



# Электротехника

кафедра «Электроэнергетика»

Мельникайте, 70, ауд. 225

# Электрические цепи постоянного тока

# ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

Электрической цепью называют совокупность электротехнических устройств, образующих путь для прохождения электрического тока и предназначенных для передачи, распределения и взаимного преобразования электрической и других видов энергии.

Электромагнитные процессы, протекающие в устройствах электрической цепи, могут быть описаны при помощи понятий об электродвижущей силе (Э.Д.С.), токе и напряжении.

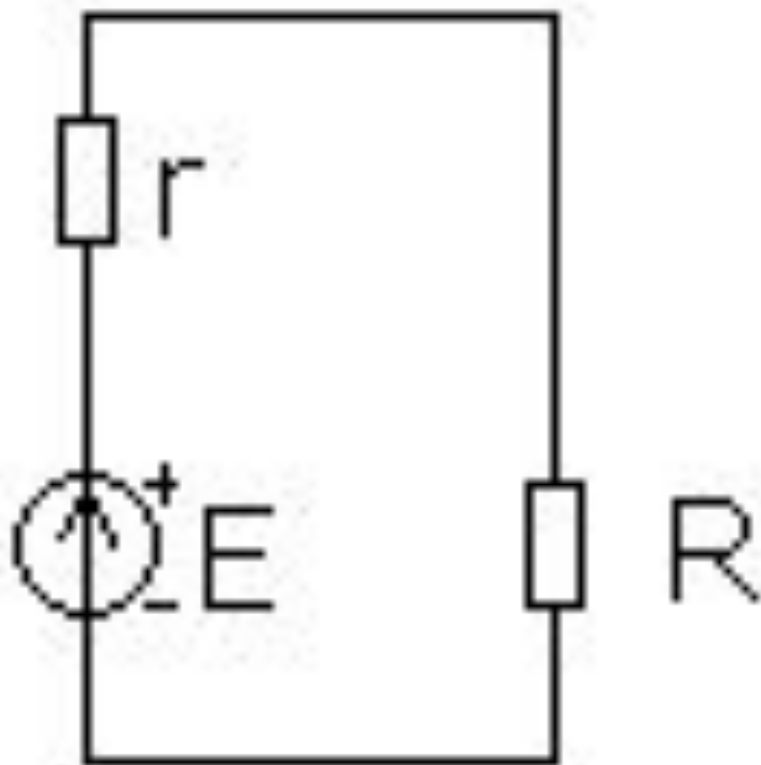
Электрические цепи, в которых получение электрической энергии, её передача и преобразование происходят при неизменных во времени токах и напряжениях, называют цепями постоянного тока.

Основными элементами электрической цепи являются источники и приёмники электрической энергии, которые соединяются между собой проводами.

В источниках электрической энергии (электромагнитные генераторы, гальванические элементы и др.) происходит преобразование механической, химической, тепловой и других видов энергии в электрическую.

В приёмниках электрической энергии (электродвигатели, лампы накаливания, резисторы, и др.), наоборот, электрическая энергия преобразуется в тепловую, световую, механическую, химическую и др.

Графическое изображение реальной электрической цепи с помощью условных символов и знаков называется электрической схемой.

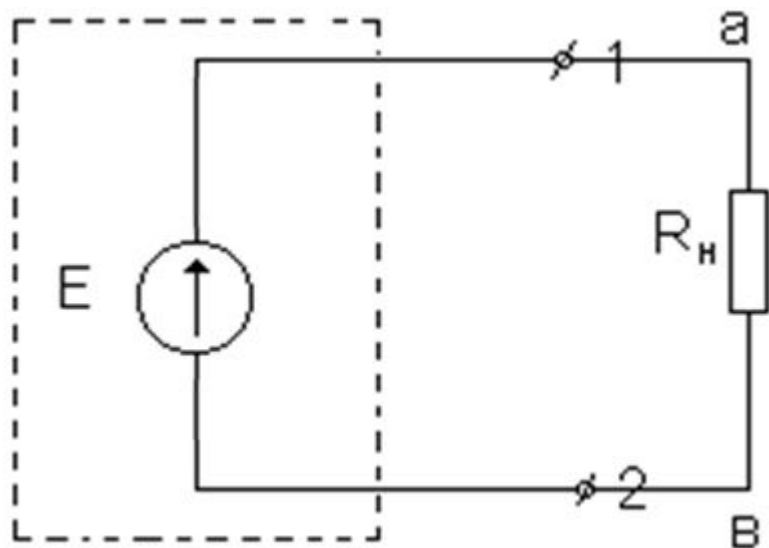


# Источники энергии

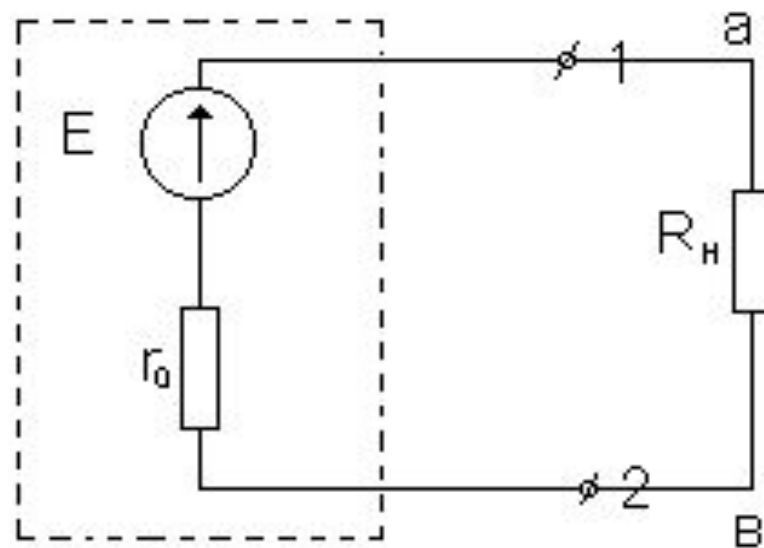
В линейных электрических цепях в качестве источников энергии различают источники Э.Д.С. и источники тока.

Идеальный источник Э.Д.С. - это такой источник Э.Д.С., напряжение на зажимах которого не зависит от нагрузки.

У реального источника Э.Д.С. – напряжение на зажимах изменяется при изменении нагрузки.

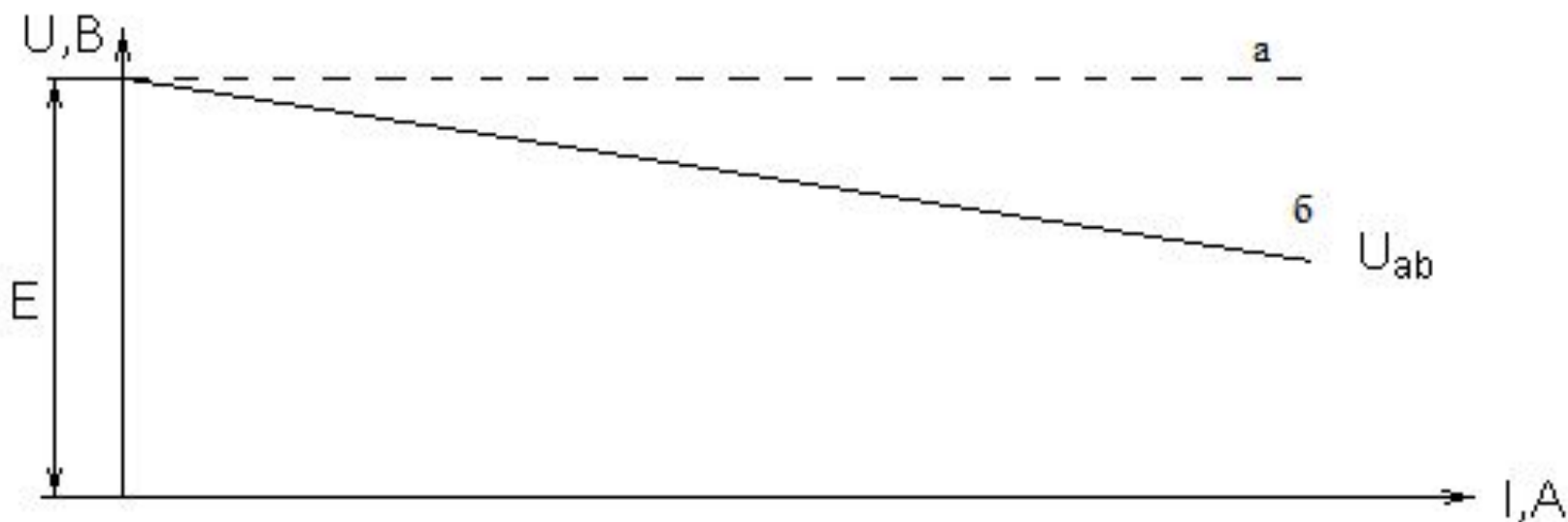


а



б

Схемы замещения идеального и реального источников Э.Д.С.

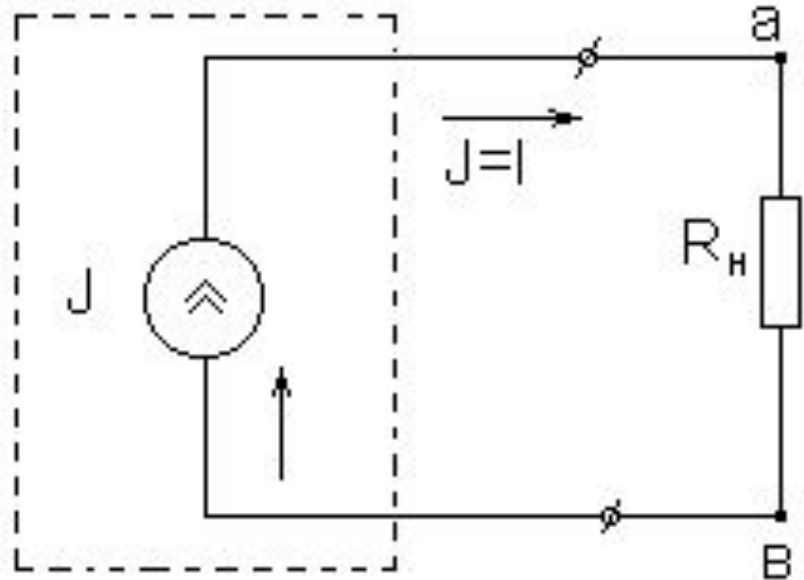


ВАХ источников Э.Д.С.

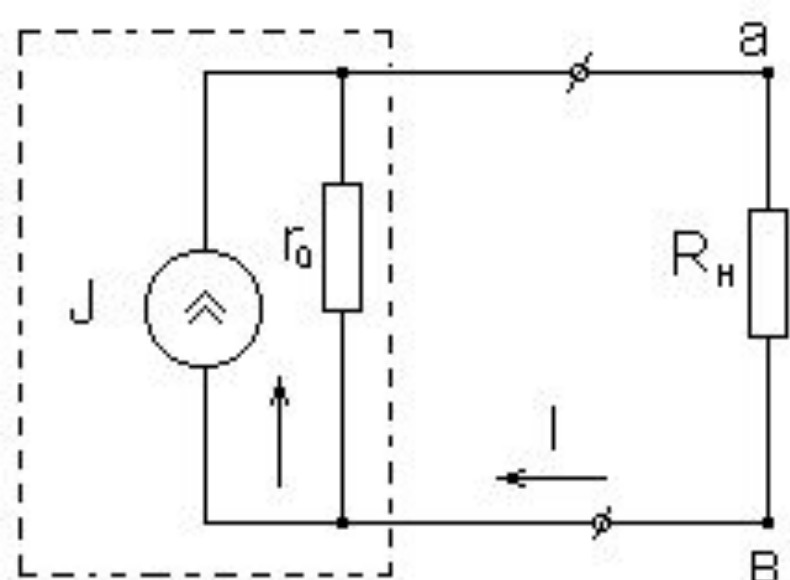


Идеальный источник тока — это такой источник, ток через который не зависит от нагрузки.

У реального источника тока — ток изменяется при изменении нагрузки.

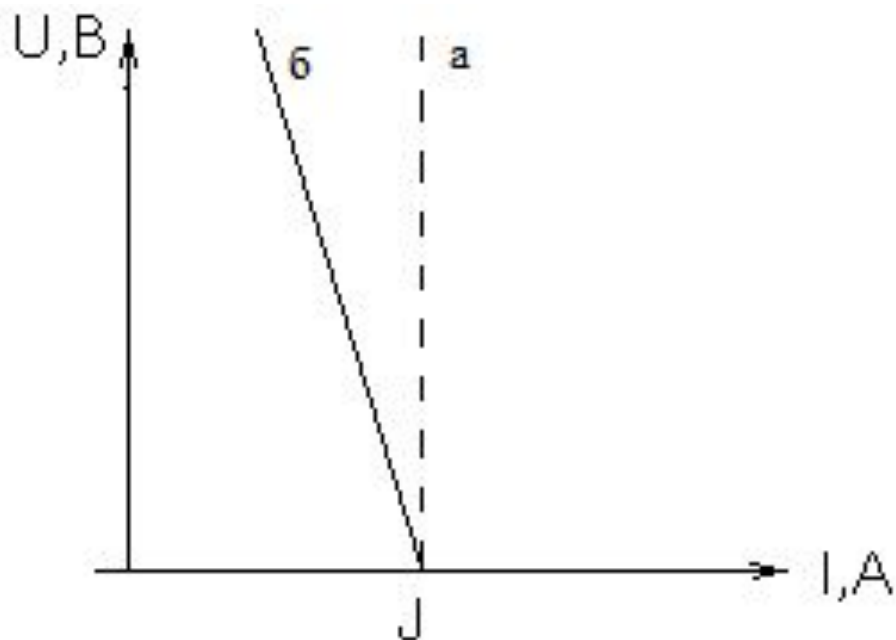


а



б

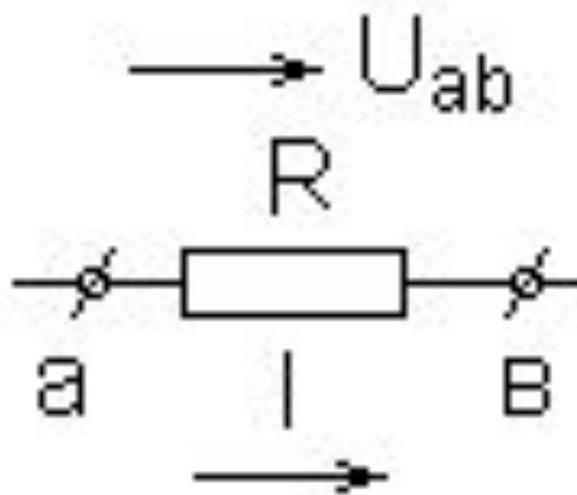
Схемы замещения идеального и реального источников тока

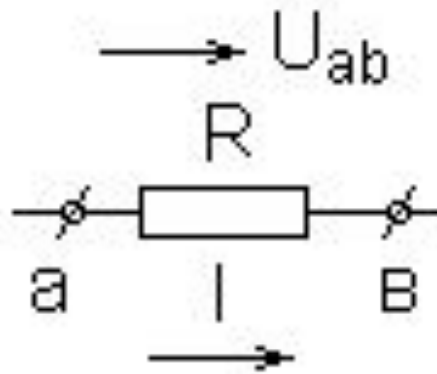


ВАХ источников тока

# Приемники энергии

Электротехническое устройство, обладающее сопротивлением и применяемое для ограничения тока, называется резистором.





