

Логические операции

Высказывания

Высказывание – это повествовательное предложение (утверждение), о котором можно говорить, что оно истинно или ложно.

Высказывания обозначают большими или маленькими латинскими буквами.

Пример :

A: «Москва – столица России» – истинное высказывание.

b = «Волга впадает в Черное море» – ложное высказывание.

Высказывания

Простые

Сложные

Никакая часть сама по себе
не является
высказыванием.

Состоят из простых
высказываний,
объединённых
логическими операциями.

«Солнце всходит на востоке»;
«Солнце заходит на западе».

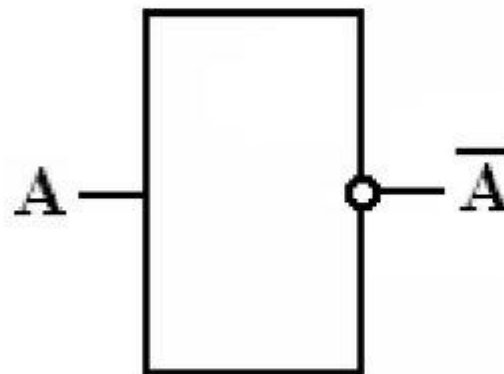
«Солнце всходит на востоке и
заходит на западе»;
«Солнце всходит на востоке
тогда и только тогда, когда
оно заходит на западе».

Отрицание

Отрицанием (негацией) высказывания называется новое высказывание, которое истинно тогда и только тогда, когда само высказывание ложно и ложно, когда само высказывание истинно.

Негация (отрицание, инверсия) – единственная операция, которая может применяться к одному высказыванию.

A	
1	0
0	1

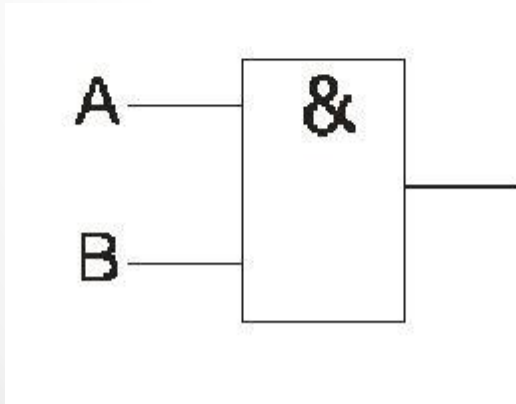


КОНЪЮНКЦИЯ

Конъюнкцией двух высказываний называется новое высказывание, которое истинно тогда и только тогда, когда оба высказывания истинны.

Конъюнкция (логическое умножение) – от латинского *conjunctio* – соединение.

Конъюнкция обозначается $A \wedge B$ или $A \& B$; читается: «А и В».



A	B	$A \wedge B$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

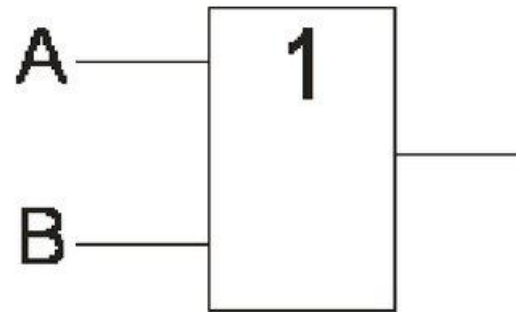
ДИЗЪЮНКЦИЯ

Дизъюнкцией двух высказываний является новое высказывание, которое ложно тогда и только тогда, когда оба высказывания ложны.

Дизъюнкция (логическое сложение) – от латинского *disjunction* – разделение.

Дизъюнкция обозначается $A \vee B$ и читается «А **или** В».

A	B	$A \vee B$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0



Импликация (логическое следствие)

Импликацией двух высказываний называется новое высказывание, которое ложно тогда и только тогда, когда первое высказывание истинно, а второе – ложно.

