ПАРАМЕТРЫ ДВИЖЕНИЯ

Занятие 2

Годичный параллакс (π) объекта — это угол, под которым видно орбиту Земли из окрестностей данного объекта. Применяется к объектам вне Солнечной системы.

$$\sin\pi = \frac{a_\oplus}{r}, \tag{1.2}$$

где $a_\oplus$ — большая полуось орбиты Земли и r — расстояние до объекта имеют одинаковые единицы измерений. Учитывая малость угла π, можно считать $\sin\pi \simeq \pi$ в (1.2), тогда

$$\pi = \frac{a_\oplus}{r} \tag{1.3}$$

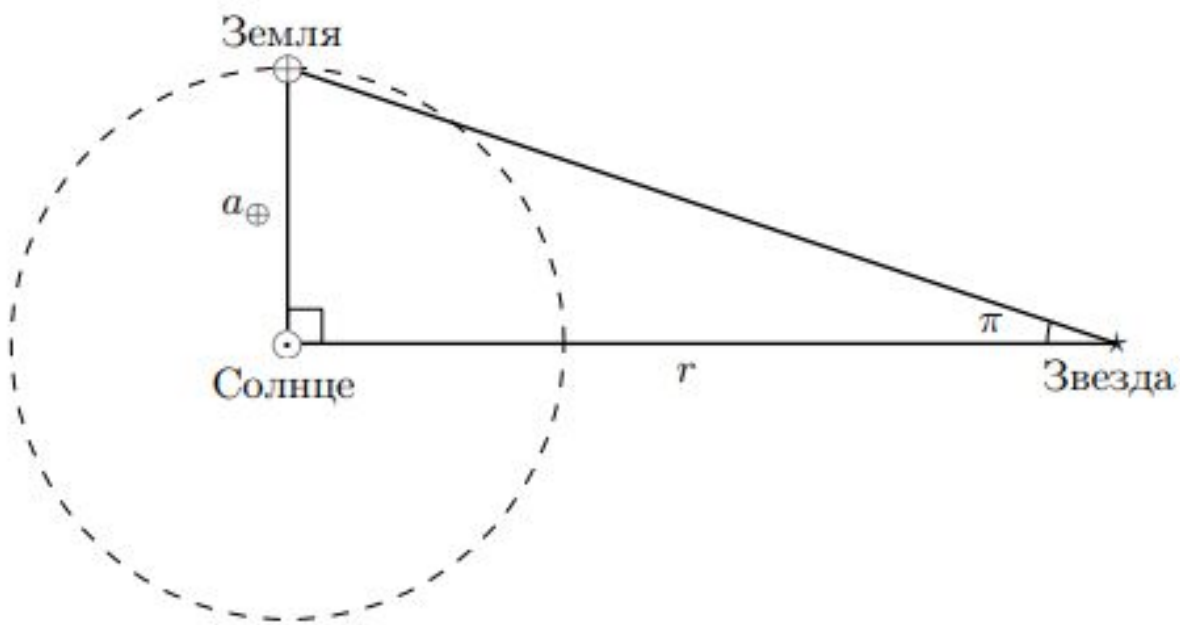


Рис. 1 – *Схема годичного параллакса*

Парсек

- Расстояние r, с которого большая полуось орбиты Земли $a_{\oplus}$ видна под углом π = 1'' называется 1 парсеком. Так как

$$1 \text{ рад} = \frac{180^\circ}{\pi} \simeq 3\,438' \simeq 206265'' \quad \Longrightarrow \quad 1 \text{ пк} = 206265 \text{ а. е.},$$

- следовательно, записывая большую полуось орбиты Земли в а. е., а расстояние до звезды в парсеках, получаем параллакс в секундах. Таким образом

$$r_{\text{пк}} = \frac{1 \text{ а. е.}}{\pi''}.$$

Угловой размер объекта — это угол, под которым видно объект. Для сферически симметричных объектов с радиусом R, угловой размер (диаметр) при наблюдении с расстояния r определяется, как