Электрический ток - упорядоченное движение положительных и отрицательных зарядов под действием электрического поля

$$[I]=A$$

Напряжение - физическая величина, характеризующая электрическое поле.

$$U=\varphi_a - \varphi_b , \quad [U]=V$$

Основной величиной, характеризующей резистор, является его сопротивление  $R$ , которое определяется из соотношения:

$$U_{ab} = R \cdot I$$

$$[R] = \text{Ом.}$$

Величина, обратная сопротивлению, называется проводимостью:

$$g = \frac{1}{R}$$

$$[g] = \text{См}$$

Электрическая энергия, потребляемая элементом  $R$ , рассеивается в виде тепла и мощность потребления определяется по закону Джоуля – Ленца:

$$P = I^2 \cdot R = U \cdot I$$

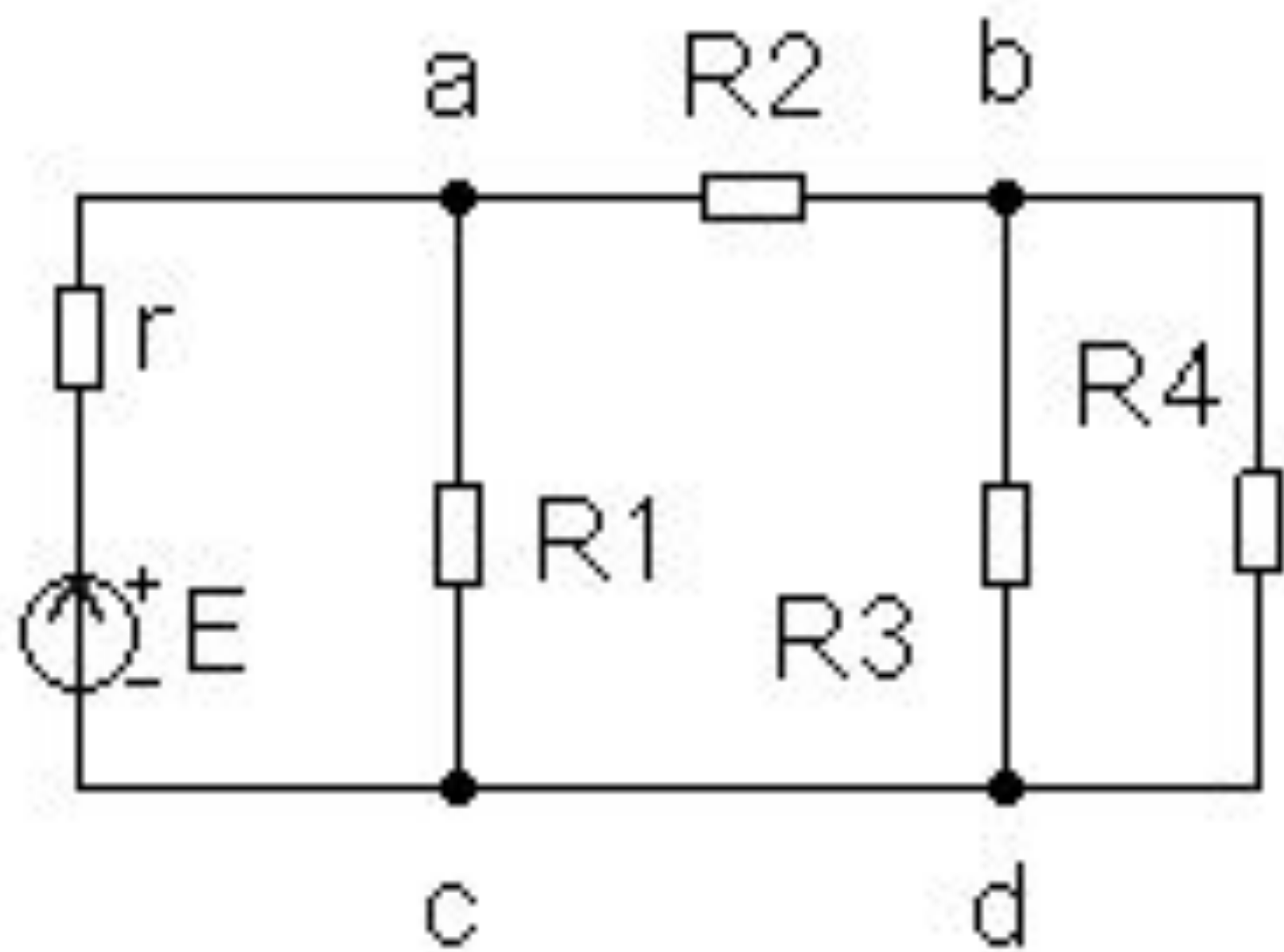
$$[P] = \text{Вт}$$

# Топологические понятия

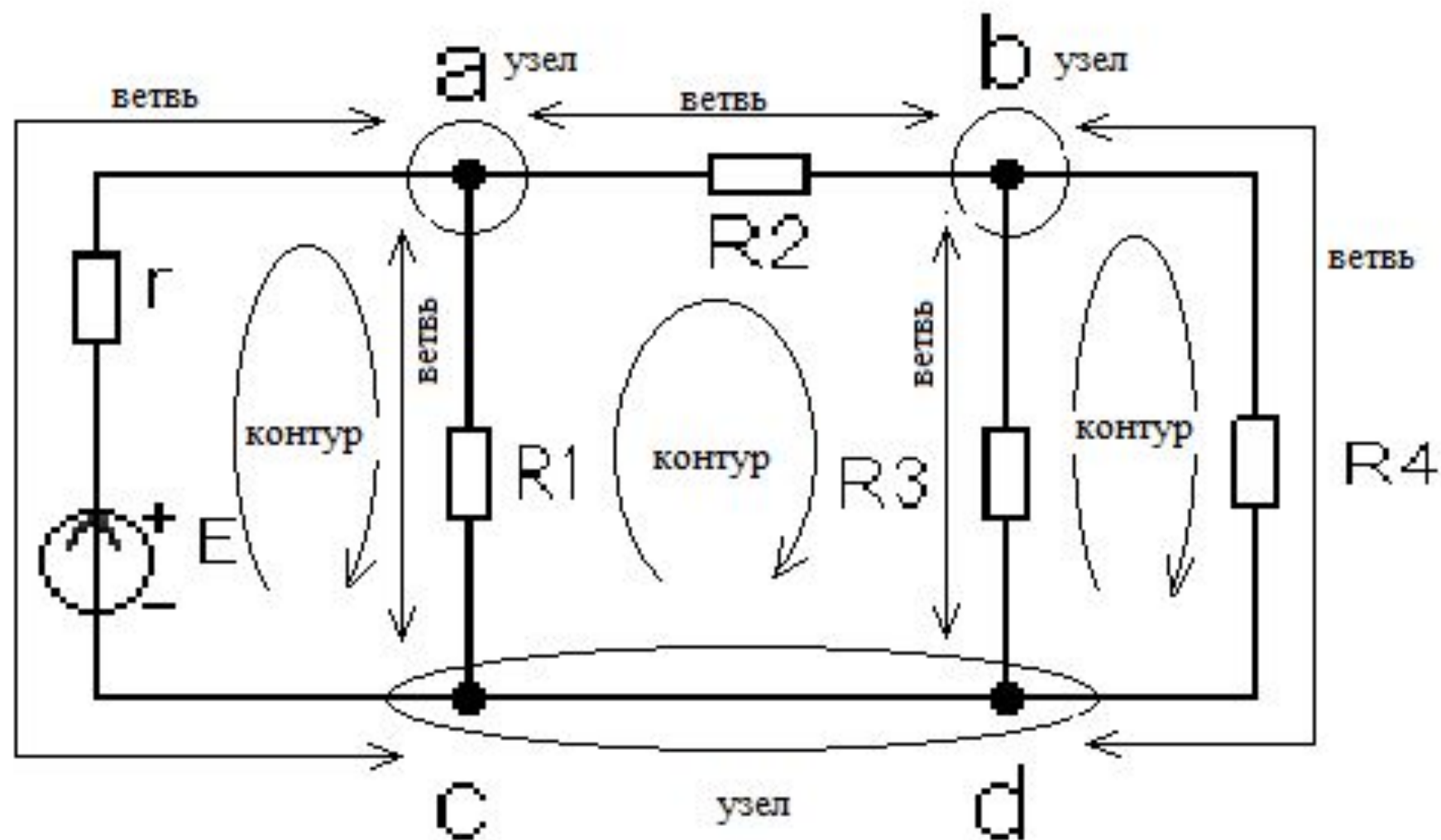
Ветвь – участок электрической цепи, образованный последовательно соединёнными элементами и характеризующийся собственным значением тока

Узел – это точка соединения трёх и более ветвей

Контур – замкнутая часть цепи, состоящая из нескольких ветвей и узлов.







# Основные законы и уравнения электрических цепей

## Закон Ома

- Сила тока прямо пропорциональна напряжению и обратно пропорциональна сопротивлению:

$$I = \frac{U}{R}$$

# Первый закон Кирхгофа

- Алгебраическая сумма токов, входящих в узел, равна нулю:

$$\sum I = 0$$

(Токи, входящие в узел считаются положительными, а выходящие — отрицательными).

- Сумма входящих токов равна сумме выходящих токов.

## Второй закон Кирхгофа

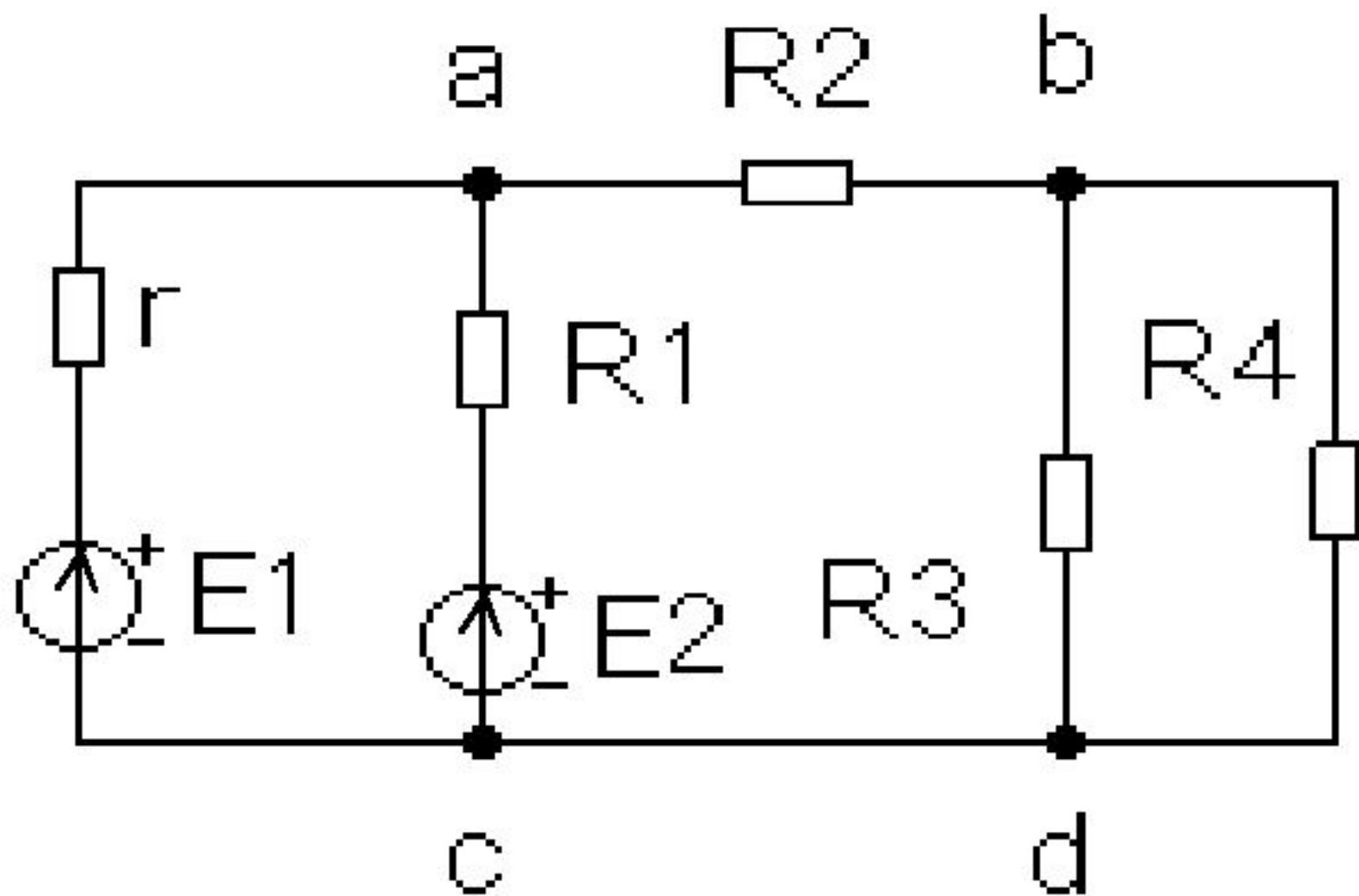
- Алгебраическая сумма Э.Д.С. в любом замкнутом контуре равна алгебраической сумме падений напряжений на элементах этого контура:

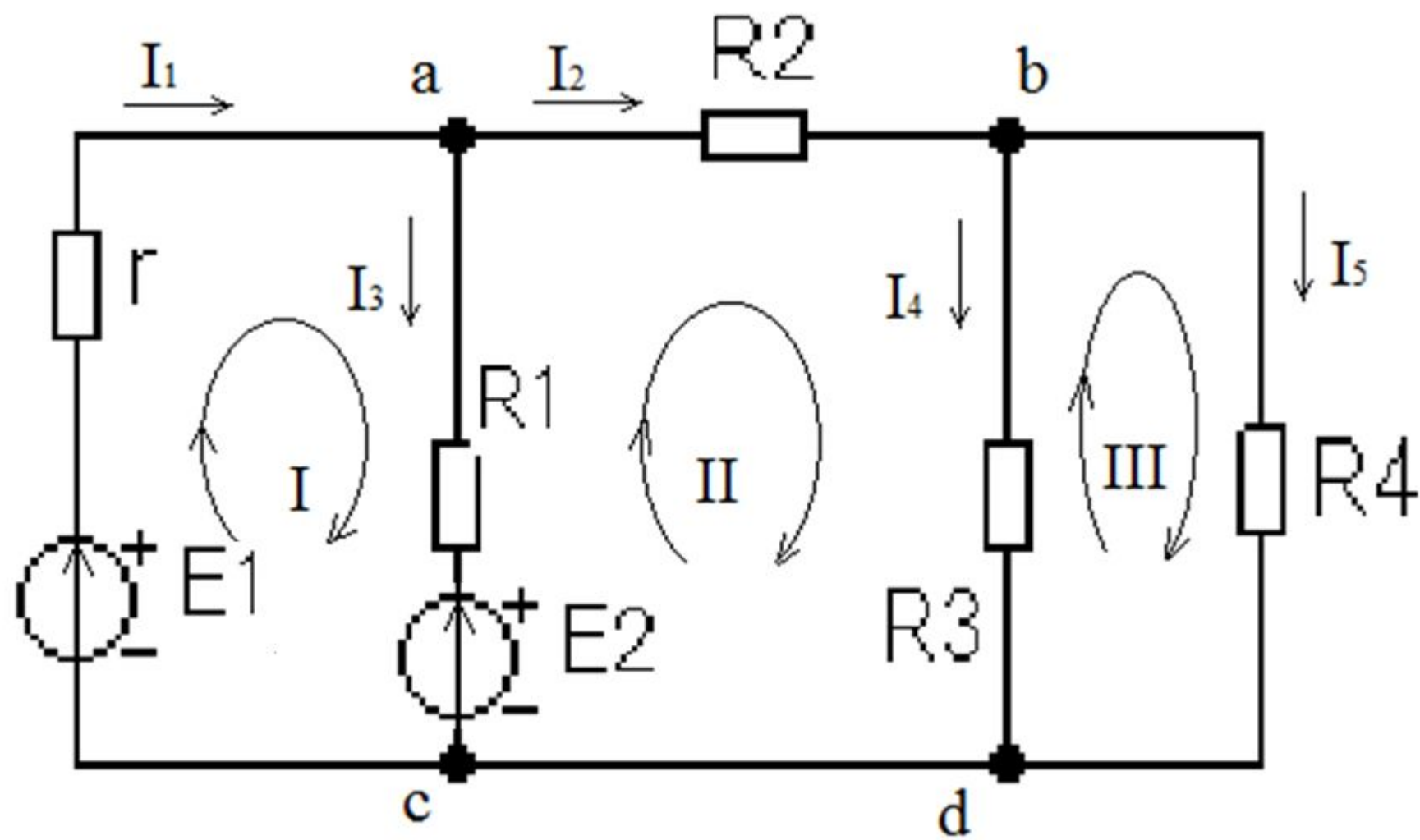
$$\sum E = \sum I \cdot R$$

При составлении уравнений слагаемые берут со знаком плюс, если направления токов и Э.Д.С. совпадают с направлением обхода контура, и со знаком минус, если противоположны направлению обхода.

