

ЛЕКЦИЯ 3. ПЕРВОЕ НАЧАЛО ТЕРМОДИНАМИКИ

3.1 Температура

Термодинамика

- **Термодинамика** – это раздел физики, занимающийся изучением общих свойств вещества, связанных с тепловым движением.
- Термодинамика является наиболее общим способом описания поведения макроскопических систем, который применим к любым системам независимо от конкретной физической природы составляющих ее частиц.
- Термодинамика базируется на основных законах (постулатах), называемых **началами термодинамики**, справедливость которых подтверждается только опытным путем.
- Под общим началом термодинамики понимается следующий постулат: **каким бы ли было начальное состояние тел изолированной системы, в ней, в конце концов, установится термодинамическое равновесие, при котором прекратятся все макроскопические процессы. Необходимым условием термодинамического равновесия является равенство температур всех тел, составляющих систему.**

Температура

- **Температурой** называется физическая величина, определяющая «степень нагретости» тел и характеризующая состояние термодинамического равновесия системы.
- Температура зависит от **параметров состояния** системы, например, от давления p и объема V , и является функцией внутренней энергии системы U .
- Температура является **макроскопической характеристикой термодинамической системы**; она не имеет смысла для систем, состоящих из одной или нескольких молекул.
- Важное **физическое содержание термодинамической температуры** заключается в том, что она, согласно МКТ, определяется среднюю кинетическую энергию молекул

Термодинамическая шкала температур

- В физике наиболее часто используется термодинамическая шкала температур (шкала Кельвина). Единицей температуры по этой шкале является кельвин (К), являющийся одной из основных единиц СИ: $[T] = \text{К}$.
- Термодинамическую шкалу температур строят по общей реперной точке – **тройной точке воды** $T_{\text{тр}}$ – температуре, при которой вода, водяной пар и лед находятся в равновесии при давлении 609 Па.

$$T_{\text{тр}} = 273,16 \text{ К}$$

Температурные шкалы

- Температура по шкале Цельсия $t^{\circ}\text{C}$ связана с термодинамической температурой T соотношением,

$$t^{\circ}\text{C} = T - 273,15$$

причем точке кристаллизации воды соответствует температура $t = 0^{\circ}\text{C} = 273,15 \text{ К}$, а точке кипения воды – температура $t = 100^{\circ}\text{C} = 373,15 \text{ К}$.

В ряде стран используется температурная шкала Фаренгейта, которая обозначается $t^{\circ}\text{F}$. Связь температур по шкале Фаренгейта и шкале Цельсия определяется соотношениями:

$$t^{\circ}\text{F} = 32 + \frac{9}{5} t^{\circ}\text{C};$$

$$t^{\circ}\text{C} = \frac{5}{9} (t^{\circ}\text{F} - 32).$$

Абсолютный нуль температуры

- Температура $T = 0$ К называется **абсолютным нулем температуры**. Это самая низкая из всех возможных температур. Абсолютный нуль температуры принципиальной недостижим, но приблизиться к нему по мере развития экспериментальной техники удастся все ближе и ближе.

Характерные значения температур в природе и технике

Температура, К	Объект/процесс с данной температурой
10^9	Внутренность поверхность горячих звезд
10^8	Взрыв водородной бомбы
10^7	Внутренность Солнца
10^6	Солнечная корона
10^5	Поверхность горячих звезд
10^4	Поверхность Солнца
10^3	Газовая турбина
10^2	Кипение воды
77	Сжижение азота
4	Сжижение гелия
$2 \cdot 10^{-8}$	Самая низкая из достигнутых температур