$$\rho = 2 \arcsin \frac{R}{r}. \tag{1.6}$$

В случае, когда $r \gg R$, можно считать, что $\sin \rho \simeq \rho$, тогда

$$\rho \simeq \frac{2R}{r}. \tag{1.7}$$

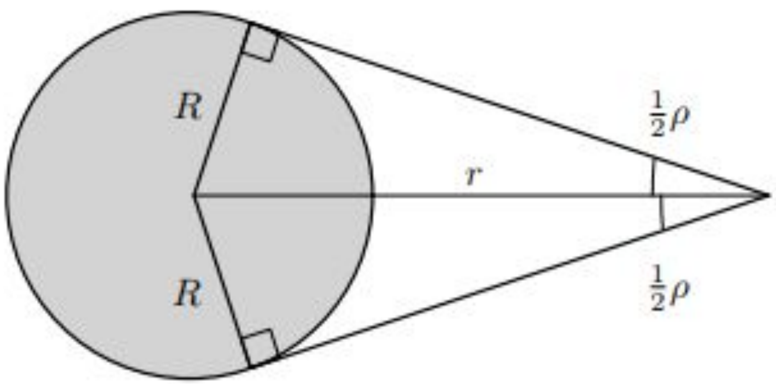


Рис. 2 – *Угловой размер*

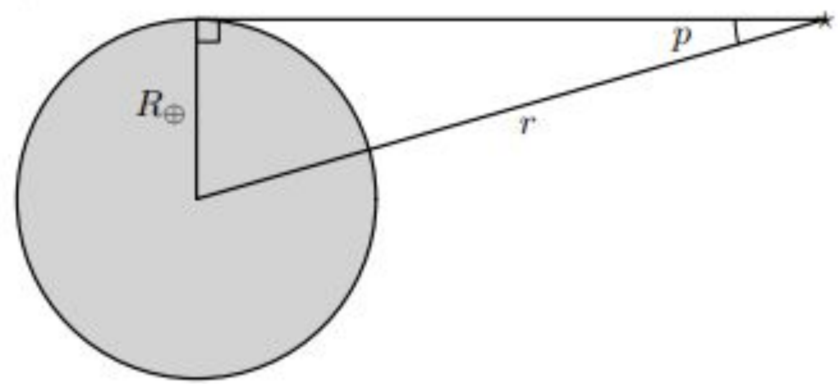


Рис. 3 – *Горизонтальный параллакс*

Горизонтальный параллакс (p) — это угол, под которым виден радиус Земли $R_\oplus$ для наблюдателя в центре объекта, когда последний находится на горизонте:

$$\sin p = \frac{R_\oplus}{r}. \tag{1.8}$$

Закон всемирного тяготения

- Согласно закону всемирного тяготения, сила притяжения между двумя точечными телами с массами M и m, находящимися на расстоянии r равна

$$F = \frac{GMm}{r^2},$$

- где $G = 6.67 \cdot 10^{-11}$ м^3/ кг · с^2— гравитационная постоянна

Гравитационный потенциал

- Гравитационный потенциал поля точечной (или сферически симметричной) массы M на расстоянии r от нее равен работе, которую необходимо затратить, чтобы принести единичную массу с бесконечности в данную точку. Так как гравитационные силы между двумя массами — это силы притяжения, то эта работа отрицательна:

$$U = -\frac{GM}{r}$$

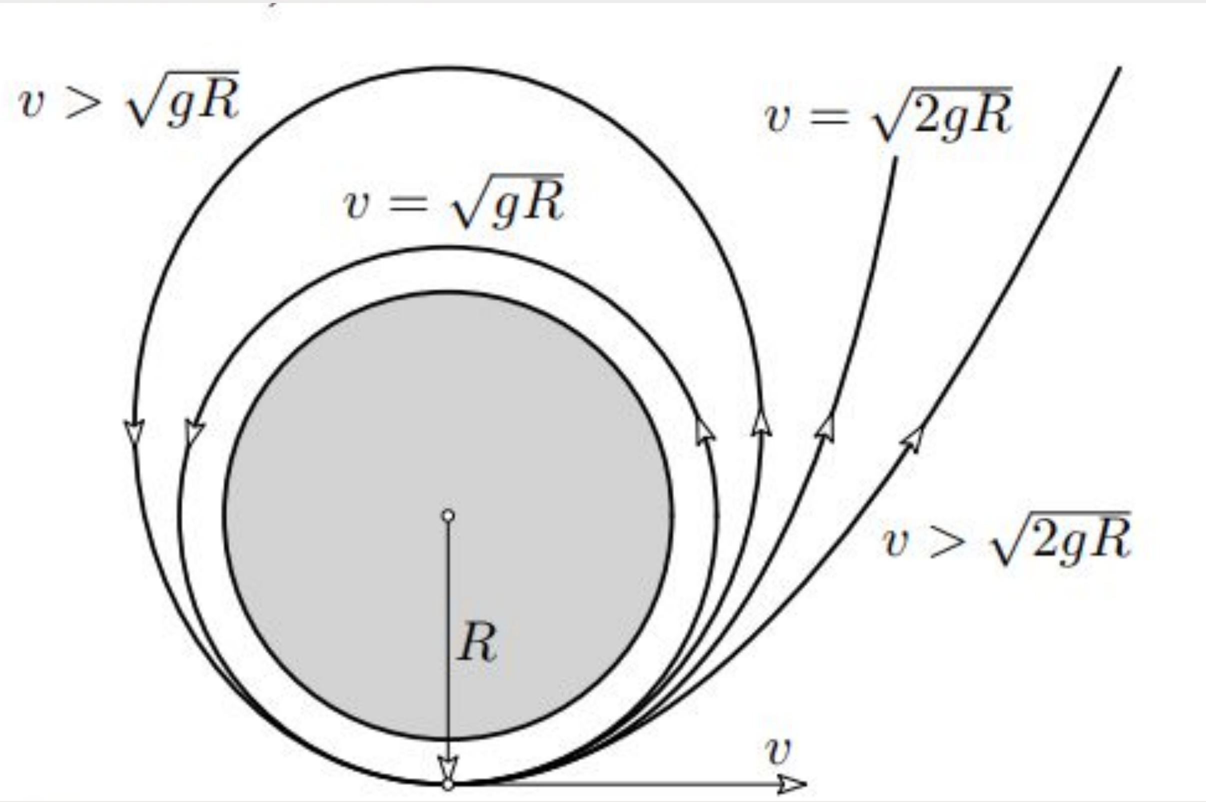
- Напряженность гравитационного поля dU/dr часто называют ускорением свободного падения g, где

$$g = \frac{GM}{r^2}$$

$$F = mg$$

Закон сохранения энергии и типы орбит

$$\frac{mv^2}{2} - \frac{GMm}{r} = E_0,$$



Первая космическая скорость

$$v_1 = \sqrt{\frac{GM}{R}}$$

где M — масса массивного тела. Отсюда несложно получить выражение для скорости искусственного небесного тела на высоте h.

$$v_h = \sqrt{\frac{G}{R+h}} = \sqrt{\frac{gR^2}{R+h}}$$

Вторая космическая скорость

$$v_2 = \sqrt{\frac{2GM}{r}}$$

- Для стабильной системы, частный случай — тело на круговой орбите, справедлива теорема о вириале:

$$2\langle T\rangle = -\sum_{k=1}^{N}\langle(\mathbf{F}_k, \mathbf{r}_k)\rangle = \langle\Pi\rangle,$$

- Другими словами, удвоенная средняя полная кинетическая энергия Т равна средней полной потенциальной энергии П. Применяя теорему о вириале для тела, обращающегося по круговой орбите можно получить выражения для первой космической скорость.

ЗСИ

- Закон сохранения момента импульса: векторная сумма моментов импульса замкнутой системы тел относительно выбранной оси остается постоянной, если суммарный момент внешних сил, действующих на систему, равен нулю. Иначе,

$$\mathbf{L}_{\Sigma} \equiv \sum_{i=1}^{n} [\mathbf{r} \times m\mathbf{v}] = \mathrm{const}$$

Следствия

- Закон сохранения момента импульса справедлив как для движения по эллипсу, так и по гиперболе и параболе. Следствием этого закона и закона сохранения энергии является интеграл энергии — формула для скорости тела в точке орбиты, удалённой на расстояние r от центрального тела с массой M:

$$v = \sqrt{GM\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right)}.$$

$$v_{\text{ап}} = \sqrt{\frac{GM}{a}}\sqrt{\frac{1-e}{1+e}}, \qquad v_{\text{пер}} = \sqrt{\frac{GM}{a}}\sqrt{\frac{1+e}{1-e}}.$$

$$v = \sqrt{\frac{GM}{p} \cdot (1 + 2e\cos\nu + e^2)},$$