# Алгоритм расчёта токов с помощью законов Кирхгофа :

1. Произвольно задаются направления токов и обхода контуров.
2. Составляют уравнения по первому закону Кирхгофа. Число таких уравнений должно быть на единицу меньше числа узлов.
3. Недостающие уравнения составляют по второму закону Кирхгофа.
4. Решают полученную систему уравнений и находят неизвестные токи.



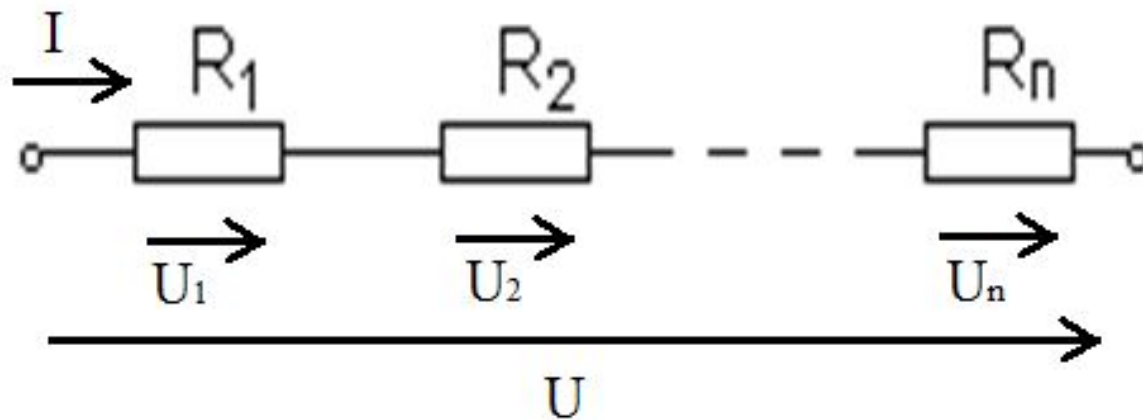


# Преобразования в линейных электрических цепях

Последовательное соединение – это соединение двух или более резисторов в форме цепи, в которой каждый отдельный резистор соединяется с другим отдельным резистором только в одной точке.

Параллельное соединение – это соединение, при котором резисторы соединяются между собой обоими контактами. В результате к одной точке (электрическому узлу) может быть присоединено несколько резисторов.





При последовательном соединении через все резисторы протекает один и тот же ток  $I$ :

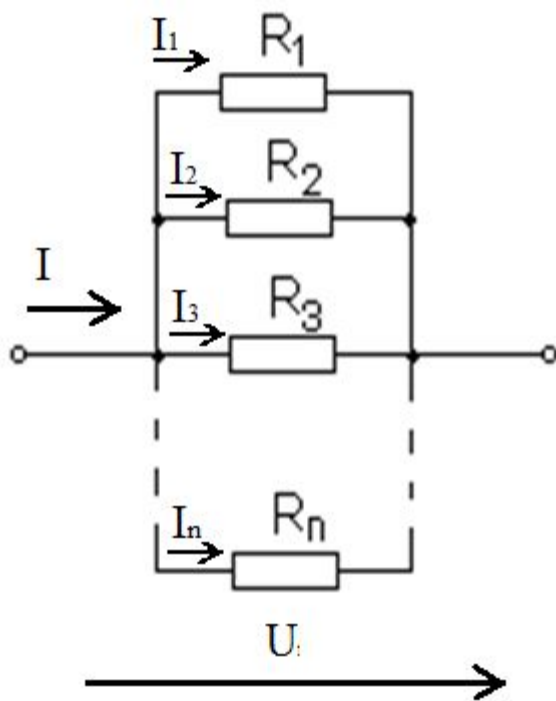
$$I_1 = I_2 = \dots = I_n = I$$

Напряжение  $U$  равно сумме падений напряжений на сопротивлениях:

$$U = U_1 + U_2 + \dots + U_n$$

Общее сопротивление  $R$ :

$$R = R_1 + R_2 + \dots + R_n$$



При параллельном соединении ко всем резисторам приложено одно и то же напряжение:

$$U = U_1 = U_2 = \dots = U_n$$

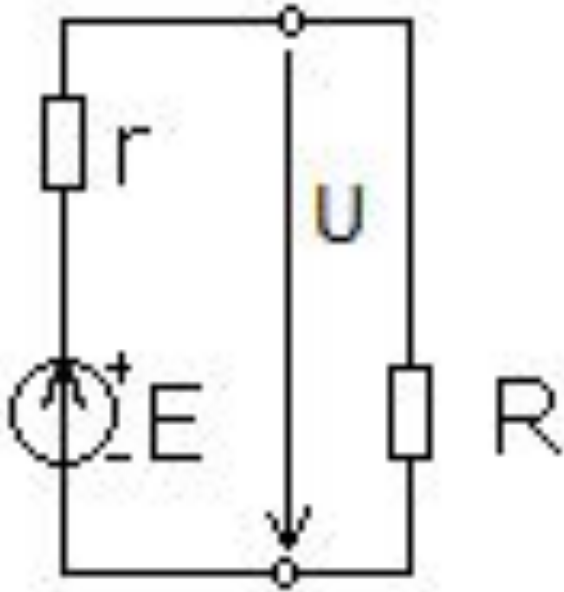
Ток  $I$  равен сумме всех токов на резисторах:

$$I = I_1 + I_2 + \dots + I_n$$

Общее сопротивление  $R$ :

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}$$

# Баланс мощностей



$$E = U + r \cdot I$$

$$E \cdot I = U \cdot I + r \cdot I^2$$

$$P_1 = P_2 + \Delta P$$

$P_1$  - мощность источника ЭДС

$P_2$  - мощность, потребляемая приемником

$\Delta P$  - потери мощности в источнике ЭДС

$$\sum E \cdot I = \sum I^2 \cdot R$$

Если направление тока  $I$ , протекающего через Э.Д.С.  $E$ , совпадает с направлением Э.Д.С., то произведение  $EI$  входит в уравнение с положительным знаком, так как источник Э.Д.С. доставляет в цепь энергию.

Если направление тока  $I$  направлено встречно Э.Д.С.  $E$ , то источник Э.Д.С. потребляет энергию (например, зарядка аккумулятора), и произведение  $EI$  входит в уравнение с отрицательным знаком.

# Однофазные цепи переменного тока

# Основные характеристики

Мгновенное значение синусоидального тока:

$$i = I_m \cdot \sin(\omega t + \psi_i)$$

где  $I_m$  - амплитуда тока, А

$\omega$  – угловая частота, рад/с

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

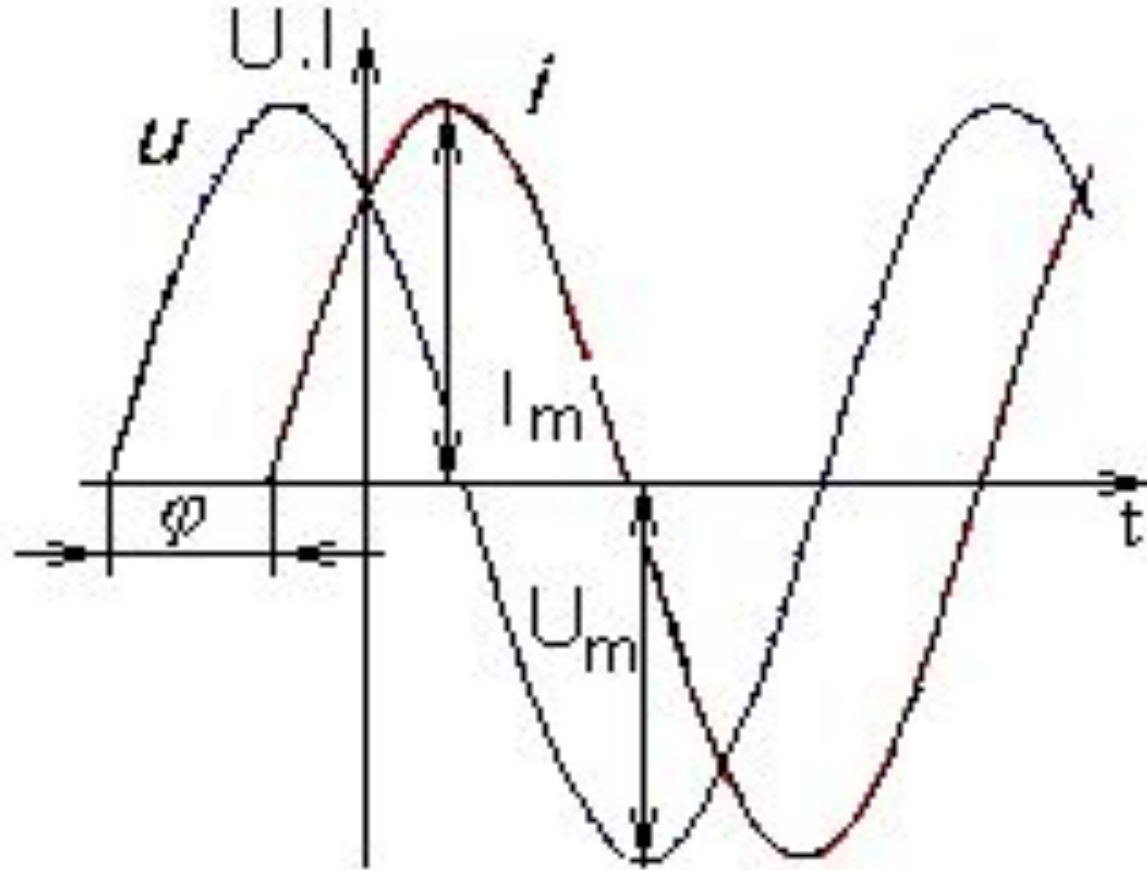
$T$  - период – время, за которое совершается одно полное колебание, с;

$f$  - частота, равная числу колебаний за 1 секунду, Гц

$\psi_i$  - начальная фаза, рад

$t$  - время, с

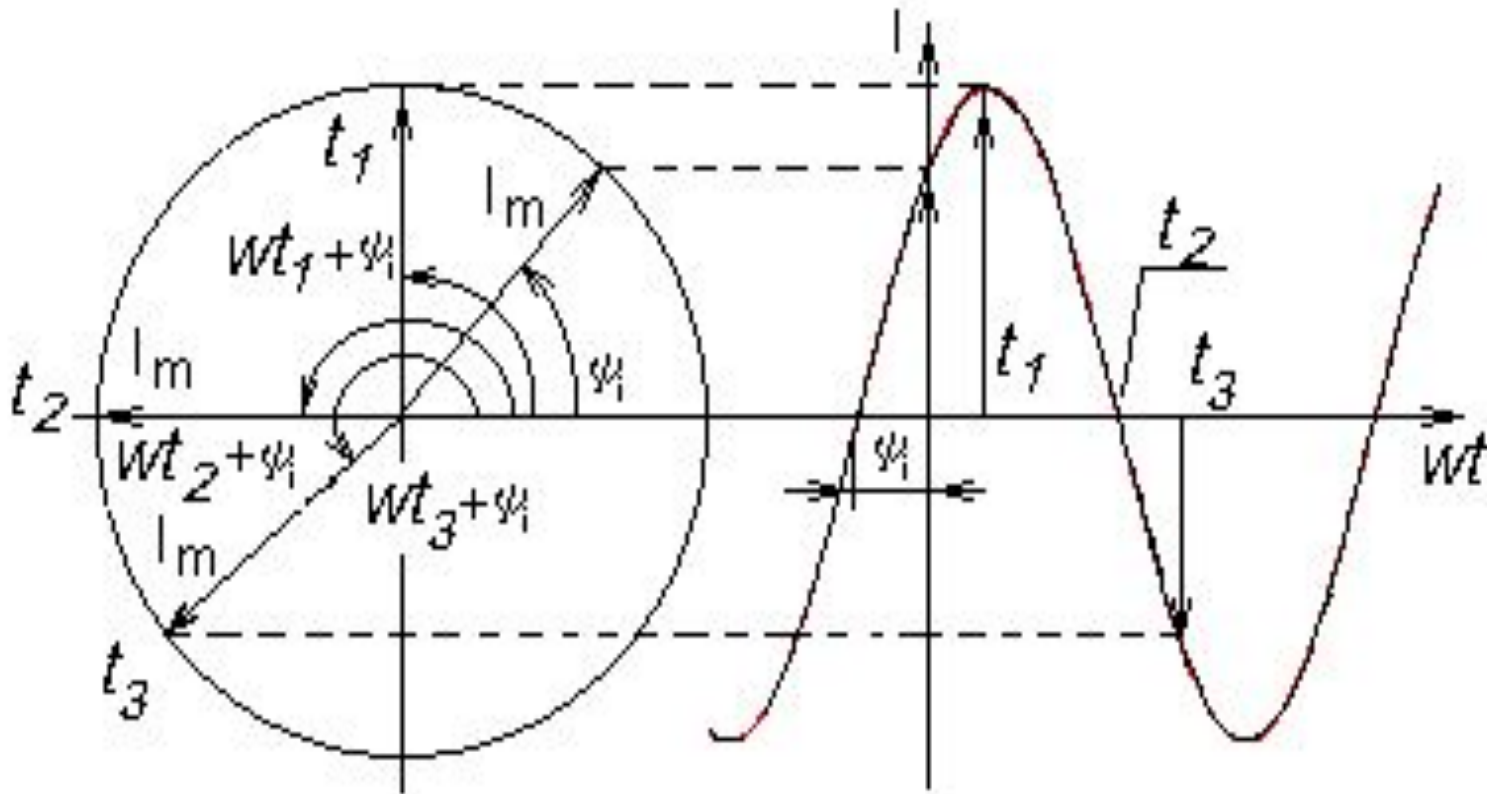
# Графическое изображение синусоидальных величин



Угол сдвига фаз между током и напряжением

$$\varphi = \Psi_u - \Psi_i$$

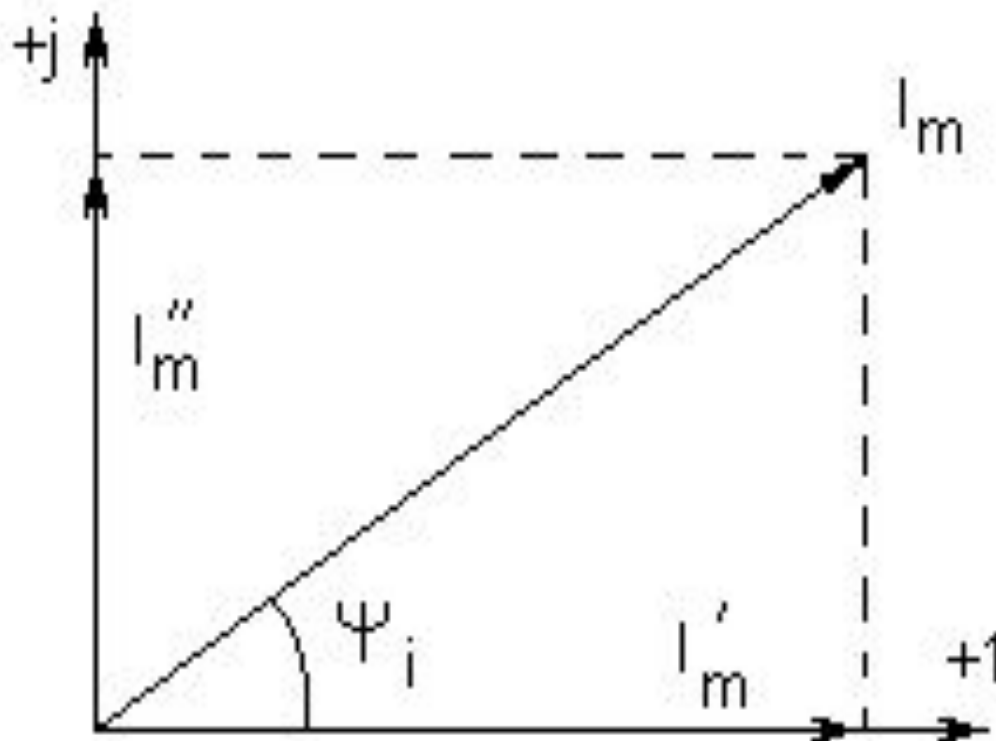
# Векторное изображение синусоидальных величин



Совокупность векторов на плоскости, изображающих Э.Д.С., напряжения, токи одной частоты, называют векторной диаграммой.

