r , окружающую заряд q :

$$\Phi = \oint_S E_n dS = \oint_S E dS \cos \alpha = E \oint_S dS = ES$$



$$\Phi = ES = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{q}{r^2} \cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0\epsilon}$$

$$\Phi = \sum_{i=1}^n \Phi_i = \sum_{i=1}^n \oint_S E_i dS = \frac{1}{\epsilon_0\epsilon} \sum_{i=1}^n q_i$$

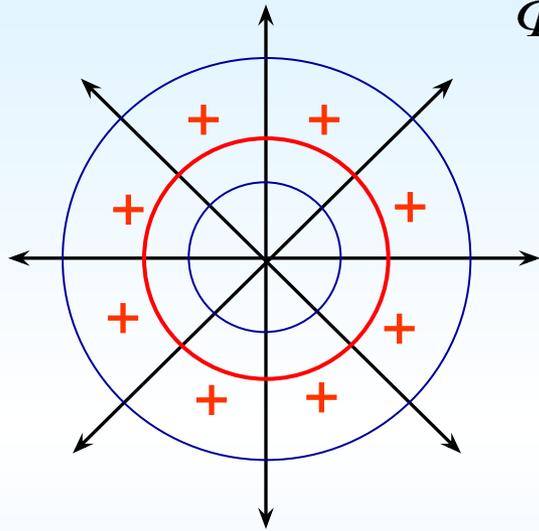


Карл Фридрих
Гаусс
1777-1855

Поток вектора напряженности электрического поля через произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме заключенных внутри этой поверхности зарядов, деленной на диэлектрическую постоянную и диэлектрическую проницаемость среды.

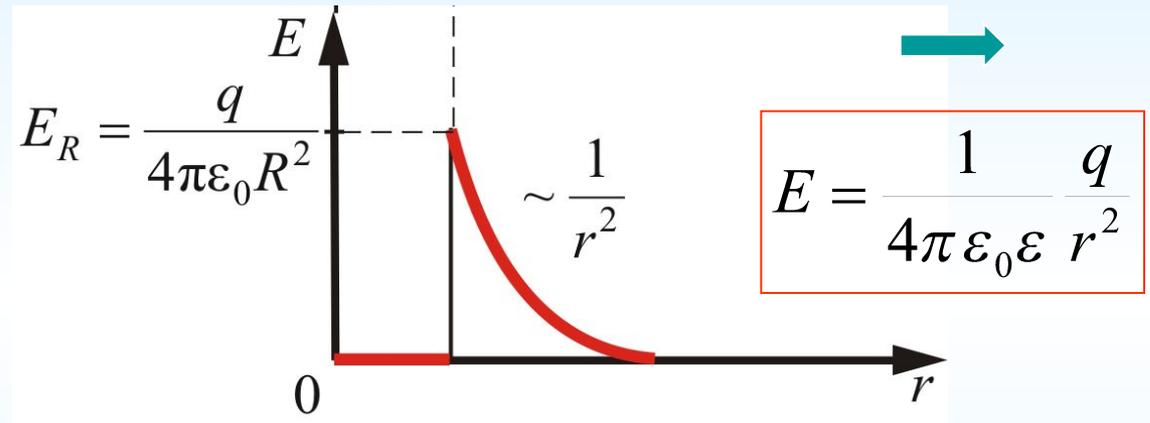
1. Напряженность поля, создаваемая шаром с заряженной сферической поверхностью

Проведем поверхность с радиусом r больше радиуса шара R :



$$\Phi = \oint_S E dS = ES = E \cdot 4\pi r^2$$

$$\Phi = \frac{q}{\epsilon_0 \epsilon}$$



Напряженность электрического поля вне заряженной сферы совпадает с напряженностью для точечного заряда.

