

ПРЕДИКАТ. ЛОГИЧЕСКИЕ
ОПЕРАЦИИ НАД
ПРЕДИКАТАМИ.

1. Понятие предиката

*Логика предикатов расчленяет элементарное высказывание на **субъект** (буквально — подлежащее, хотя оно и может играть роль дополнения) и **предикат** (буквально - сказуемое, хотя оно может играть и роль определения).*

Субъект — это то, о чем что-то
утверждается в высказывании;
предикат - это то, что утверждается о
субъекте.

Пример:

В высказывании «7 - простое число», «7» - субъект, «простое число» - предикат. Это высказывание утверждает, что «7» обладает свойством «быть простым числом».

Если в рассмотренном примере заменить конкретное число 7 переменной x из множества натуральных чисел, то получим *высказывательную форму* « x - простое число». При одних значениях x , (например, $x = 13$, $x = 17$) эта форма дает истинные высказывания, а при других значениях x (например, $x = 10$, $x = 18$) эта форма дает ложные высказывания.

Одноместным предикатом $P(x)$ называется произвольная функция переменного x , определенная на множестве M и принимающая значения из множества $\{1,0\}$.

Множество M , на котором определен предикат $P(x)$, называется областью определения предиката.

Множество всех элементов $x \in M$, при которых предикат принимает значение «истина», называется множеством истинности предиката $P(x)$.

Примеры:

- $P(x)$ - « x - простое число» определен на множестве N , а множество истинности для него есть множество всех простых чисел.
- Предикат $Q\{x\}$ - « $\sin x = 0$ » определен на множестве R , а его множество истинности - Q .
- Предикат $F(x)$ - «Диагонали параллелограмма перпендикулярны» определен на множестве всех параллелограммов, а его множеством истинности является множество всех ромбов.

Предикат $P(x)$, определенный на множестве M , называется тождественно истинным, если область определения предиката и область истинности совпадают.

2. Логические операции над предикатами

- Предикаты, так же, как высказывания, принимают два значения истина и ложь (1, 0), поэтому к ним применимы все операции логики высказываний.

- *Конъюнкцией двух предикатов $P(x)$ и $Q(x)$ называется новый предикат $P(x) \wedge Q(x)$, который принимает значение «истина» при тех и только тех значениях $x \in M$, при которых каждый из предикатов принимает значение «истина», и принимает значение «ложь» во всех остальных случаях.*

Пример:

Для предикатов $P(x)$: « x – четное число»
и $Q(x)$: « x кратно 3» конъюнкцией $P(x)$
 $\wedge Q(x)$ является предикат « x - четное
число и x кратно 3», то есть предикат « x
делится на 6»

- Дизъюнкцией двух предикатов $P(x)$ и $Q(x)$ называется новый предикат $P(x) \vee Q(x)$, который принимает значение «ложь» при тех и только тех значениях $x \in M$, при которых каждый из предикатов принимает значение «ложь» и принимает значение «истина» во всех остальных случаях.

Отрицанием предиката $P(x)$ называется новый предикат, который принимает значение «истина» при всех значениях $x \in M$, при которых предикат $P(x)$ принимает значение «ложь», и принимает значение «ложь» при тех значениях $x \in M$, при которых предикат $P(x)$ принимает значение «истина».

Задание 1

Для следующих предложений выделить предикаты и для каждого из них указать область истинности:

– $x+5=1$;

– $x+2 < 3x - 4$;

– однозначное число x кратно 3;

Задание 2

Изобразить на декартовой плоскости области истинности предикатов:

– $x+y=1$;

– $x+3y=3$;

– $((x>2)\vee(y>1))((x<-1)\vee(y<-2))$.