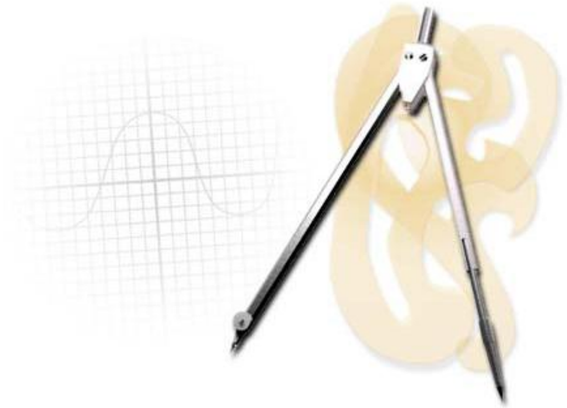
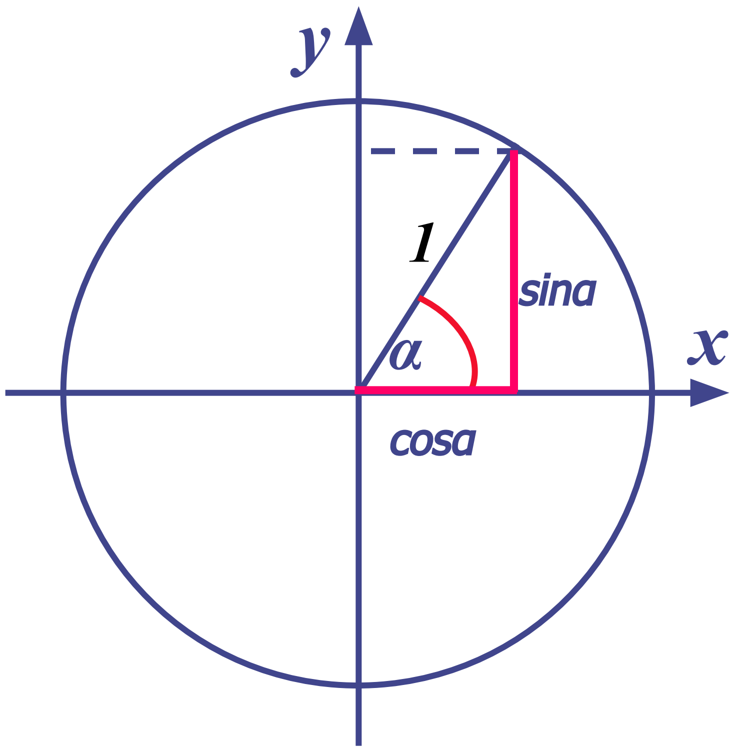
Преобразование тригонометрических выражений

Формулы Тригонометрии



Зависимость между синусом, косинусом, тангенсом и котангенсом одного и того же угла



По теореме Пифагора:

$$\boxed{\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1}$$

Разделим обе части равенства на $\sin^2\alpha \neq 0$

$$1 + ctg^2\alpha = \frac{1}{\sin^2\alpha}$$

Разделим обе части равенства на $\cos^2\alpha \neq 0$

$$tg^2\alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2\alpha}$$

Зависимость между синусом, косинусом, тангенсом и котангенсом одного и того же угла

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

$$\operatorname{ctg}\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$$

$$\operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{ctg}\alpha = ?\ 1$$

Пример 1

$\sin t = \frac{3}{5}$ и $0 < t < \frac{\pi}{2}$. Найти $\cos t$, $tg t$, $ctg t$.

$$\sin^2 t + \cos^2 t = 1$$

$$\cos^2 t = 1 - \sin^2 t = 1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{16}{25}$$

$$\cos t = \frac{4}{5} \quad \text{или} \quad \cos t = -\frac{4}{5}$$

т.к. $0 < t < \frac{\pi}{2}$ (I четверть, $\cos t > 0$), то $\cos t = \frac{4}{5}$

$$tg t = \frac{\sin t}{\cos t} \qquad ctg t = \frac{1}{tg t}$$

$$tg t = \frac{3}{5} : \frac{4}{5} = \frac{3}{4} \qquad ctg t = \frac{4}{3}$$

Пример 2

$tgt = -\frac{5}{12}$ и $\frac{\pi}{2} < t < \pi$. Найти sint, cost, ctgt.

$$tg^2 t + 1 = \frac{1}{\cos^2 t} \qquad \frac{1}{\cos^2 t} = 1 + \left(-\frac{5}{12}\right)^2 = \frac{169}{144}$$

$$\cos t = \frac{12}{13} \quad или \quad \cos t = -\frac{12}{13}$$

т.к. $\frac{\pi}{2} < t < \pi$ (II четверть, $cost < 0$), то $cost = -\frac{12}{13}$

$$tgt = \frac{\sin t}{\cos t} \qquad \sin t = tgt \cdot \cos t = \left(-\frac{5}{12}\right) \cdot \left(-\frac{12}{13}\right) = \frac{5}{13}$$

$$ctgt = \frac{1}{tgt} \qquad ctgt = -\frac{12}{5}$$

Синус и косинус суммы и разности аргументов

$$\sin(x+y) = \sin x \cos y \quad \cos x \sin y$$

$$\sin(x-y) = \sin x \cos y \quad \cos x \sin y$$

$$\cos(x+y) = \cos x \cos y \quad \sin x \sin y$$

$$\cos(x+y) = \cos x \cos y \quad \sin x \sin y$$

Тангенс суммы и разности аргументов

$$tg(x+y)=\frac{tgx+tgy}{1-tgxtgy}$$

$$tg(x-y)=\frac{tgx-tgy}{1+tgxtgy}$$

Формулы двойного угла

$$\sin 2x = \sin(x + x) = \sin x \cos x + \cos x \sin x = 2 \sin x \cos x$$

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$$

$$\cos 2x = \cos(x + x) = \cos x \cos x - \sin x \sin x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$tg 2x = tg(x + x) = \frac{tgx + tgx}{1 - tgxtgx} = \frac{2tgx}{1 - tg^2 x}$$

$$tg 2x = \frac{2tgx}{1 - tg^2 x}$$

Формулы двойного угла

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$$

$$\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$$

$$\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$$

$$\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$$

Формулы понижения степени

$$\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$$

$$\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$$

Выразим $\sin^2 x$

Выразим $\cos^2 x$

$$\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$$

$$\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$$

Преобразование сумм тригонометрических функций в произведение

$$\sin x + \sin y = 2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$$

$$\sin x - \sin y = 2\sin\frac{x-y}{2}\cos\frac{x+y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$$

$$\cos x - \cos y = -2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$$

содержание

Преобразование произведений тригонометрических функций в суммы

$$\cos x \cdot \cos y = \frac{1}{2}\left(\cos(x-y)+\cos(x+y)\right)$$

$$\sin x \cdot \sin y = \frac{1}{2}\left(\cos(x-y)-\cos(x+y)\right)$$

$$\sin x \cdot \cos x = \frac{1}{2}\left(\sin(x-y)+\sin(x+y)\right)$$