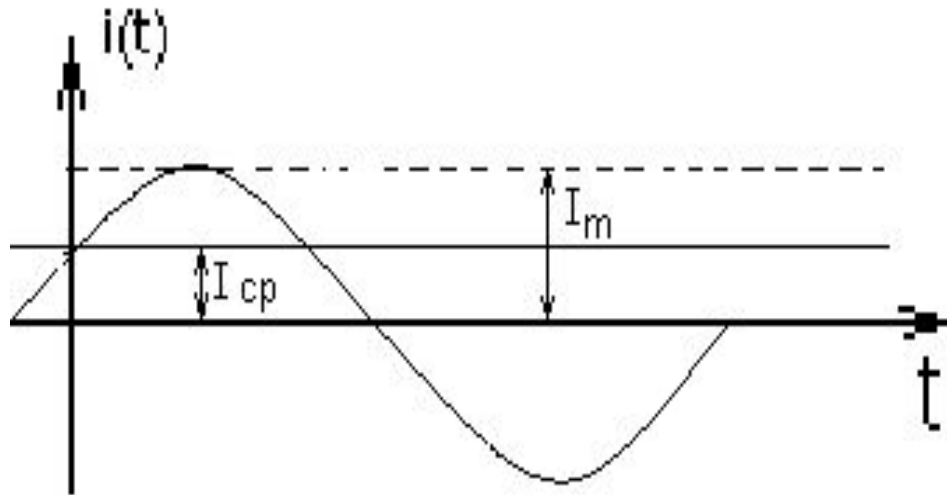


# Представление синусоидальных величин КОМПЛЕКСНЫМИ ЧИСЛАМИ



$$\underline{I}_m = I'_m + jI''_m = I_m \cdot \cos\psi_i + jI_m \cdot \sin\psi_i$$

Под средним значением синусоидально изменяющейся величины понимают её среднее значение за полпериода.



$$I_{cp} = \frac{2}{\pi} \cdot I_m$$

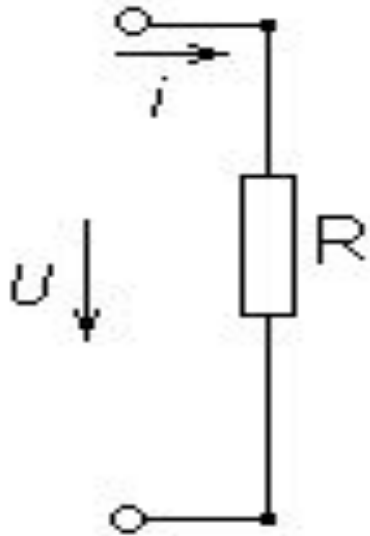
Действующим значением синусоидального тока, называют такое значение постоянного тока, при котором в одном и том же резисторе с сопротивлением  $R$  за время одного периода  $T$  выделяется столько же теплоты, сколько и при синусоидальном токе.

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \quad E = \frac{E_m}{\sqrt{2}} \quad U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$$

Все электроизмерительные приборы показывают действующие значения.

# Элементы R, L, C в цепи синусоидального тока

## Резистивный элемент



$$i = I_m \cdot \sin(\omega \cdot t + \psi_i)$$

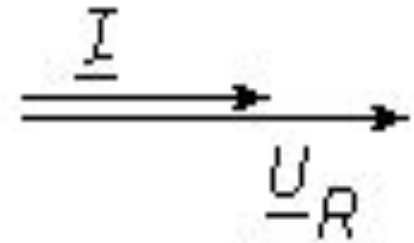
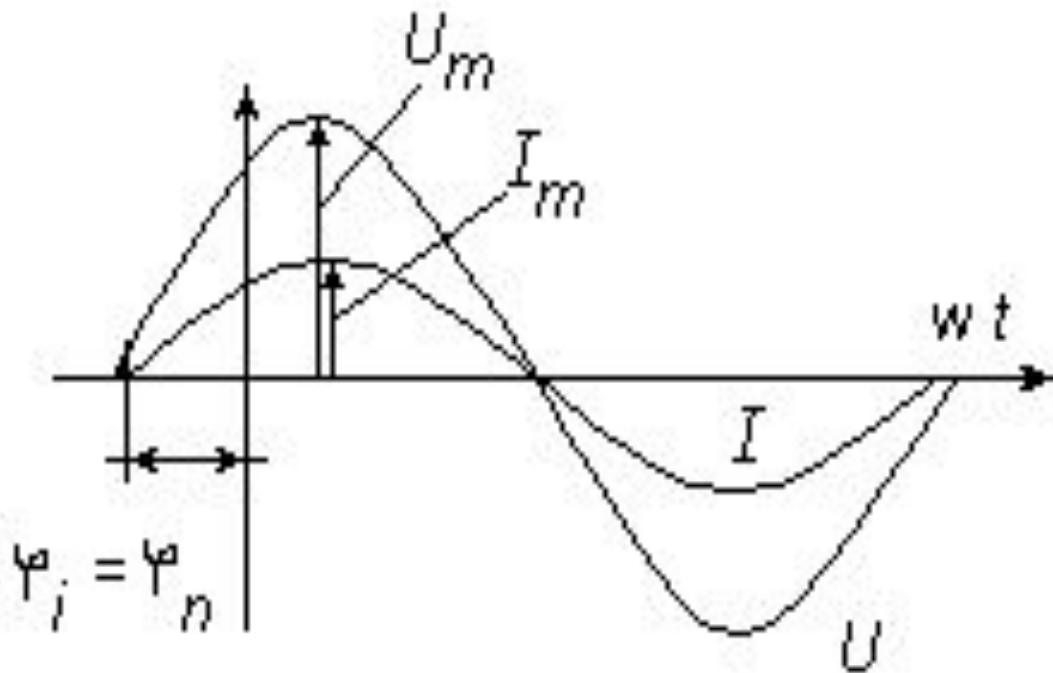
$$U_R = R \cdot i =$$

$$= R \cdot I_m \cdot \sin(\omega \cdot t + \psi_U) =$$

$$= U_{Rm} \cdot (\omega \cdot t + \psi_U)$$

$$U_{Rm} = R \cdot I_m$$

$$\psi_U = \psi_i$$



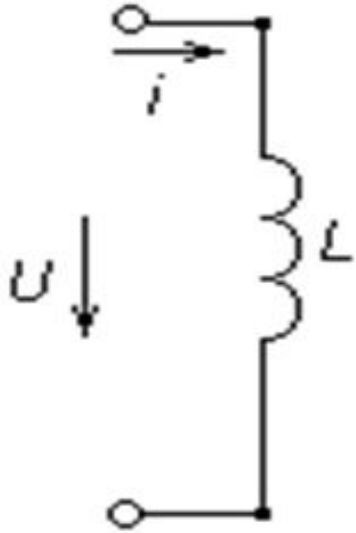
$$\varphi = \psi_U - \psi_i = 0$$

Сопротивление  $R$  в цепи переменного тока называется активным

$$P = U_R * I_R$$

$$[P] = \text{Вт}$$

# Индуктивный элемент



Индуктивность - идеализированный пассивный элемент цепи, приближенно заменяющий катушку индуктивности, в которой происходит процесс накопления энергии магнитного поля.

$$i = I_m \cdot \sin(\omega \cdot t + \psi_i)$$

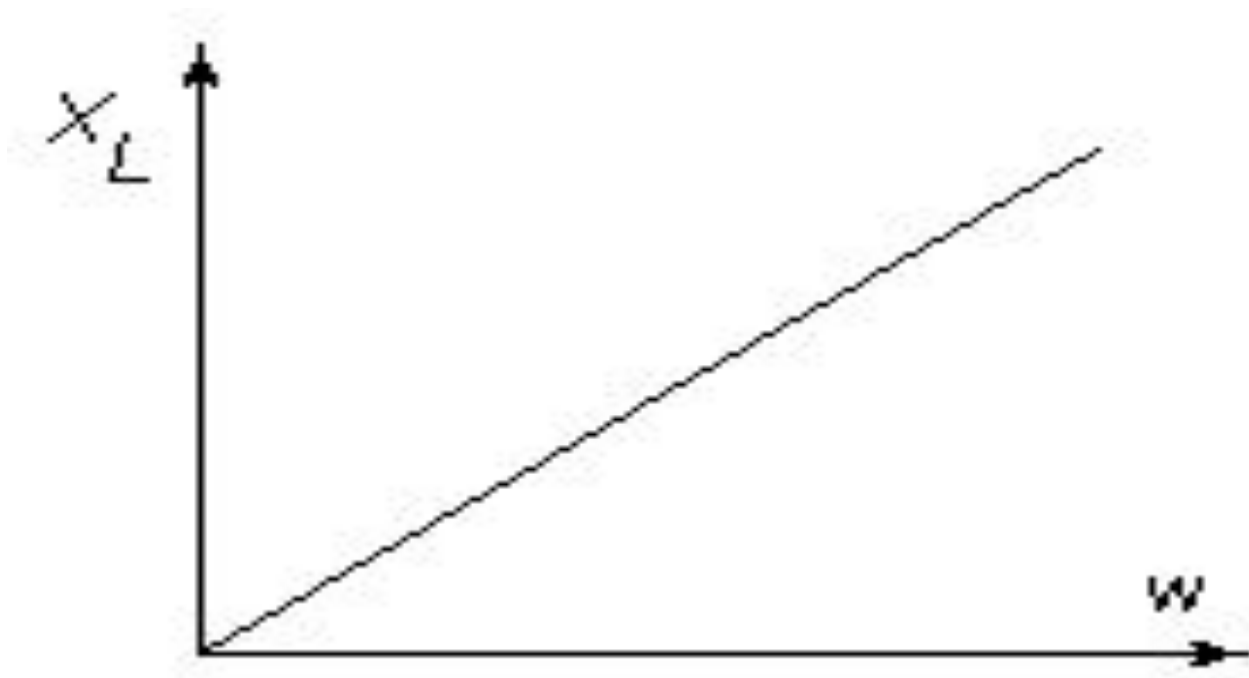
$$U = L \frac{di}{dt} = \omega \cdot L \cdot I_m \sin(\omega \cdot t) = U_{Lm} \sin(\omega \cdot t + \frac{\pi}{2})$$

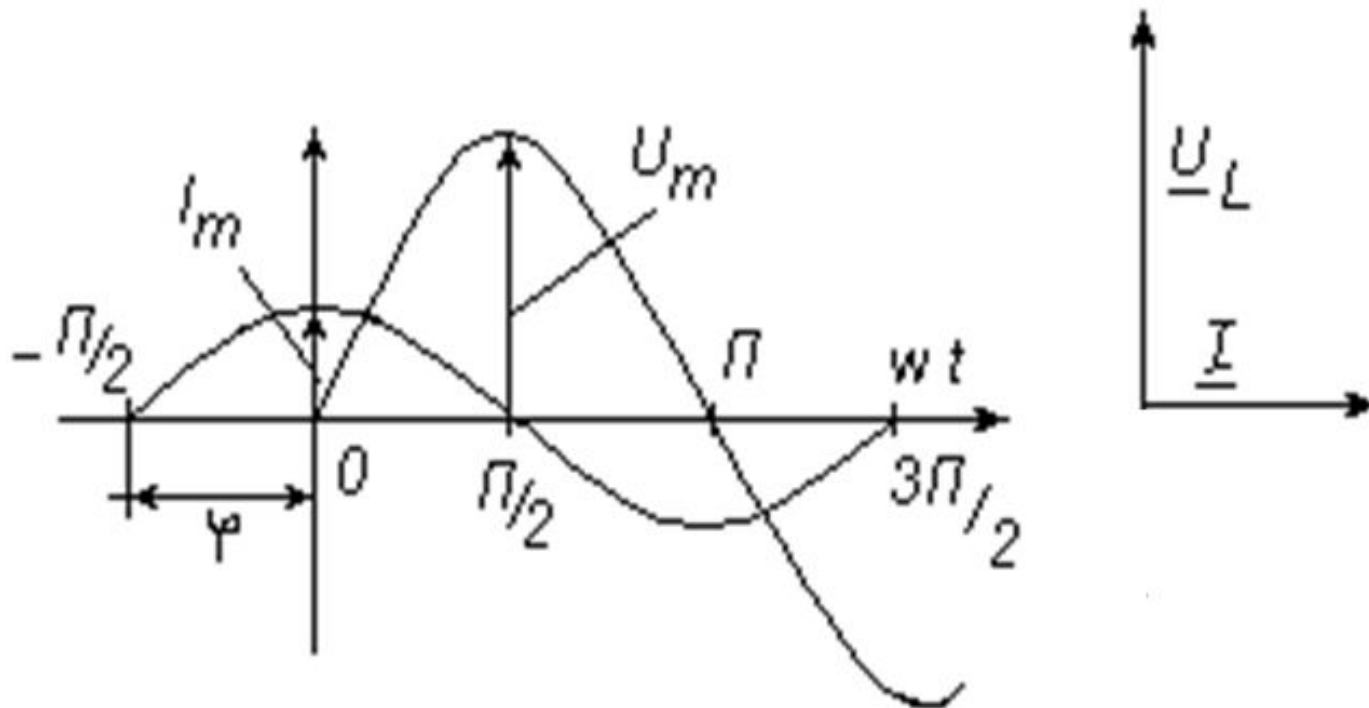
$$U_{Lm} = \omega \cdot L \cdot I_m$$

Индуктивное сопротивление :

$$X_L = \omega \cdot L$$

где  $L$  – индуктивность,  $[L] = \text{Гн}$





$$\varphi = \psi_U - \psi_i = 90^\circ$$

Связь между действующими значениями напряжения и тока:

$$U_L = \omega \cdot L \cdot I = X_L \cdot I \quad I = \frac{U_L}{\omega \cdot L} = \frac{U_L}{X_L}$$



Индуктивное сопротивление  $X_L$  в цепи переменного тока является реактивным

$$P = 0$$

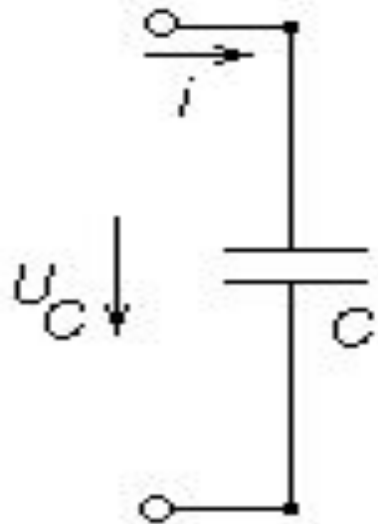
Происходит периодический обмен энергией между источником и магнитным полем.