Проведем поверхность с радиусом r меньше радиуса шара R :

$$\Phi = \frac{1}{\epsilon_0 \epsilon} \sum_{i=1}^n q_i = 0 \quad \longrightarrow \quad \Phi = \oint_S E dS = 0 \quad \longrightarrow \quad E = 0$$

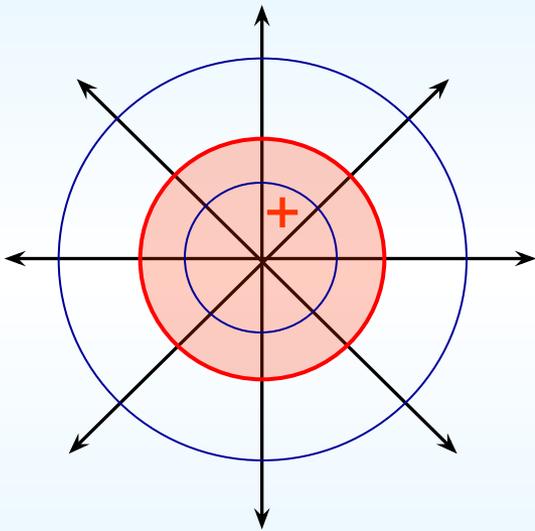
Поле внутри заряженной поверхности отсутствует!

2. Напряженность поля объемно заряженного шара

Рассмотрим шар радиуса R с равномерной объемной плотностью заряда ρ :

В любой точке лежащей вне шара на расстоянии от его центра $r > R$ напряженность аналогична полю точечного заряда:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{q}{r^2}$$

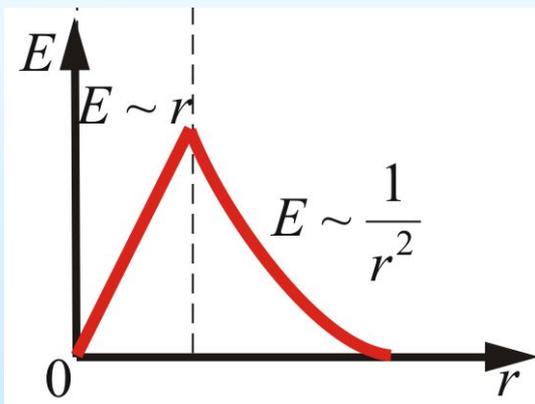


Проведем поверхность с радиусом r меньше радиуса шара R :

$$\Phi = \frac{q}{\epsilon_0\epsilon} = \frac{\rho V}{\epsilon_0\epsilon} = \frac{\rho}{\epsilon_0\epsilon} \cdot \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$\Phi = \int_S E dS = E \cdot 4\pi r^2 \quad \longrightarrow \quad E = \frac{1}{3} \frac{\rho}{\epsilon_0\epsilon} r$$

Напряженность поля внутри заряженной сферы растет линейно с расстоянием от центра сферы.



3. Напряженность поля, создаваемая бесконечно протяженным заряженным цилиндром

Напряженность поля в точке на расстоянии r от цилиндра равна:

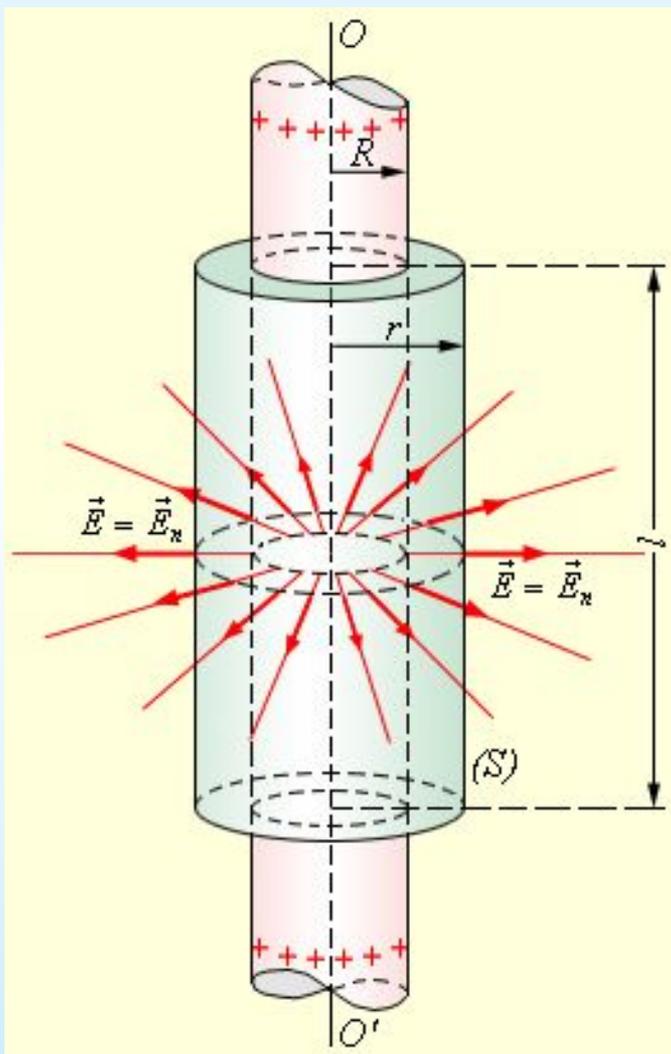
$$\Phi = \int_S E dS = 2\pi r l E$$

По теореме Гаусса:

$$\Phi = \frac{q}{\varepsilon_0 \varepsilon} = \frac{\tau l}{\varepsilon_0 \varepsilon}$$



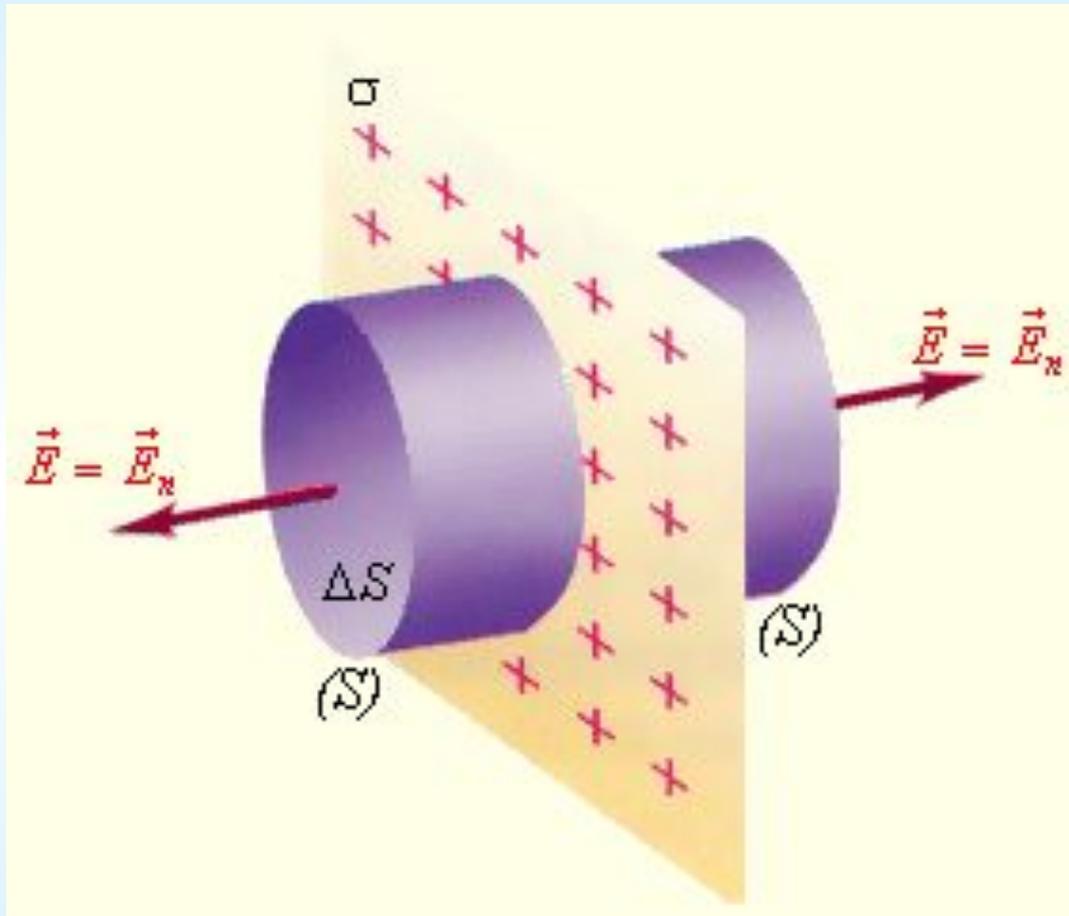
$$E = \frac{1}{2\pi \varepsilon_0 \varepsilon} \frac{\tau}{r}$$



Этот результат не зависит от радиуса R заряженного цилиндра, поэтому он применим и к полю длинной однородно заряженной нити.