Импликация обозначается $A \rightarrow B$ и читается «Если A , то B » («Когда A , тогда B », « A , следовательно B »).

A	B	$A \rightarrow B$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

Эквиваленция

(логическая равносильность)

Эквиваленцией двух высказываний называется новое высказывание, которое истинно тогда и только тогда, когда оба высказывания одновременно истинны либо ложны.

Эквиваленция обозначается $A \square B$ и читается «**A тогда и только тогда, когда B**».

A	B	$A \square B$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

Порядок выполнения логических операций

1) негация (отрицание);

2) конъюнкция;

3) дизъюнкция;

4) импликация;

5) эквиваленция.

Алфавит логики высказываний

1. $X, Y, \dots, Z, \dots, X_i, Y_i, \dots, Z_i$ (i – натуральное число) – символы для обозначения высказывательных переменных;
2. $I, Л, 1, 0$ – символы, обозначающие логические константы «истина» и «ложь»;
3. $\wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow, \bar{}$ – символы логических операций;
4. $(,), [,]$ – скобки (вспомогательные символы, служащие для указания порядка выполнения операций).

Формула логики высказываний

1. Всякая высказывательная переменная – формула ЛВ.
2. Символы И, Л, 1, 0 – формулы ЛВ.
3. Если F – формула ЛВ, то \bar{F} – формула ЛВ.
4. Если F_1 и F_2 – формулы ЛВ, то $F_1 \wedge F_2$, $F_1 \vee F_2$, $F_1 \rightarrow F_2$ и $F_1 \leftrightarrow F_2$ – формулы ЛВ.
5. Никаких других формул в логике высказываний нет.

Формализация высказываний

1. Если высказывание – простое, то ему ставится в соответствие элементарная формула.
2. Если высказывание – составное, то для составления соответствующей формулы нужно:
 - а) выделить все элементарные высказывания и логические связи, образующие данное составное высказывание;
 - б) заменить их соответствующими символами;
 - в) расставить скобки в соответствии со смыслом данного высказывания.

Пример. Определите логическую структуру

высказываний (формализуйте высказывания):

E = «Ваш приезд не является ни необходимым, ни желательным».

Составляющие простые высказывания: A = Ваш приезд необходим; B = Ваш приезд желателен. Они соединены между собой неявно имеющимся в высказывании E союзом «и» и, кроме того, к каждому из них относится частица «не». Таким образом, форма сложного высказывания имеет вид:

$$E = \bar{A} \wedge \bar{B}$$

Пример. По форме высказываний и выраженным на естественном языке составляющим его простым высказываниям получить фразу на естественном языке.

$$(\bar{A} \wedge \bar{B}) \rightarrow (\bar{C} \wedge D)$$

Составляющие простые высказывания:

A = Человек с детства давал нервам властвовать над собой.

B = Человек в юности давал нервам властвовать над собой.

C = Нервы привыкнут раздражаться.

D = Нервы будут послушны.

Алгоритм построения таблицы ИСТИННОСТИ СЛОЖНОГО ВЫСКАЗЫВАНИЯ:

1. Вычислить количество строк и столбцов в таблице истинности.

Пусть в формуле n различных переменных и k операций. Переменные считаем каждую только один раз, а символы операций – все, сколько есть. Тогда число строк в таблице равно $2^n + 1$ (число наборов значений переменных плюс строка заголовка), а число столбцов в таблице равно $n + k$.

2. Начертить таблицу.

3. Заполнить строку заголовка.

В строке заголовка записываем промежуточные формулы, начиная с элементарных и учитывая порядок выполнения операций. Вместо промежуточных формул, если они большие, можно записывать их порядковые номера (из порядка выполнения операций).

4. Заполнить оставшиеся строки таблицы, начиная с первого столбца.

При вычислении значений промежуточных формул, надо помнить, что в каждой операции участвует не более двух формул (может быть и не элементарных).