Интенсивность обмена характеризуется реактивной мощностью:

$$Q_L = U_L \cdot I_L = X_L \cdot I_L^2$$

$$[Q_L] = \text{Вар}$$

# Емкостной элемент



Емкость - идеализированный пассивный элемент цепи, приближенно заменяющий конденсатор, в котором происходит процесс накопления энергии электрического поля.

$$U_c = U_{cm} \sin(\omega \cdot t)$$

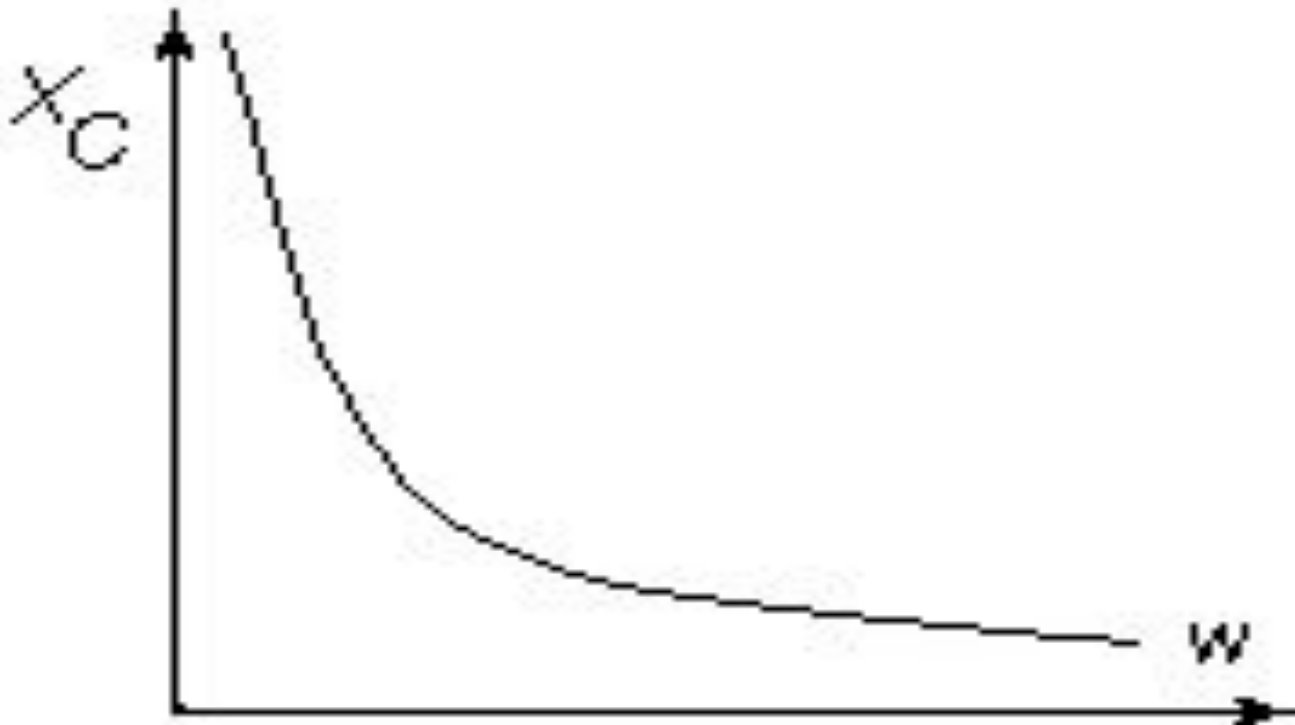
$$i = C \frac{dU_c}{dt} = \omega \cdot C \cdot U_{cm} \cos(\omega \cdot t) = I_m \sin\left(\omega \cdot t + \frac{\pi}{2}\right)$$

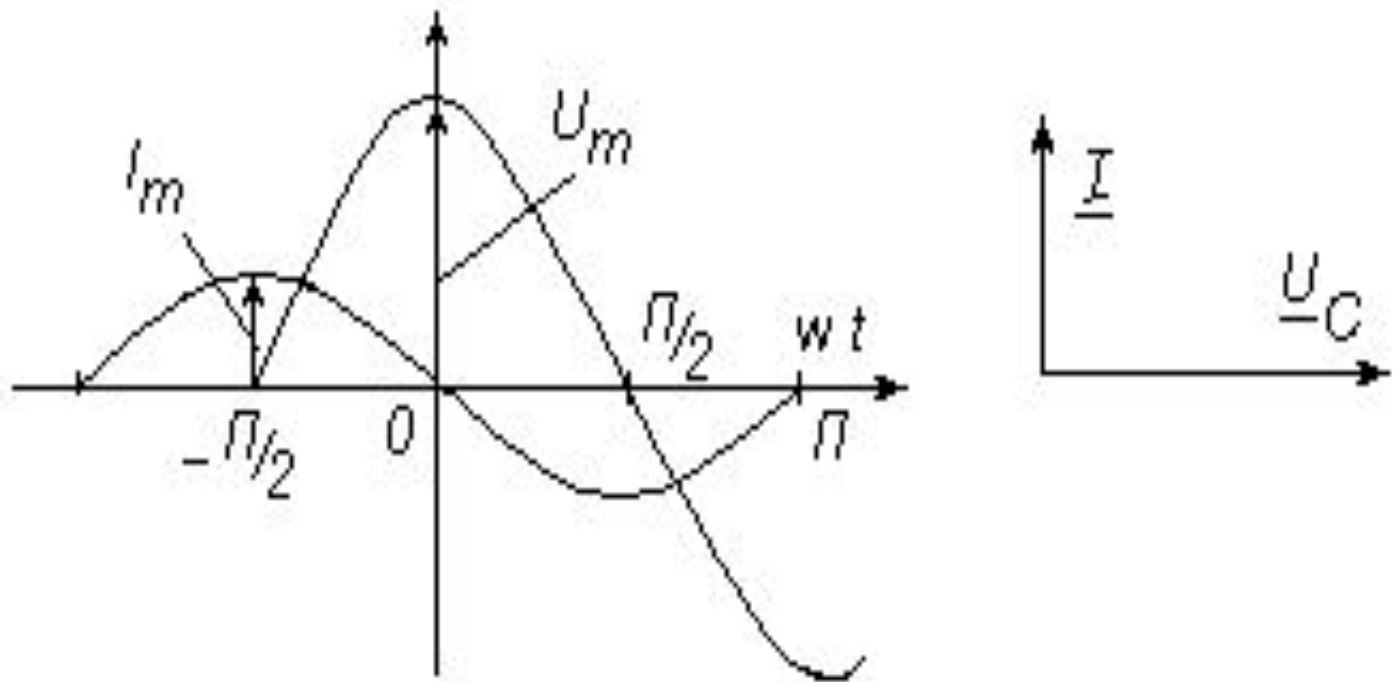
$$I_m = \omega \cdot C \cdot U_{cm}$$

Емкостное сопротивление :

$$X_c = \frac{1}{\omega \cdot C} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C}$$

где  $C$  – емкость,  $[C] = \Phi$





$$\varphi = \psi_U - \psi_i = -90^\circ$$

Связь между действующими значениями напряжения и тока:

$$U_C = \frac{1}{\omega \cdot C} \cdot I = X_C \cdot I \quad I = \omega \cdot C \cdot U_C = \frac{U_C}{X_C}$$

Емкостное сопротивление  $X_C$  в цепи переменного тока является реактивным

$$P = 0$$

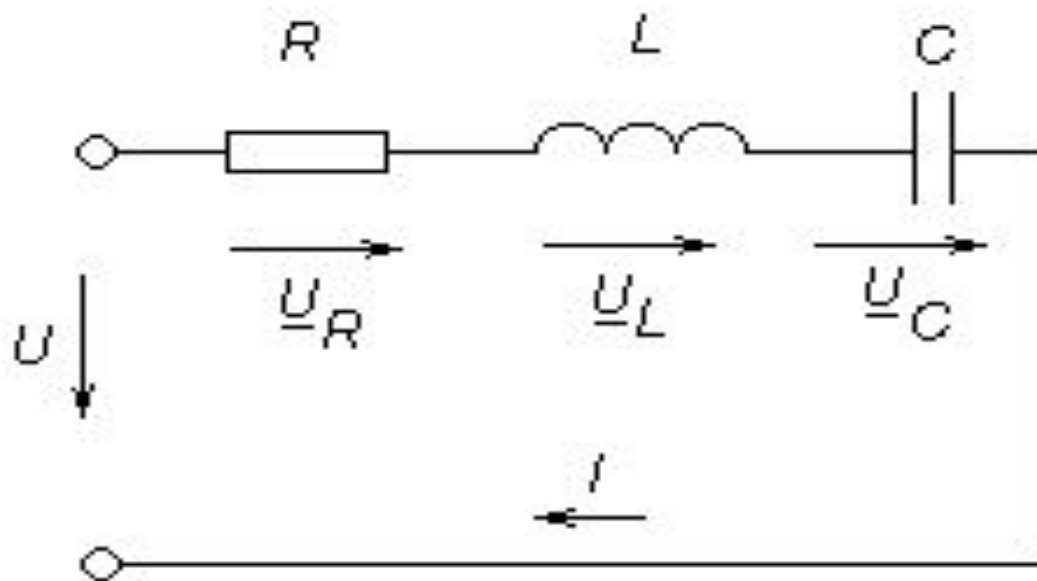
Происходит периодический обмен энергией между источником и электрическим полем.

Интенсивность обмена характеризуется реактивной мощностью:

$$Q_C = U_C \cdot I_C = X_C \cdot I_C^2$$

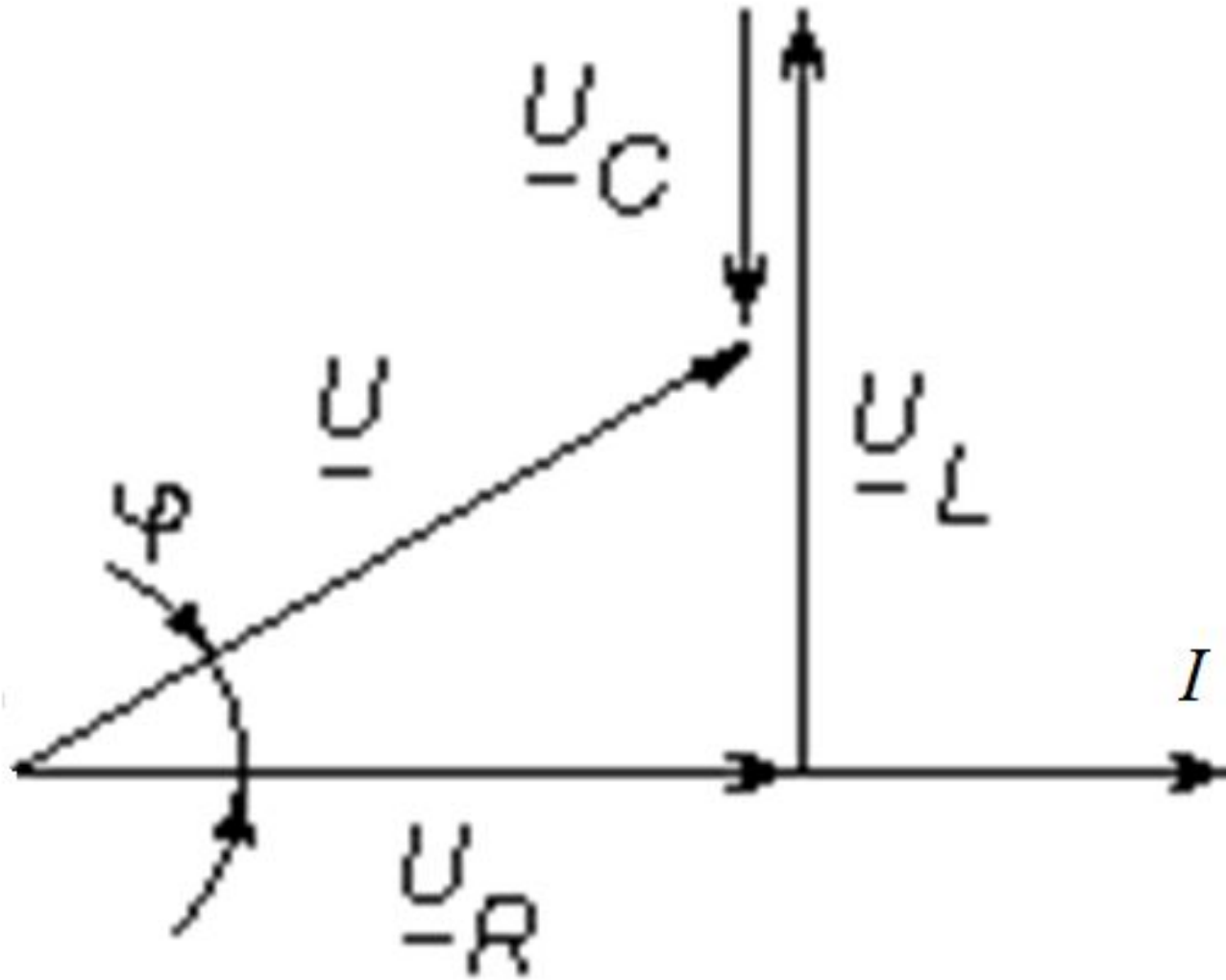
$$[Q_C] = \text{Var}$$

# Последовательное соединение элементов R, L, C

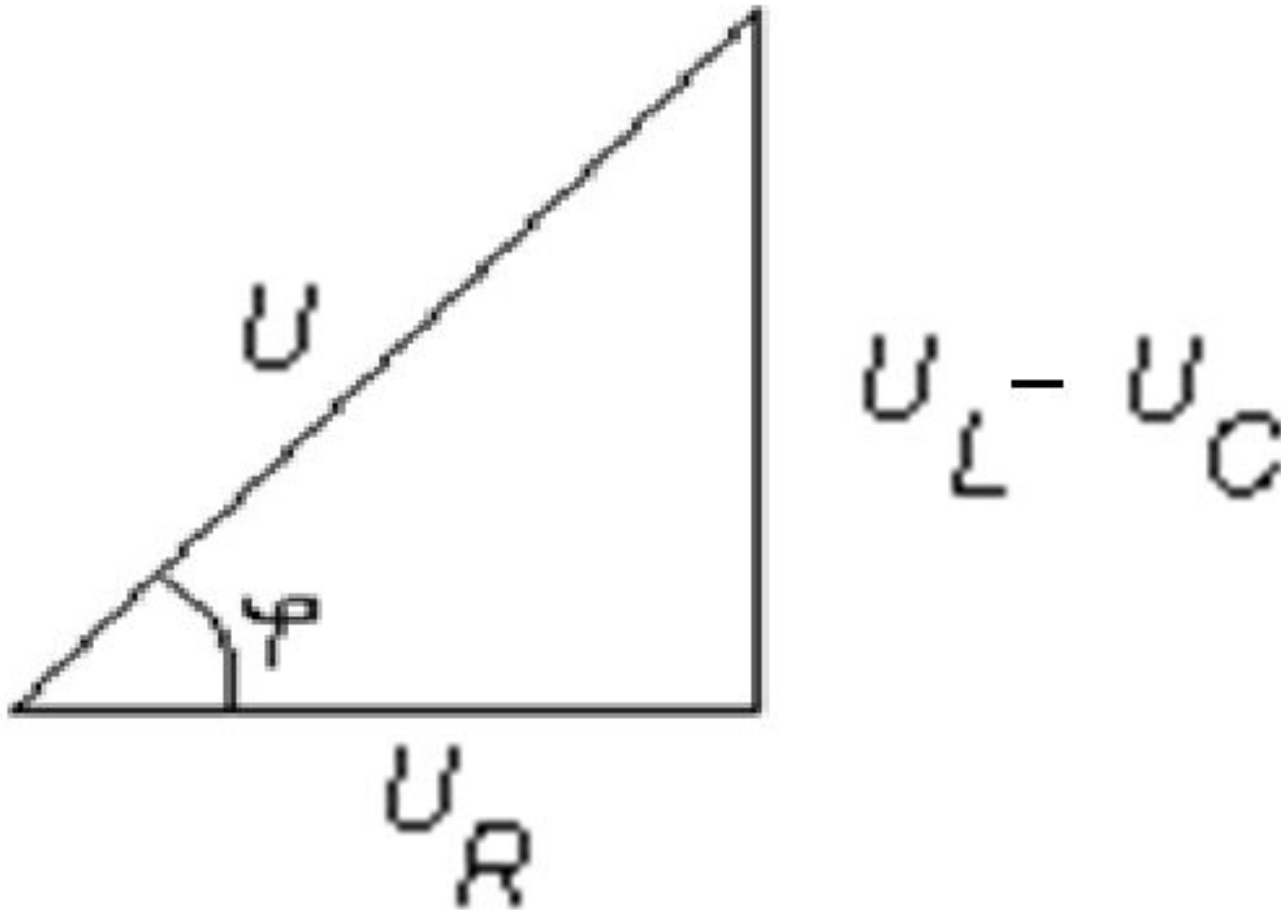


$$\underline{U} = \underline{U}_R + \underline{U}_L + \underline{U}_C$$

# Векторная диаграмма токов и напряжений

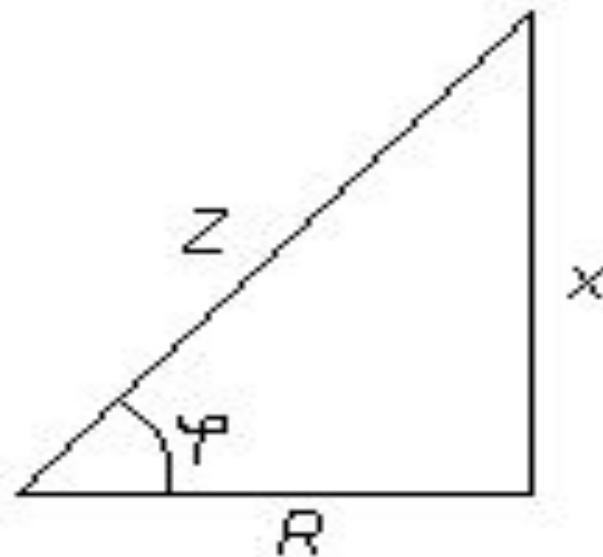
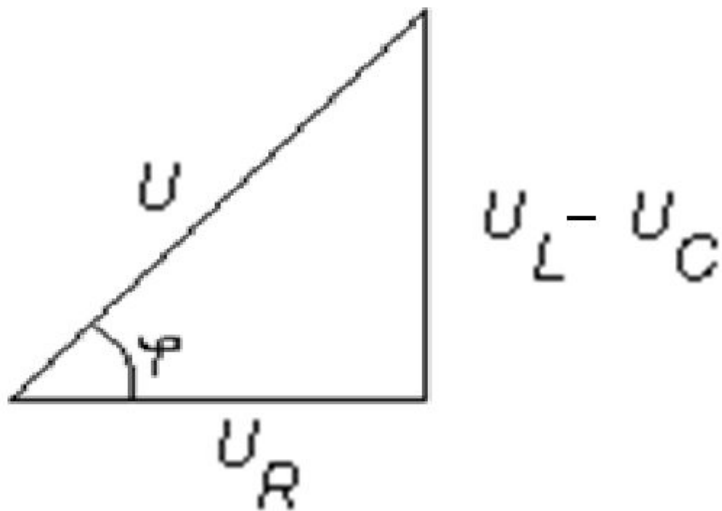


# Треугольник напряжений





# Треугольник сопротивлений



$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

$$X = X_L - X_C$$

где  $Z$  – полное сопротивление, Ом

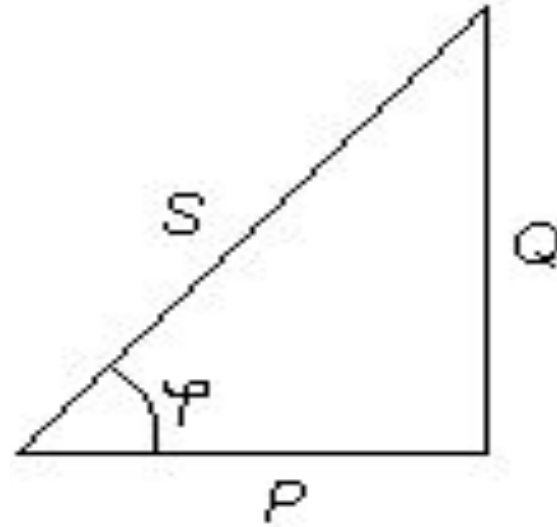
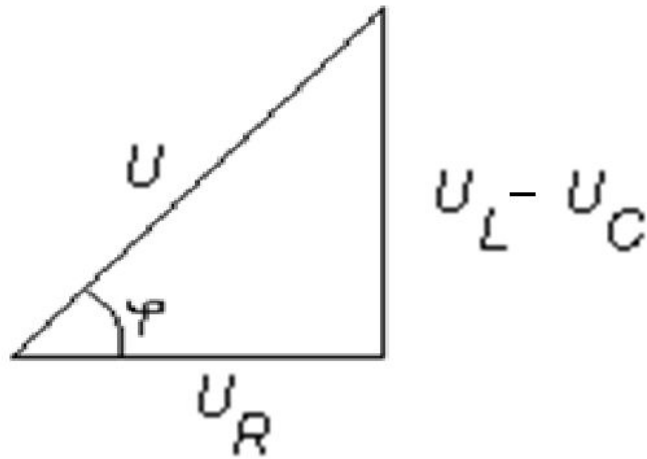
$X$  – реактивное сопротивление, Ом

$X_L$  – индуктивное сопротивление, Ом

$X_C$  – емкостное сопротивление, Ом

$R$  – активное сопротивление, Ом

# Треугольник мощностей



$$S = \sqrt{P^2 + (Q_L - Q_C)^2} \quad Q = Q_L - Q_C \quad \cos \varphi = \frac{P}{S}$$

где  $S$  – полная мощность, ВА

$Q$  – реактивная мощность, ВАр

$Q_L$  – индуктивная мощность, ВАр

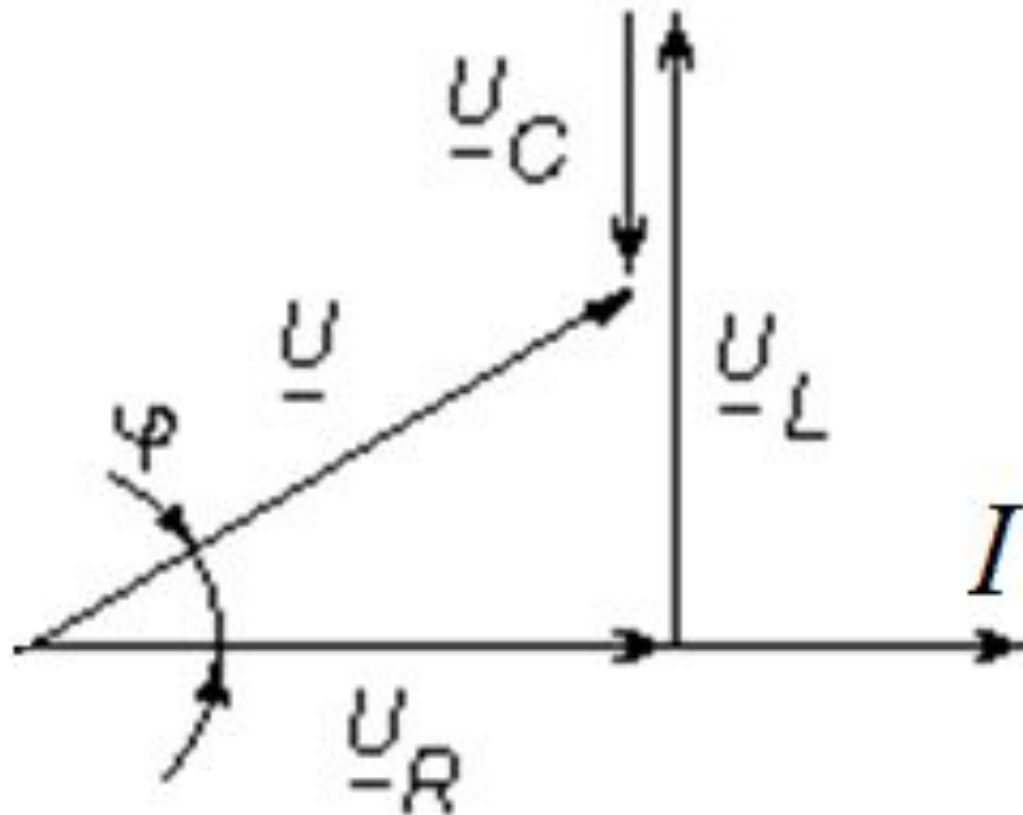
$Q_C$  – емкостная мощность, ВАр

$P$  – активная мощность, Вт

$\cos \varphi$  – коэффициент мощности

# Индуктивный характер нагрузки

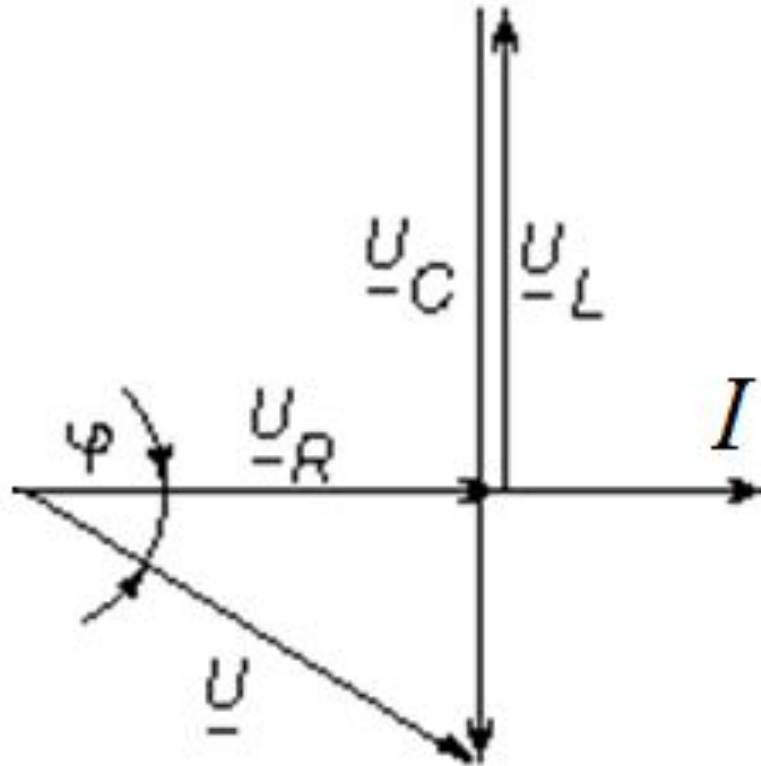
$$x_C > x$$



$$\varphi > 0$$

# Емкостной характер нагрузки

$$x_C < x$$



$$\varphi < 0$$

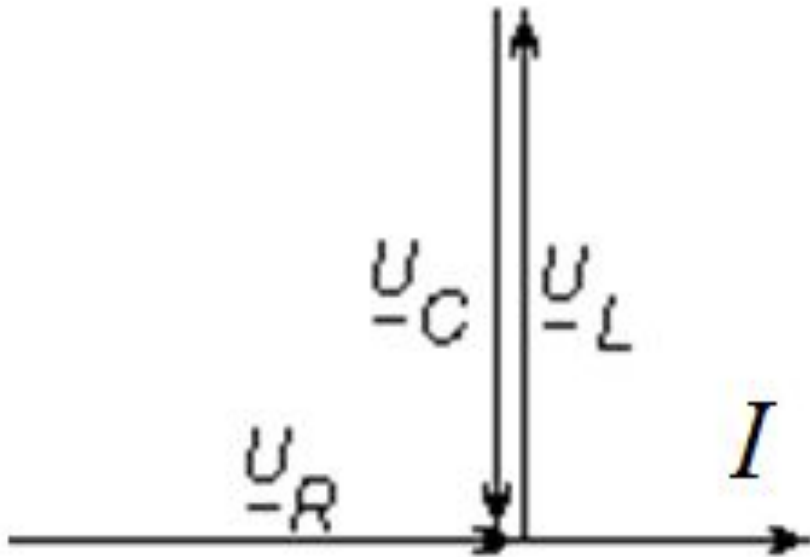
# Резонанс напряжений

$$x_C = x \quad \omega L = \frac{1}{\omega C}$$

$$\varphi = 0$$

Угловая частота, при которой наступает резонанс:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}}$$



При резонансе напряжений в последовательном контуре приложенное напряжение по фазе совпадает с током.

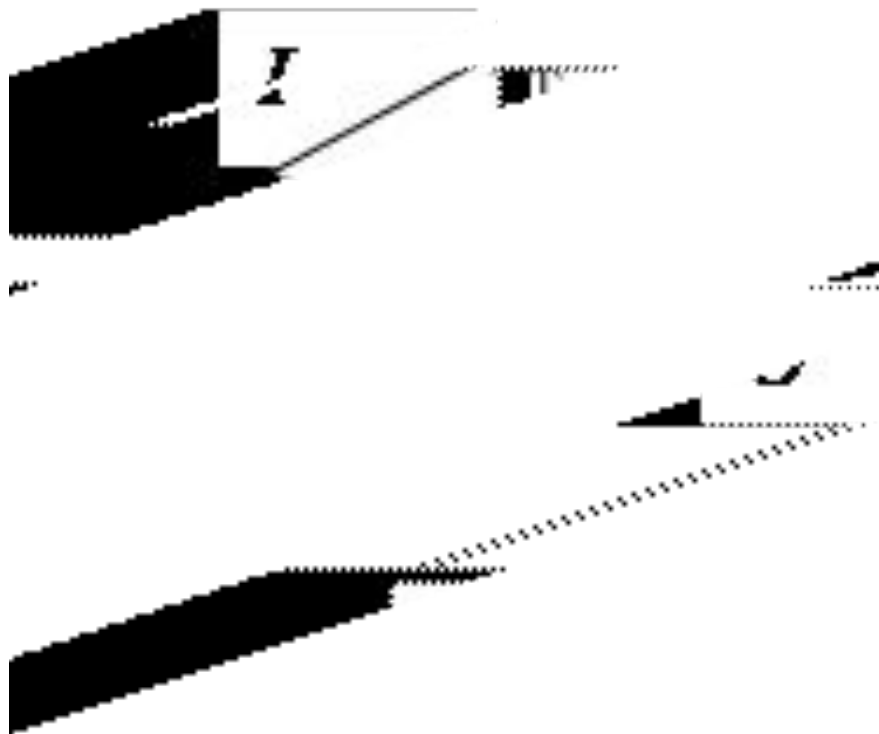
# Параллельное соединение элементов R, L, C

Проводимости  
каждой ветви  
соответственно  
равны:

$$g = \frac{1}{R} \quad b_L = \frac{1}{X_L} \quad b_C = \frac{1}{X_C}$$

где  $g$  – активная проводимость, См  
 $b_L$  – индуктивная проводимость, См  
 $b_C$  – емкостная проводимость, См