ЛЕКЦИЯ 3. ПЕРВОЕ НАЧАЛО ТЕРМОДИНАМИКИ

3.2 Термодинамические процессы

Равновесное состояние термодинамической системы

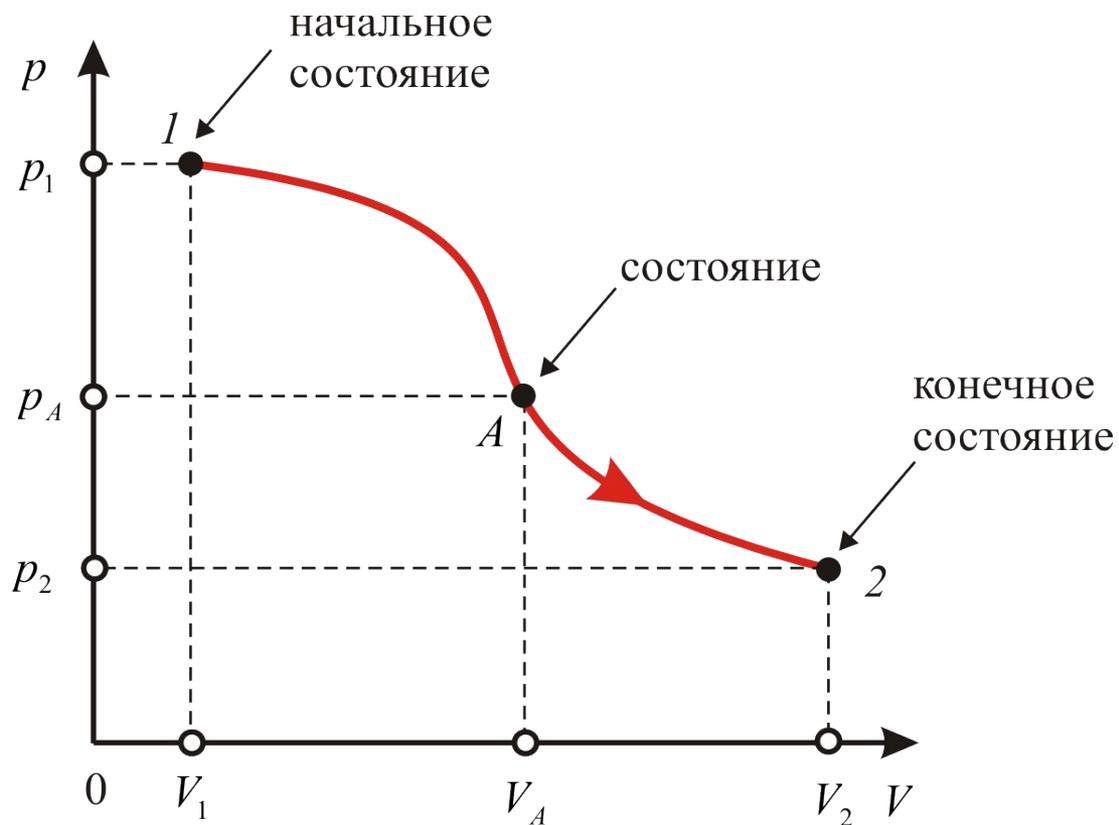
- **Равновесным** состоянием термодинамической системы называется состояние, при котором все параметры, характеризующие систему, определены и не меняются с течением времени.
- Если какой-либо из параметров системы не имеет определенного значения (например, температура системы в разных ее частях различна), то такое состояние термодинамической системы называется **неравновесным**. По истечении некоторого времени τ , называемого **временем релаксации**, система самопроизвольно переходит из неравновесного в равновесное состояние.

Термодинамический процесс

- **Термодинамическим процессом** называется изменение хотя бы одного из параметров состояния термодинамической системы.
- Обычно в термодинамике рассматривают **квазиравновесные (квазистатические) процессы**, при которых время изменения t какого-либо из параметров состояния значительно превосходит время релаксации τ , т.е. $t \gg \tau$.
- Важным свойством таких процессов является их **обратимость**. Процесс называется **обратимым**, если он может быть осуществлен в обратном порядке через ту же совокупность квазиравновесных состояний, по которым был реализован прямой процесс.

Графическое изображение состояния и процесса

- Состояния термодинамической системы, а также термодинамические процессы удобно изображать на диаграмме параметров этой системы: pV , pT , TV – диаграммах.
- Состояние термодинамической системы изображается на диаграмме в виде точки; термодинамический процесс – в виде линии с указанием направления его протекания



ЛЕКЦИЯ 3. ПЕРВОЕ НАЧАЛО ТЕРМОДИНАМИКИ

3.3 Внутренняя энергия идеального газа. Работа. Количество теплоты

Работа идеального газа

- При бесконечно малом изменении объема термодинамической системы на величину dV совершается **элементарная работа**

$$\delta A = p dV$$

где p – давление газа.

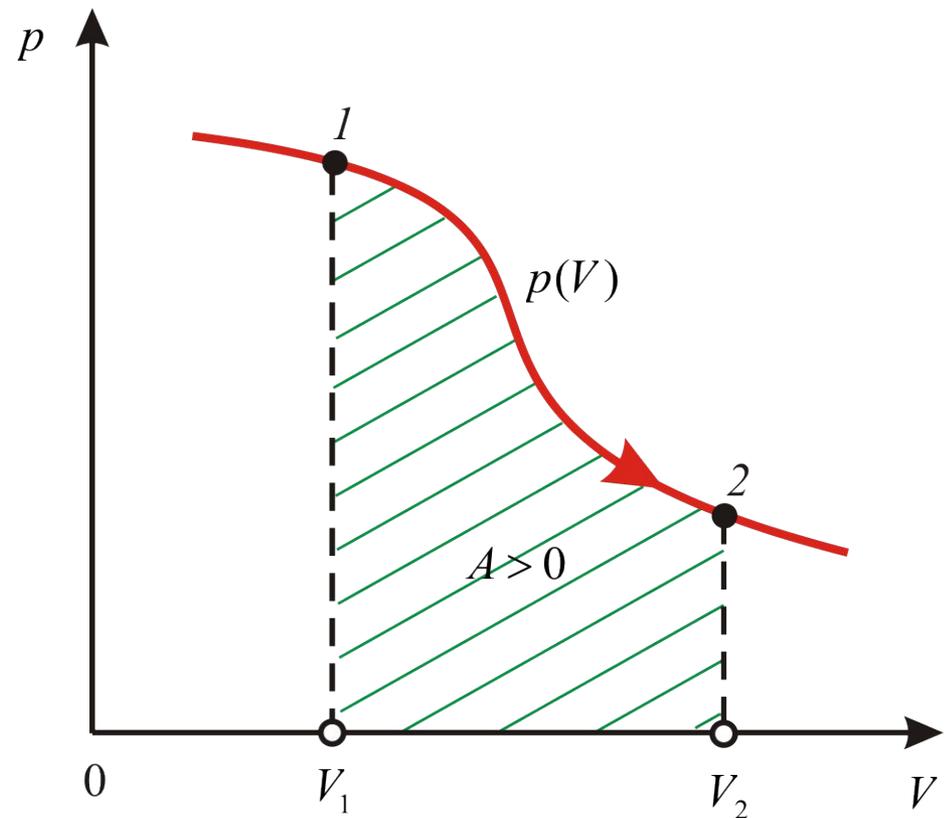
При изменении объема термодинамической системы от значения V_1 до значения V_2 совершает работа