4. Напряженность поля, создаваемая бесконечно однородно заряженной плоскостью

Напряженность поля на любом расстоянии от плоскости равна:



$$\Phi = \oint_S E dS = 2E \Delta S$$

По теореме Гаусса:

$$\Phi = \frac{q}{\epsilon_0 \epsilon} = \frac{\sigma \Delta S}{\epsilon_0 \epsilon}$$

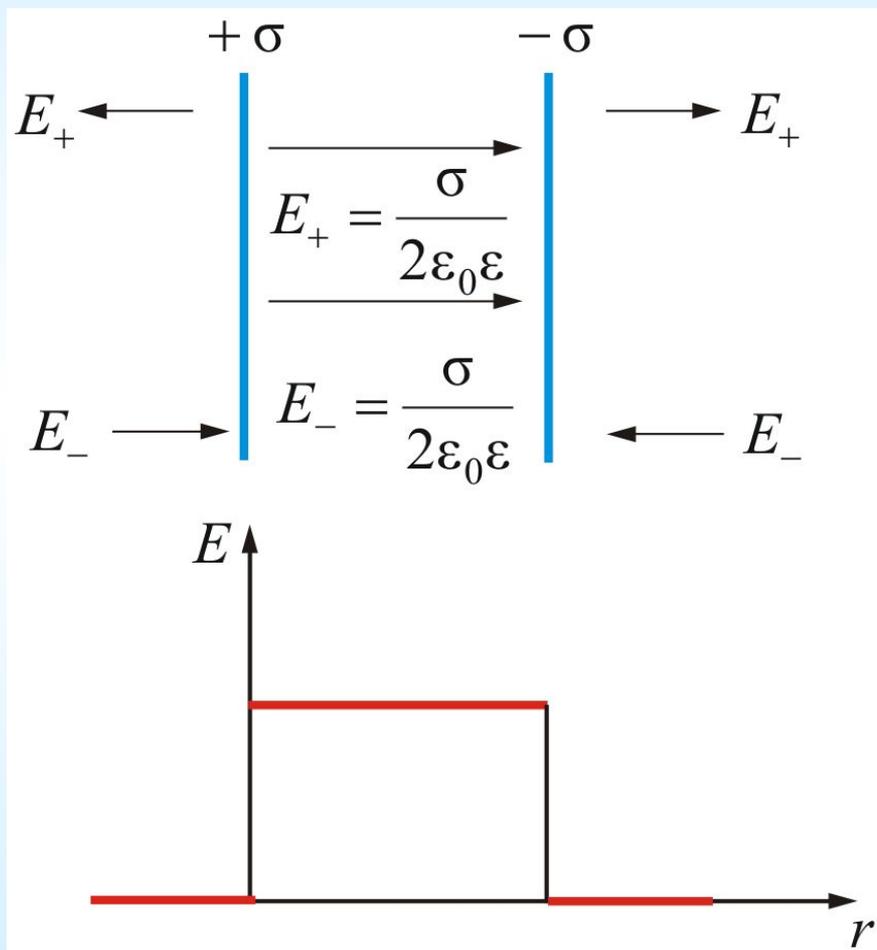


$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0 \epsilon}$$

Этот результат не зависит от длины выбранного цилиндра, т.е. напряженность поля одинакова на любых расстояниях от плоскости (поле однородно).

5. Напряженность поля между двумя параллельными бесконечными заряженными плоскостями

Рассмотрим две плоскости, заряженные разноименными зарядами с одинаковой по величине поверхностной плотностью:



Между плоскостями:

$$E = E_1 + E_2$$



$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0\epsilon} + \frac{\sigma}{2\epsilon_0\epsilon} = \frac{\sigma}{\epsilon_0\epsilon}$$

Вне объема, ограниченного плоскостями:

$$E = E_1 - E_2 = 0$$

В этом случае все электрическое поле оказывается сосредоточено между плоскостями и поле это однородно.