# Векторная диаграмма токов и напряжений



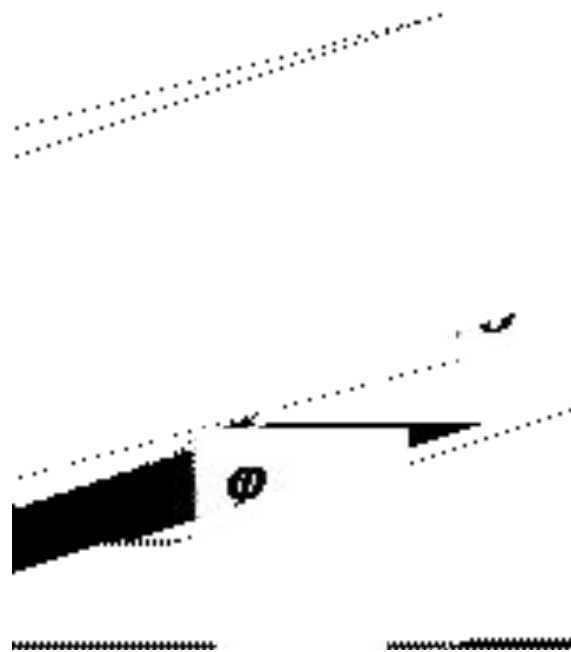
$$I = \sqrt{I_R^2 + (I_L - I_C)^2}$$

$$I = U \cdot y$$

где  $y$  – полная проводимость, См

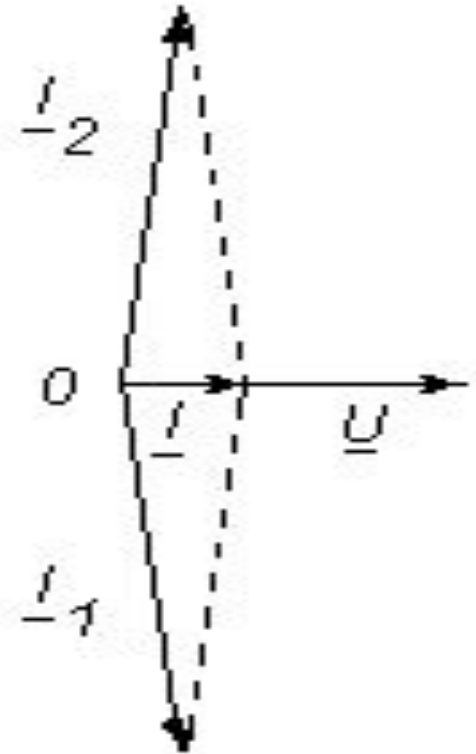
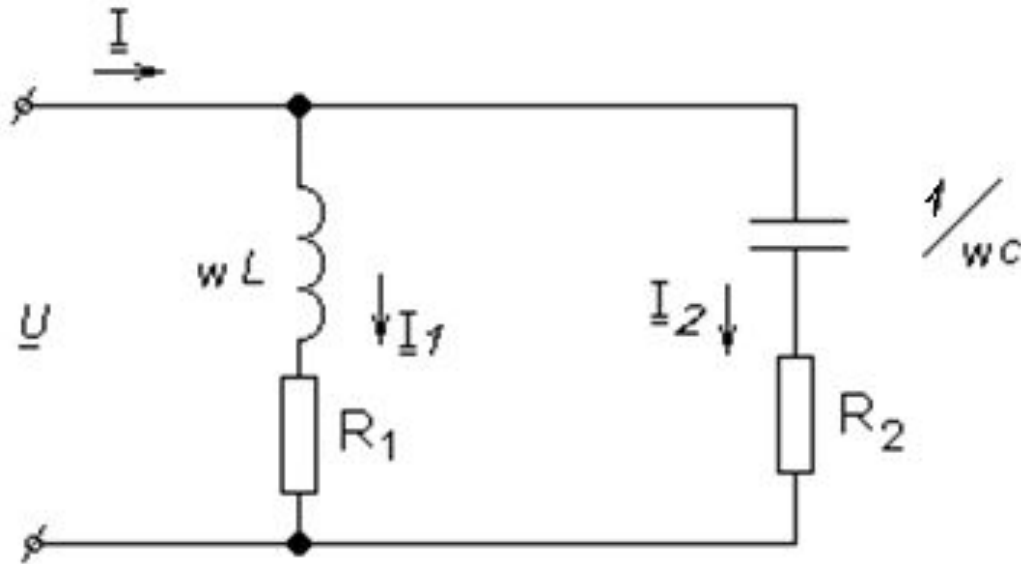
Треугольник проводимостей:

$$y = \sqrt{g_R^2 + (b_L - b_C)^2}$$



# Резонанс токов

$$b_L = b_C$$

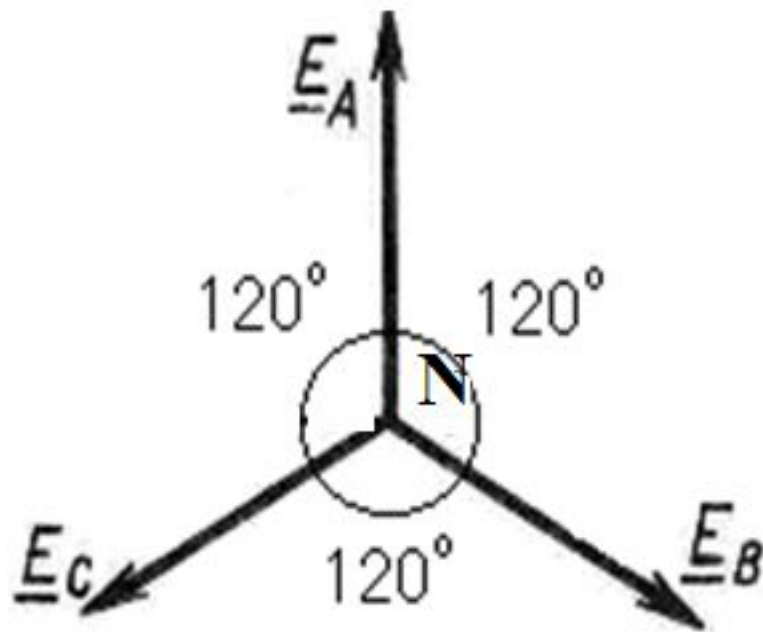
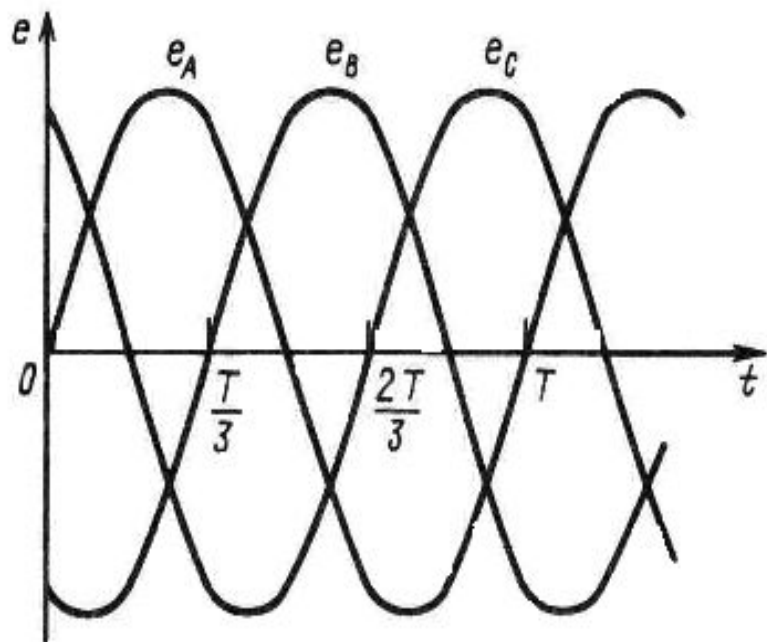


При резонансе токов общий ток в параллельном контуре по фазе совпадает с приложенным напряжением.

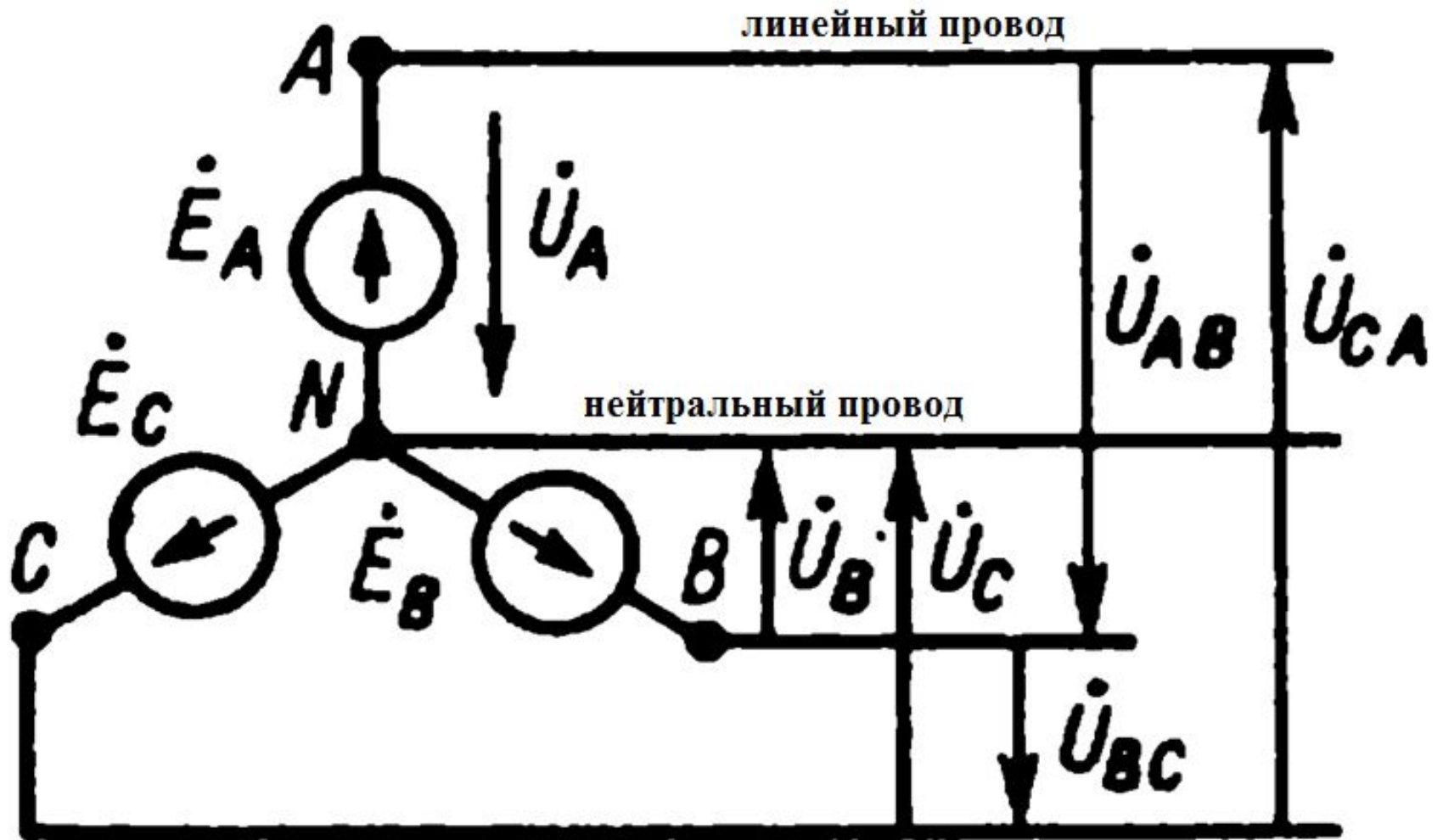


# Трехфазные цепи переменного тока

Трёхфазной симметричной системой Э.Д.С. называется совокупность трёх Э.Д.С. одинаковой частоты и амплитуды, сдвинутых друг относительно друга по фазе на  $120^\circ$ .



# Трёхфазная система



- Точку, в которой объединяют концы фаз при соединении её звездой, называют нейтральной или нулевой точкой и обозначают  $N$ .
- Провода, соединяющие точки  $A, B, C$  генератора с точками  $a, b, c$  нагрузки, называют линейными.
- Нейтральным или нулевым проводом называют провод, соединяющий нейтральные точки генератора и нагрузки

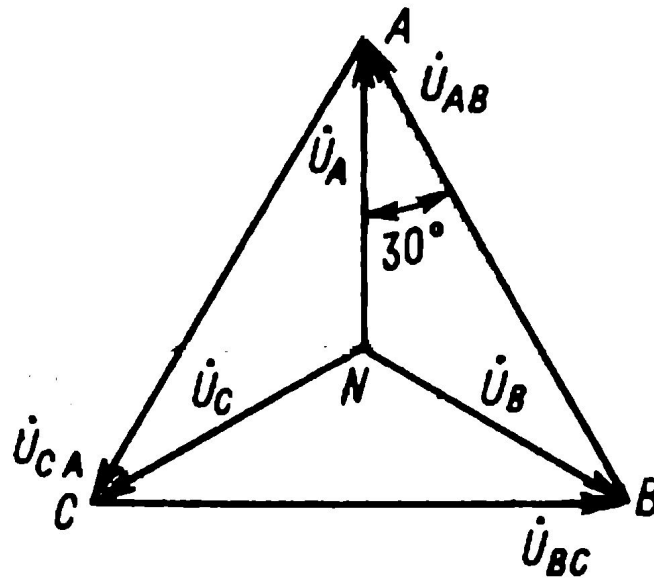
- Линейными токами  $I_L$  называют токи, текущие линейным проводом (их обозначают  $I_A, I_B, I_C$ )
- Фазными токами  $I_\phi$  называют токи, текущие по фазам (их обозначают  $I_a, I_b, I_c$ )
- Фазным напряжением  $U_\phi$  называют напряжение между началом и концом фазы или между линейным и нулевым проводом (их обозначают  $U_a, U_b, U_c$ ).
- Линейным напряжением  $U_L$  называют напряжение между двумя линейными проводами (их обозначают  $U_{AB}, U_{BC}, U_{CA}$ ).

Фазные и линейные напряжения связаны между собой выражениями:

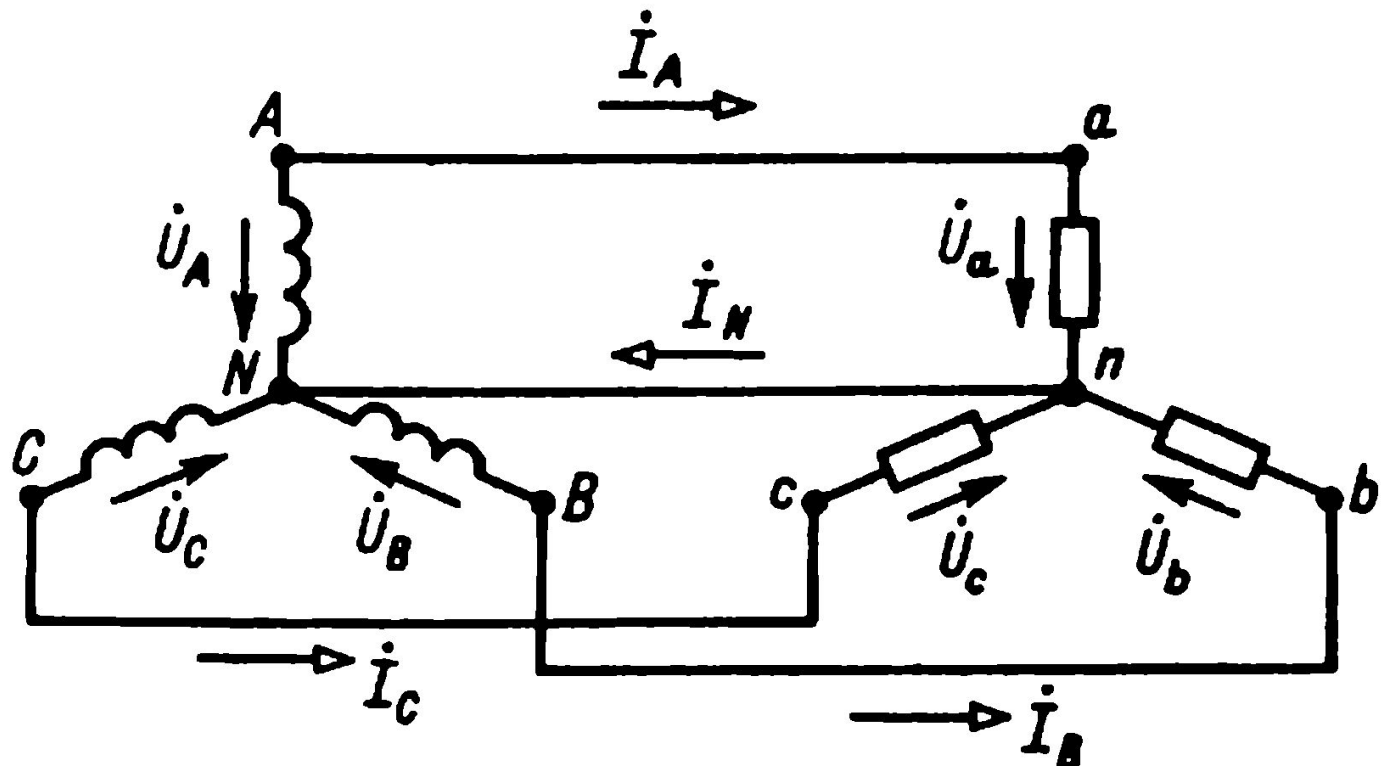
$$\underline{U}_{AB} = \underline{U}_A - \underline{U}_B$$

$$\underline{U}_{BC} = \underline{U}_B - \underline{U}_C$$

$$\underline{U}_{CA} = \underline{U}_C - \underline{U}_A$$



## Соединение «звезда с нейтральным проводом»



Соотношение между линейными и фазными напряжениями и токами в симметричной системе:

$$U_{Л} = \sqrt{3}U_{\Phi} \quad I_{Л} = I_{\Phi}$$

# Особенности соединения «четырёхпроводная звезда»

Нейтральный провод обеспечивает сохранение симметрии фазных напряжений несимметричного приемника.