$$A_{12} = \int \delta A = \int_{V_1}^{V_2} p(V) dV$$

Если $A_{12} > 0$ (расширение), то работа совершается самой термодинамической системой над внешними силами; если $A_{12} < 0$ (сжатие), то внешние силы совершают работу над системой.

Графическое представление работы идеального газа

- Работа численно равна площади на pV -диаграмме состояний, ограниченной осью V , вертикальными линиями, соответствующими начальному и конечному значениям объема газа, а также кривой $p(V)$



Внутренняя энергия термодинамической системы

- Важной физической величиной, характеризующей равновесное состояние термодинамической системы, является **внутренняя энергия U** – величина, равная сумме:
 - кинетической энергии поступательного движения молекул $K_{\text{пост}}$,
 - кинетической энергии вращательного движения молекул $K_{\text{вращ}}$,
 - кинетической и потенциальной энергии колебательного движения молекул и атомов в молекулах $K_{\text{кол}}$, $\Pi_{\text{кол}}$,
 - потенциальной энергии взаимодействия между молекулами $\Pi_{\text{вз}}$,
 - внутримолекулярной энергии $\Pi_{\text{в/м}}$:

$$U = K_{\text{пост}} + K_{\text{вращ}} + K_{\text{кол}} + \Pi_{\text{кол}} + \Pi_{\text{вз}} + \Pi_{\text{в/м}}$$

Отметим, что кинетическая энергия системы как целого и ее потенциальная энергия во внешнем поле во внутреннюю энергию не входят.

Свойства внутренней энергии

- Внутренняя энергия определена с точностью до произвольной постоянной. Поскольку в термодинамических системах внутримолекулярная энергия, включающая в себя энергию электронных оболочек атомов и внутриядерную энергию, остается, как правило, неизменной, то ее вклад во внутреннюю энергию можно не учитывать.
- Внутренняя энергия является **аддитивной** величиной: внутренняя энергия системы U представляет собой сумму внутренних энергий U_i отдельных частей, образующих эту систему:

$$U = \sum_i U_i$$

- Внутренняя энергия является **функцией состояния** термодинамической системы: приращение внутренней энергии ΔU при переходе системы из состояния 1 в состояние 2 не зависит от пути перехода, а определяется лишь разностью значений U в конечном и начальном состояниях:

$$\Delta U = U_2 - U_1 \neq U(\text{вид процесса})$$

Внутренняя энергия идеального газа

- Для идеального газа потенциальная энергия взаимодействия между молекулами равна нулю: $\Pi_{\text{вз}} = 0$, поэтому

$$U = K_{\text{пост}} + K_{\text{вращ}} + K_{\text{кол}} + \Pi_{\text{кол}}$$

- С учетом равномерного распределения энергии по степеням свободы молекул энергия одного моля идеального газа $U_{\text{мол}}$ выражается через число степеней свободы его молекул i соотношением

$$U_{\text{мол}} = \frac{i}{2} kT \cdot N_A = \frac{i}{2} RT$$

- Внутренняя энергия ν молей идеального газа (γ - показатель адиабаты)

$$U = \frac{i}{2} \nu RT = \frac{\nu RT}{\gamma - 1} \quad \gamma = \frac{i + 2}{i}$$

Внутренняя энергия смеси идеальных газов

- Внутренняя энергия смеси идеальных газов находится по формуле

$$U = \sum_j U_j = \left(\sum_i \frac{\nu_j}{\gamma_j - 1} \right) RT = \frac{\nu_{\text{см}}}{\gamma_{\text{см}} - 1} RT$$

- Здесь $\nu_{\text{см}}$ – полное число молей смеси газов, а $\gamma_{\text{см}}$ – показатель адиабаты смеси:

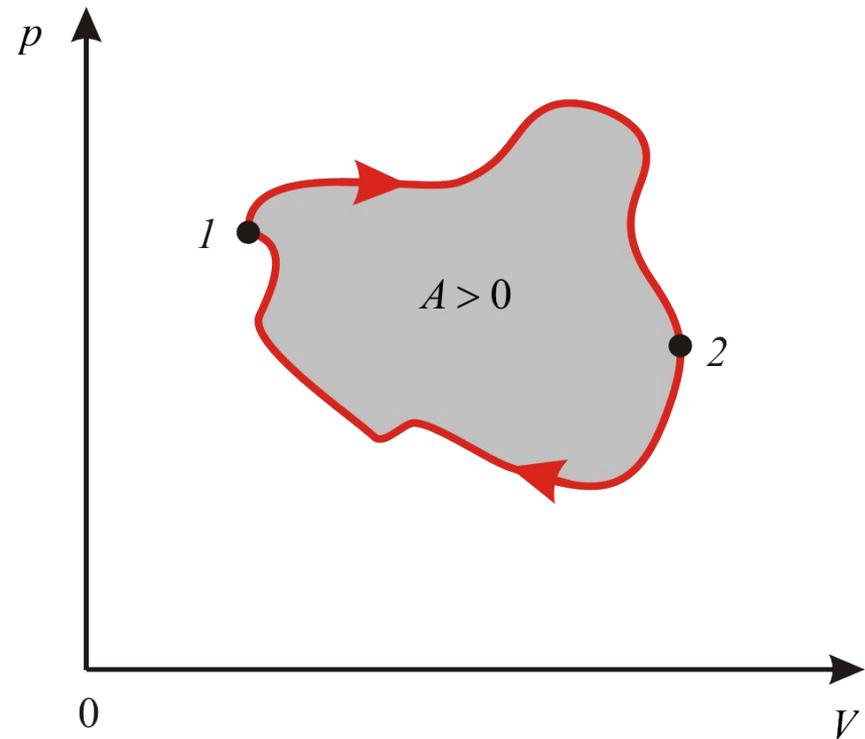
$$\gamma_{\text{см}} = 1 + \frac{\nu_{\text{см}}}{\sum_j \frac{\nu_j}{\gamma_j - 1}}$$

Количество теплоты

- При приведении в соприкосновение двух термодинамических систем их внутренняя энергия изменяется. Такой процесс обмена энергией может происходить без совершения макроскопической работы; в этом случае он называется **теплообменом (теплопередачей)**.
- Энергия, переданная одной системе другой без совершения механической работы (т.е. в результате теплообмена) называется **количеством теплоты**, или просто **теплотой Q** .
- Существует 3 вида теплообмена: **теплопроводность** (процесс, при котором перенос тепла происходит за счет передачи энергии от более энергичных частиц (молекул, атомов) менее энергетичным и не сопровождается переносом массы вещества), **конвекция** (процесс переноса тепла в движущихся средах с неоднородным полем температуры) и **лучистый теплообмен** (процесс переноса энергии, обусловленный превращением части внутренней энергии вещества в энергию излучения)

Циклические процессы

- **Циклическим (круговым) процессом** называется процесс, в результате которого термодинамическая система возвращается в исходное состояние.
- Такой процесс на pV -диаграмме изображается замкнутой кривой.
- Работа A , совершенная системой при круговом процессе, численно равна площади, охватываемой циклом.



ЛЕКЦИЯ 3. ПЕРВОЕ НАЧАЛО ТЕРМОДИНАМИКИ

3.4 Первое начало термодинамики

Первое начало термодинамики

- **Первое начало термодинамики** представляет собой закон сохранения энергии для тепловых процессов и устанавливает количественные соотношения при превращении энергии из одних видов в другие
- Оно формулируется следующим образом: количество теплоты Q , переданное термодинамической системе, идет на приращение ее внутренней энергии ΔU и на совершение системой работы A над внешними телами:

$$Q = \Delta U + A$$

- В этом соотношении все величины являются алгебраическими, т.е. могут принимать как положительные, так и отрицательные значения.

Дифференциальная форма первого начала термодинамики

- В дифференциальной форме первое начало термодинамики имеет следующий вид:

$$\delta Q = dU + \delta A$$

- Бесконечно малое изменение внутренней энергии U представляет собой полный дифференциал dU , поэтому интеграл

$$\int_1^2 dU = U_2 - U_1 = \Delta U$$

не зависит от пути перехода из состояния 1 в состояние 2 и равен разности внутренних энергий системы в конечном и начальном состояниях (внутренняя энергия является **функцией состояния**)

Дифференциальная форма первого начала термодинамики

- Бесконечно малые величины (не приращения!) δA и δQ представляют собой элементарные **работу** и **количество теплоты** соответственно; они не являются полными дифференциалами. Интегралы от этих величин

$$\int_1^2 \delta Q = Q_{12}; \quad \int_1^2 \delta A = A_{12}$$

зависят от пути перехода из состояния 1 в состояние 2. Таким образом, количество теплоты Q_{12} и работа A_{12} не являются функциями состояния термодинамической системы, они являются **функциями процесса**.

Первое начало термодинамики и *perpetuum mobile*

- Применительно к вечному двигателю первое начало термодинамики формулируется так: **вечный двигатель первого рода невозможен, т.е. невозможен такой двигатель, совершающий периодический процесс, при котором совершенная им работа была бы больше полученной извне энергии.**

ЛЕКЦИЯ 3. ПЕРВОЕ НАЧАЛО ТЕРМОДИНАМИКИ

3.5 Теплоемкость

Теплоемкость тела

- **Теплоемкостью тела $C_{\text{тела}}$ называется количество теплоты, которое нужно сообщить телу, чтобы повысить его температуру на 1 К:**

$$C_{\text{тела}} = \frac{\delta Q}{dT}$$

Удельная и молярная теплоемкости

- **Удельной теплоемкостью** c называется теплоемкость единицы массы вещества (количество теплоты, которое нужно сообщить единице массы вещества, чтобы повысить его температуру на 1 К).
- **Молярной теплоемкостью** C называется теплоемкость одного моля вещества (количество теплоты, которое нужно сообщить одному молю вещества, чтобы повысить его температуру на 1 К)
- Размерности этих величин: $[c_{\text{тела}}] = \text{Дж/К}$; $[c] = \text{Дж}/(\text{К} \cdot \text{кг})$; $[C] = \text{Дж}/(\text{К} \cdot \text{моль})$;
- Удельная и молярная теплоемкости связаны соотношением

$$c = \frac{C}{M}$$

где M – молярная масса вещества.

Связь между c и Q

- Найдем количество теплоты Q , которое нужно сообщить телу массы m для того, чтобы нагреть его от температуры T_1 до температуры T_2 :

$$c = \frac{\delta Q}{mdT} \Rightarrow \delta Q = cmdT,$$
$$\Rightarrow Q = \int_{T_1}^{T_2} cmdT = cm(T_2 - T_1)$$

Молярная теплоемкость при постоянном объеме

- Наибольший интерес представляют теплоемкости процессов, в которых объем или давления являются постоянными ($V = \text{const}$ или $p = \text{const}$).
- Молярная теплоемкость идеального газа при постоянном объеме:

$$C_V = \left(\frac{\delta Q}{dT} \right)_V = \left(\frac{dU_{\text{мол}} + pdV_m}{dT} \right)_V = \left(\frac{dU_{\text{мол}}}{dT} \right)_V$$

- Отсюда внутренняя энергия одного моля газа

$$U_{\text{мол}} = C_V T$$

а внутренняя энергия массы m газа

$$U = \nu C_V T = \frac{m}{M} C_V T$$

Молярная теплоемкость при постоянном давлении

- Молярная теплоемкость газа при постоянном давлении

$$C_p = \left(\frac{\delta Q_{\text{мол}}}{dT} \right)_p = \left(\frac{C_V dT + p dV}{dT} \right)_p = C_V + p \left(\frac{dV}{dT} \right)_p$$

- Разность теплоемкостей:

$$C_p - C_V = p \left(\frac{dV}{dT} \right)_p$$

- Из уравнения состояния идеального газа получим:

$$pdV = RdT \text{ при } p = \text{const} \Rightarrow \left(\frac{dV}{dT} \right)_p = \frac{R}{p}$$

Уравнение Майера

- Таким образом, получаем **уравнение Майера**, из которого определим физический смысл универсальной газовой постоянной:

$$C_p - C_V = R$$

- **Универсальная газовая постоянная R** численно равна работе, совершаемой одним молем идеального газа при повышении его температуры на один кельвин при постоянном давлении.

$$C_p - C_V = R = p \left(\frac{dV}{dT} \right)_p = \frac{\delta A_p}{dT}$$

Молярные теплоемкости и число степеней свободы молекул газа

- Молярные теплоемкости C_V и C_p идеального газа выражаются через число степеней свободы молекул i :

$$C_V = \frac{i}{2} R; \quad C_p = C_V + R = \frac{i+2}{2} R$$

- Отношение теплоемкостей

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{i+2}{i}$$

является характерной для каждого идеального газа величиной и называется **показателем адиабаты**.

Выражение теплоемкостей и внутренней энергии идеального газа через постоянную адиабаты