При изменении режима работы одной из фаз режимы работы других фаз не изменяются, так как нейтральный провод обеспечивает постоянство фазных напряжений

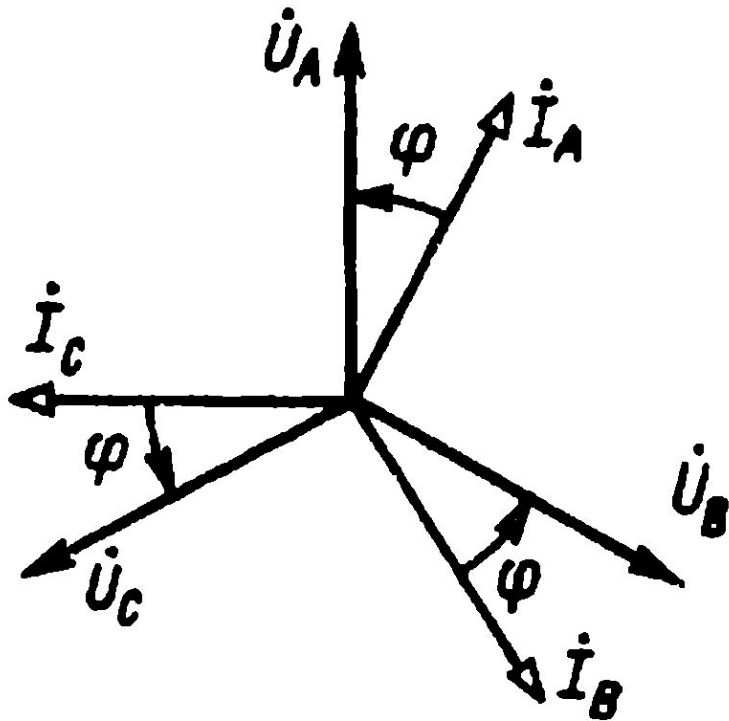


Если сопротивления проводов  $\ll$  сопротивлений приемников:

$$U_A = U_a, U_B = U_b, U_C = U_c$$

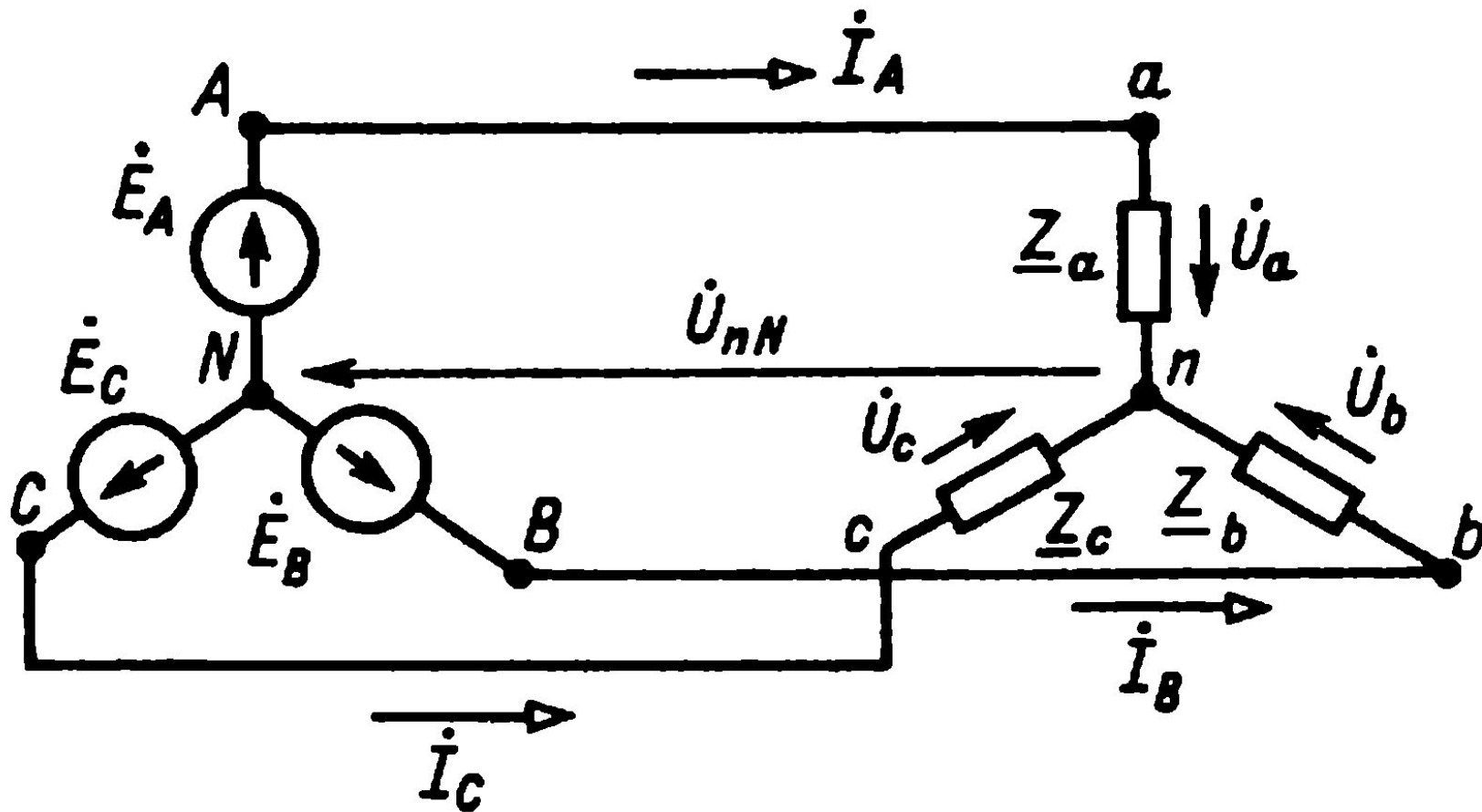
$$I_a = \frac{U_a}{Z_a}, I_b = \frac{U_b}{Z_b}, I_c = \frac{U_c}{Z_c}$$

$$\underline{I}_N = \underline{I}_a + \underline{I}_b + \underline{I}_c$$



Векторная диаграмма симметричного приемника, соединенного звездой

# Соединение «звезда без нулевого провода»



# Особенности соединения «трехпроводная звезда»

Можно включать только симметричные  
нагрузки

При исчезновении симметрии возникает напряжение между нейтралями:

$$U_{Nn} = \frac{U_a \cdot Y_a + U_b \cdot Y_b + U_c \cdot Y_c}{Y_a + Y_b + Y_c}$$

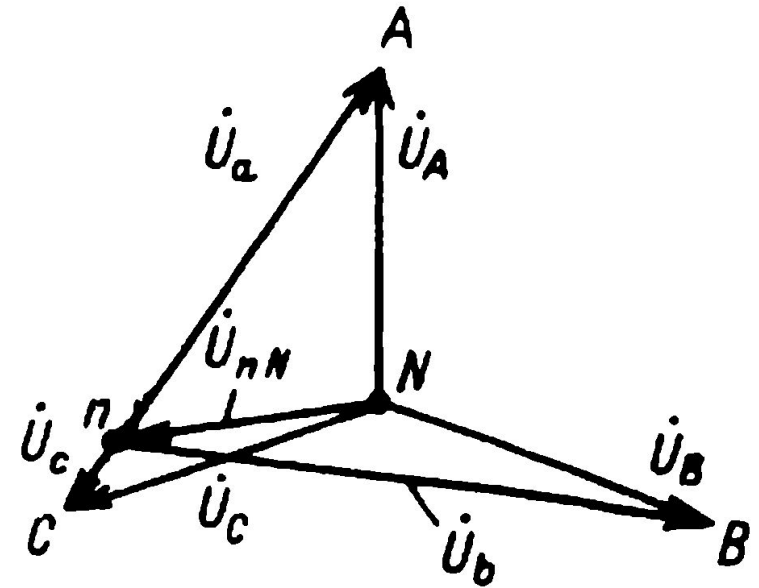
Тогда фазные напряжения и токи равны:

$$U_a = U_A - U_{Nn}$$

$$U_b = U_B - U_{Nn}$$

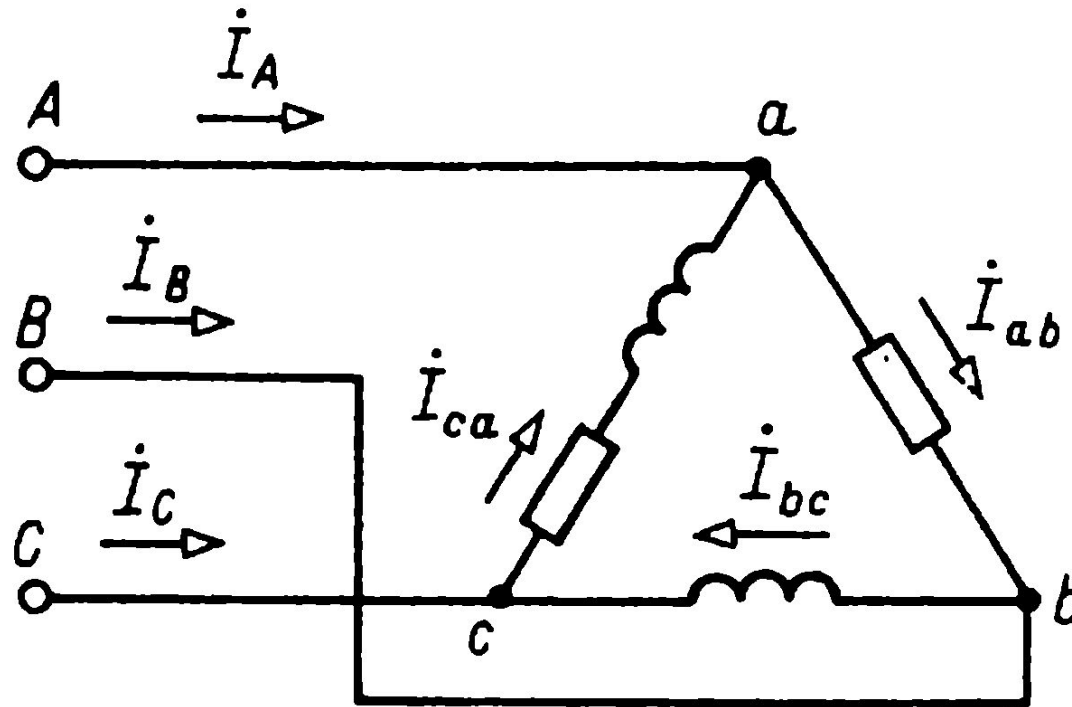
$$U_c = U_C - U_{Nn}$$

$$I_a = \frac{U_a}{Z_a}, I_b = \frac{U_b}{Z_b}, I_c = \frac{U_c}{Z_c}$$



Векторная диаграмма несимметричного приемника, соединенного трехпроводной звездой

## Соединение «треугольник»



Соотношение между линейными и фазными напряжениями и токами в симметричной системе:

$$U_L = U_\Phi \quad I_L = I_\Phi \sqrt{3}$$

## Особенности соединения «треугольник»

При изменении сопротивления одной из фаз режим работы других фаз останется неизменным, так как линейные напряжения генератора останутся постоянными

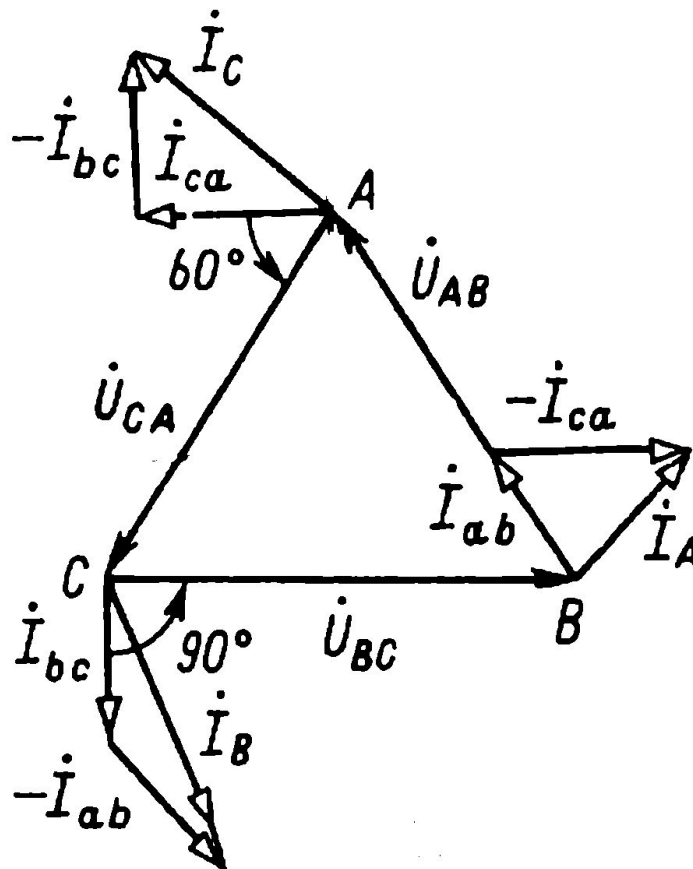
Схема соединения «треугольник» широко используется для включения несимметричной нагрузки

$$\underline{I}_{ab} = \frac{\underline{U}_{AB}}{Z_{ab}}; \quad \underline{I}_{bc} = \frac{\underline{U}_{bc}}{Z_{bc}}; \quad \underline{I}_{ca} = \frac{\underline{U}_{CA}}{Z_{ca}}$$

$$\underline{I}_A = \underline{I}_{ab} - \underline{I}_{ca}$$

$$\underline{I}_B = \underline{I}_{bc} - \underline{I}_{ab}$$

$$\underline{I}_C = \underline{I}_{ca} - \underline{I}_{bc}$$



Векторная диаграмма  
несимметричного приемника,  
соединенного треугольником

# Мощность трёхфазных цепей

Активная мощность приемников:  $P = P_a + P_b + P_c$

Реактивная мощность приемников:  $Q = Q_a + Q_b + Q_c$

Полная мощность приемников:  $S = \sqrt{P^2 + Q^2}$

Симметричный трехфазный приемник:

$$P = 3 \cdot P_\phi = 3 \cdot U_\phi \cdot I_\phi \cdot \cos \varphi_\phi$$

$$Q = 3 \cdot Q_\phi = 3 \cdot U_\phi \cdot I_\phi \cdot \sin \varphi_\phi$$

$$P = \sqrt{3} U \cdot I \cdot \cos \varphi$$

$$Q = \sqrt{3} U \cdot I \cdot \sin \varphi$$

$$S = \sqrt{3} U \cdot I$$