$$C_V = \frac{R}{\gamma - 1}; \quad C_p = \frac{\gamma R}{\gamma - 1}$$

$$U = \nu C_V T = \frac{\nu RT}{\gamma - 1} = \frac{pV}{\gamma - 1}$$

ЛЕКЦИЯ 3. ПЕРВОЕ НАЧАЛО ТЕРМОДИНАМИКИ

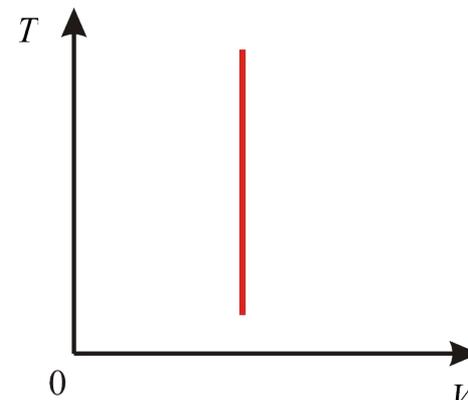
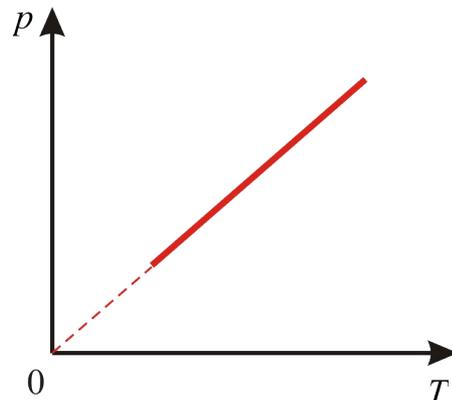
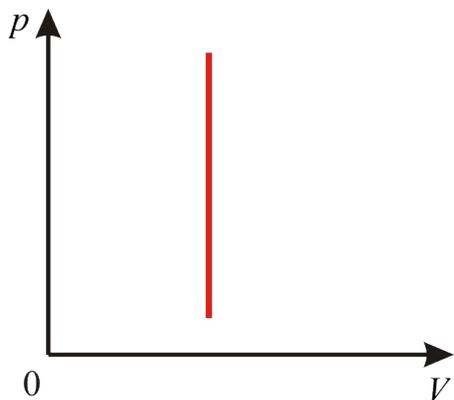
3.6 Изопроеессы

Изохорный процесс

- **Изохорным** называется процесс, происходящий при постоянном объеме ($V = \text{const}$)
- **Уравнение изохорного процесса** имеет вид

$$\frac{p}{T} = \text{const}$$

$$(V = \text{const} \text{ и } m = \text{const})$$



Изохорный процесс

- **Работа** идеального газа при изохорном процессе **равна нулю** (поскольку объем газа не изменяется):

$$(\delta A)_V = (pdV)_V = 0,$$

$$(A_{12})_V = \int \delta A = 0$$

- **Уравнение первого начала термодинамики** для изохорного процесса имеет вид:

$$Q = \Delta U,$$

$$\delta Q = dU$$

Т.е. все сообщаемое газу тепло идет на увеличение его внутренней энергии.

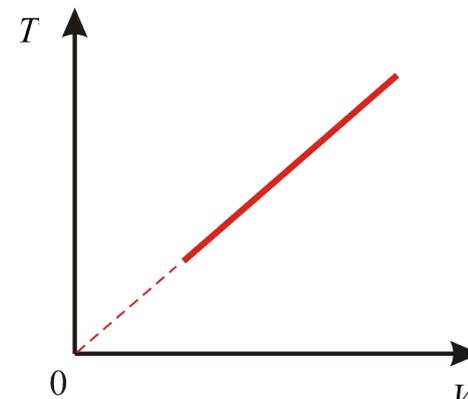
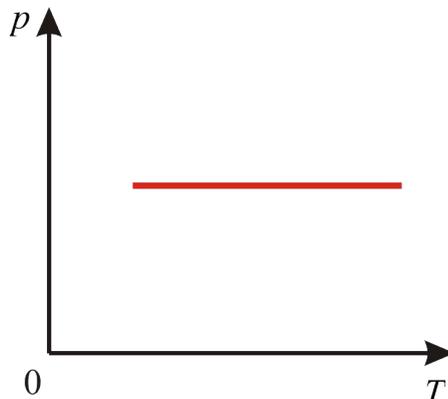
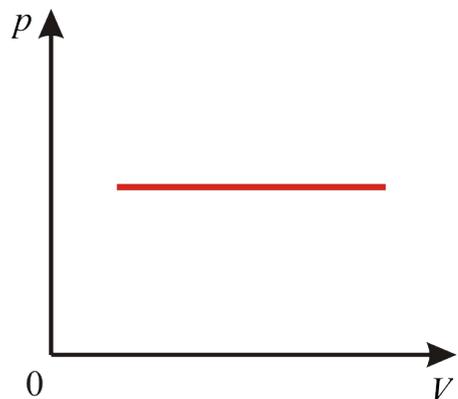
Теплоемкость при изохорном процессе: $C_V = iR/2$

Изобарный процесс

- **Изобарным** называется процесс, происходящий при постоянном давлении ($p = \text{const}$)
- **Уравнение изобарного процесса** имеет вид

$$\frac{V}{T} = \text{const}$$

$$(p = \text{const} \text{ и } m = \text{const})$$



Изобарный процесс

- **Работа** идеального газа при изобарном процессе:

$$(A_{12})_p = \int_{V_1}^{V_2} p dV = p \int_{V_1}^{V_2} dV = p(V_2 - V_1) = p\Delta V$$

- **Уравнение первого начала термодинамики** для изобарного процесса сохраняет свой вид:

$$Q = \Delta U + A$$

$$\delta Q = dU + \delta A$$

Теплоемкость при изохорном процессе:

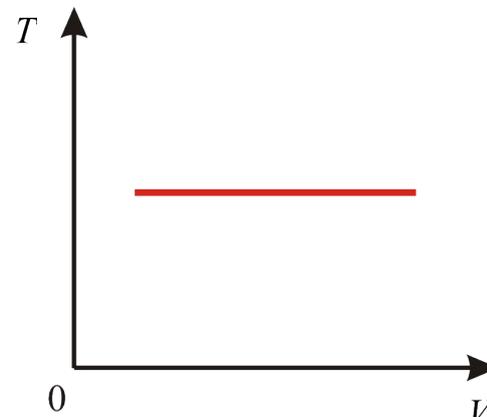
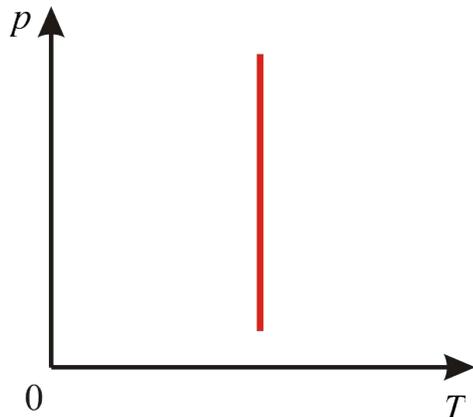
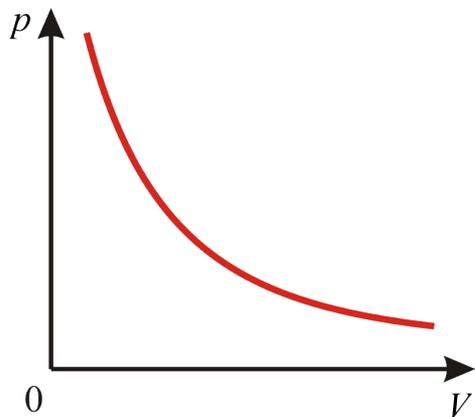
$$C_p = C_V + R = \frac{i+2}{2} R$$

Изотермический процесс

- **Изотермическим** называется процесс, происходящий при постоянной температуре ($T = \text{const}$)
- **Уравнение изобарного процесса** имеет вид

$$pV = \text{const}$$

$$(T = \text{const} \text{ и } m = \text{const})$$



Изотермический процесс

- **Работа** идеального газа при изотермическом процессе:

$$(A_{12})_T = \int_{V_1}^{V_2} p(V) dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{\nu RT}{V} dV = \nu RT \ln \frac{V_2}{V_1} = p_{1,2} V_{1,2} \ln \frac{V_2}{V_1}$$

- **Уравнение первого начала термодинамики** для изотермического процесса:

$$Q = A,$$

$$\delta Q = \delta A$$

Теплоемкость при изотермическом процессе $C_T = \infty$, т.к. при подведении к газу теплоты его температура не повышается:

$$C_T = \frac{\delta Q}{dT} = \frac{\delta Q}{0} \rightarrow \infty$$

Изотермический процесс должен идти достаточно **медленно**, чтобы температура газа могла успеть выравняться до температуры окружающей среды.

ЛЕКЦИЯ 3. ПЕРВОЕ НАЧАЛО ТЕРМОДИНАМИКИ

3.7 Адиабатический процесс

Адиабатический процесс

- **Адиабатический процесс** – это процесс, происходящий без теплообмена с окружающей средой ($Q = 0$).
- **Уравнение первого начала термодинамики** для адиабатического процесса:

$$A = -\Delta U,$$

$$\delta A = -dU$$

т.е. при адиабатическом процессе газ совершает работу за счет убыли своей внутренней энергии

- Адиабатический процесс можно легко осуществить, **быстро** производя сжатие или разрежение газа.

Вывод уравнения адиабатического процесса

- Получим уравнение адиабатического процесса, рассмотрев уравнение Менделеева – Клапейрона и уравнение первого начала термодинамики в дифференциальной форме для одного моля газа:

$$pV = RT;$$
$$C_V dT = -pdV$$

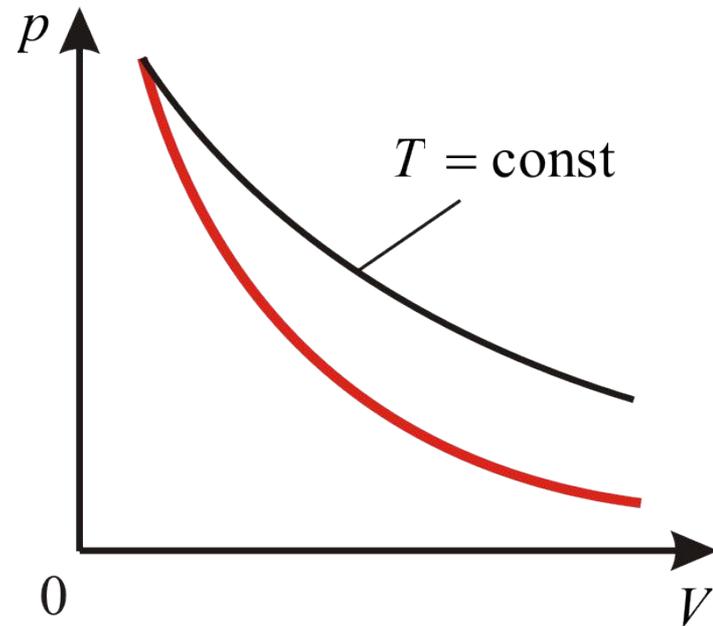
- Получим уравнение адиабаты в переменных pV . Для этого возьмем дифференциал от обеих частей уравнения Менделеева – Клапейрона:

$$\left. \begin{array}{l} pdV + Vdp = RdT; \\ dT = -\frac{pdV}{C_V}. \end{array} \right\} \Rightarrow pdV + Vdp = -\frac{R}{C_V} pdV \Leftrightarrow pdV + Vdp = (\gamma - 1)pdV$$

$$\frac{dp}{p} = -\gamma \frac{dV}{V} \Leftrightarrow \ln p = \ln V^{-\gamma} + \ln \text{const} \quad pV^\gamma = \text{const}$$

Уравнение адиабаты

- График адиабатического процесса ($p \sim V^\gamma$) подобен графику изотермического процесса ($p \sim V$), однако адиабата идет несколько круче, так как показатель адиабаты $\gamma > 1$.
- Уравнение адиабаты используется для процессов, протекающих очень быстро. Например, быстроходные двигатели внутреннего сгорания, реактивные двигатели.



Уравнение адиабаты

- Выражая из уравнения Менделеева – Клапейрона давление p , получим уравнение адиабаты в переменных TV :

$$TV^{\gamma-1} = \text{const}$$

Из этого уравнения следует, что при адиабатическом расширении идеальный газ охлаждается, а при адиабатическом сжатии – нагревается. Адиабатическое расширение газов используется для их охлаждения и сжижения.

- Примером быстропротекающего адиабатического процесса является распространение звука в воздухе. При этом показатель адиабаты связан со скоростью звука в воздухе соотношением

$$\gamma = \frac{\rho}{p} v_{\text{ЗВ}}^2$$

где ρ - плотность воздуха.

Работа и теплоемкость газа в адиабатическом процессе

- Для вычисления работы, совершаемой идеальным газом в адиабатическом процессе, используем уравнение первого начал термодинамики и уравнение адиабаты:

$$A_{12} = -\Delta U = -\nu C_V (T_2 - T_1) = \frac{\nu RT_1}{\gamma - 1} \left(1 - \frac{T_2}{T_1} \right)$$

или

$$A_{12} = \frac{\nu RT_1}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1} \right] = \frac{p_1 V_1}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1} \right]$$

Теплоемкость газа при адиабатическом процессе равна нулю, поскольку

$$C = \frac{\delta Q}{dT} = \frac{0}{\delta T} = 0$$

ЛЕКЦИЯ 3. ПЕРВОЕ НАЧАЛО ТЕРМОДИНАМИКИ

3.8 Политропический процесс

Политропический процесс

- **Политропическим** называется процесс, протекающий при постоянной теплоемкости ($C = \text{const}$, т.е. не зависит от параметров газа).
- Уравнение политропического процесса:

$$pV^n = \text{const}$$

где n – показатель политропы.

ПРОЦЕСС	ПОКАЗАТЕЛЬ n	ТЕПЛОЕМКОСТЬ
Изохорный, $pV^\infty = \text{const}$	∞	C_V
Изобарный, $pV^0 = \text{const}$	0	C_p
Изотермический, $pV^1 = \text{const}$	1	∞
Адиабатический, $pV^\gamma = \text{const}$	γ	0

Теплоемкость при политропическом процессе

- Найдем теплоемкость при политропическом процессе. Согласно определению теплоемкости

$$C = \frac{\delta Q}{dT} = \frac{dU}{dT} + p \frac{dV}{dT} = C_V + p \frac{dV}{dT}$$

- Рассмотрим уравнения Менделеева – Клапейрона и уравнение политропического процесса. Возьмем от них дифференциалы:

$$\left. \begin{array}{l} pV = RT, \\ pV^n = \text{const} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} pdV + Vdp = RdT, \\ V^n dp + npV^{n-1}dV = 0 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left. \begin{array}{l} pdV + Vdp = RdT, \\ Vdp + npdV = 0 \end{array} \right\}$$

- Вычтем из одного уравнение второе, тогда

$$\frac{dV}{dT} = \frac{R}{p(1-n)} \Rightarrow C = C_V + p \cdot \frac{R}{p(1-n)} = C_V + \frac{R}{1-n} \quad C = \frac{nC_V - C_p}{n-1}$$

Работа газа при политропическом процессе

- Найдем выражение для работы газа при политропическом процессе. Из уравнения политропы найдем:

$$p_1 V_1^n = p V^n \Rightarrow p(V) = \frac{p_1 V_1^n}{V^n}$$

- Подставим найденное выражение для давления в выражение для работы:

$$\begin{aligned} A_{12} &= \int_{V_1}^{V_2} p(v) dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{p_1 V_1^n}{V^n} dV = \frac{p_1 V_1^n}{n-1} \left(\frac{1}{V_2^{n-1}} - \frac{1}{V_1^{n-1}} \right) \\ &= \frac{p_1 V_1}{n-1} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{n-1} \right] = \frac{\nu RT_1}{n-1} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{n-1} \right] \end{aligned}$$