

# Логические операции

# Высказывания

**Высказывание** – это повествовательное предложение (утверждение), о котором можно говорить, что оно истинно или ложно.

Высказывания обозначают большими или маленькими латинскими буквами.

**Пример :**

*A: «Москва – столица России» – истинное высказывание.*

*b = «Волга впадает в Черное море» – ложное высказывание.*

# Высказывания

## Простые

Никакая часть сама по себе не является высказыванием.

«Солнце всходит на востоке»;  
«Солнце заходит на западе».

## Сложные

Состоят из простых высказываний, объединённых логическими операциями.

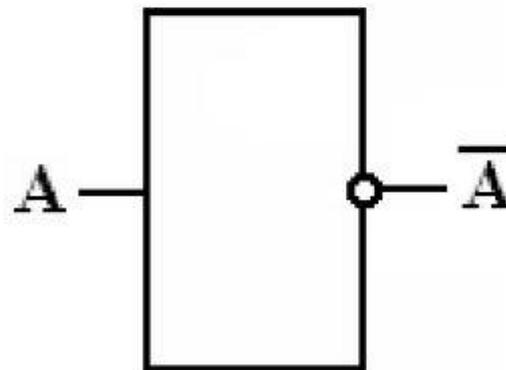
«Солнце всходит на востоке и заходит на западе»;  
«Солнце всходит на востоке тогда и только тогда, когда оно заходит на западе».

# Отрицание

**Отрицанием (негацией) высказывания называется новое высказывание, которое истинно тогда и только тогда, когда само высказывание ложно и ложно, когда само высказывание истинно.**

**Негация** (отрицание, инверсия) – единственная операция, которая может применяться к одному высказыванию.

A	
1	0
0	1

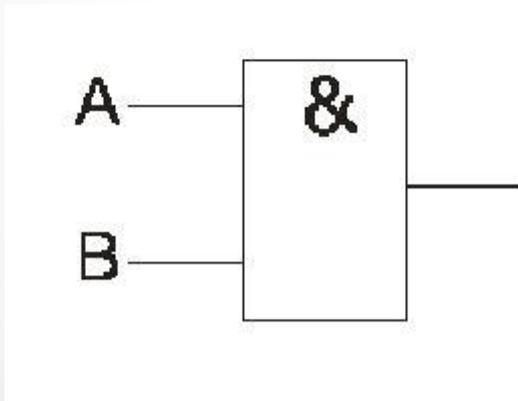


# КОНЪЮНКЦИЯ

**Конъюнкцией двух высказываний называется новое высказывание, которое истинно тогда и только тогда, когда оба высказывания истинны.**

**Конъюнкция** (логическое умножение) – от латинского *conjunctio* – соединение.

Конъюнкция обозначается  $A \wedge B$  или  $A \& B$ ; читается: «А и В».



A	B	$A \wedge B$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

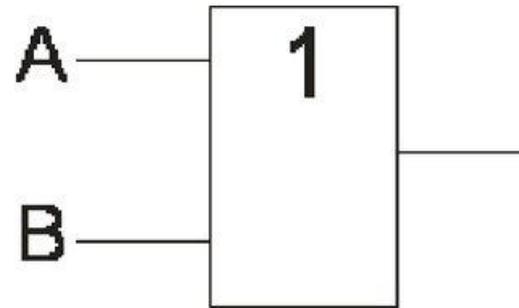
# ДИЗЪЮНКЦИЯ

**Дизъюнкцией двух высказываний является новое высказывание, которое ложно тогда и только тогда, когда оба высказывания ложны.**

**Дизъюнкция** (логическое сложение) – от латинского *disjunction* – разделение.

Дизъюнкция обозначается  $A \vee B$  и читается «А **или** В».

A	B	$A \vee B$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0



# Импликация (логическое следствие)

**Импликацией двух высказываний называется новое высказывание, которое ложно тогда и только тогда, когда первое высказывание истинно, а второе – ложно.**

Импликация обозначается  $A \rightarrow B$  и читается «Если  $A$ , то  $B$ » («Когда  $A$ , тогда  $B$ », « $A$ , следовательно  $B$ »).

A	B	$A \rightarrow B$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

# Эквиваленция

(логическая равносильность)

**Эквиваленцией двух высказываний называется новое высказывание, которое истинно тогда и только тогда, когда оба высказывания одновременно истинны либо ложны.**

Эквиваленция обозначается  $A \equiv B$  и читается «**A тогда и только тогда, когда B**».

A	B	$A \equiv B$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

# Порядок выполнения логических операций

- 1) негация (отрицание);
- 2) конъюнкция;
- 3) дизъюнкция;
- 4) импликация;
- 5) эквиваленция.

# Алфавит логики высказываний

1.  $X, Y, \dots, Z, \dots, X_i, Y_i, \dots, Z_i$  ( $i$  – натуральное число) – символы для обозначения высказывательных переменных;
2.  $I, Л, 1, 0$  – символы, обозначающие логические константы «истина» и «ложь»;
3.  $\wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow, \bar{\phantom{x}}$  – символы логических операций;
4.  $(, ), [, ]$  – скобки (вспомогательные символы, служащие для указания порядка выполнения операций).

# Формула логики высказываний

1. Всякая высказывательная переменная – формула ЛВ.
2. Символы И, Л, 1, 0 – формулы ЛВ.
3. Если  $F$  – формула ЛВ, то  $\bar{F}$  – формула ЛВ.
4. Если  $F_1$  и  $F_2$  – формулы ЛВ, то  $F_1 \wedge F_2$ ,  $F_1 \vee F_2$ ,  $F_1 \rightarrow F_2$  и  $F_1 \leftrightarrow F_2$  – формулы ЛВ.
5. Никаких других формул в логике высказываний нет.

# Формализация высказываний

1. Если высказывание – простое, то ему ставится в соответствие элементарная формула.
2. Если высказывание – составное, то для составления соответствующей формулы нужно:
  - а) выделить все элементарные высказывания и логические связки, образующие данное составное высказывание;
  - б) заменить их соответствующими символами;
  - в) расставить скобки в соответствии со смыслом данного высказывания.

## Пример. Определите логическую структуру

высказываний (формализуйте высказывания):

$E$  = «Ваш приезд не является ни необходимым, ни желательным».

Составляющие простые высказывания:  $A$  = Ваш приезд необходим;  $B$  = Ваш приезд желателен. Они соединены между собой неявно имеющимся в высказывании  $E$  союзом «и» и, кроме того, к каждому из них относится частица «не». Таким образом, форма сложного высказывания имеет вид:

$$E = \bar{A} \wedge \bar{B}$$

**Пример.** По форме высказываний и выраженным на естественном языке составляющим его простым высказываниям получить фразу на естественном языке.

$$(\bar{A} \wedge \bar{B}) \rightarrow (\bar{C} \wedge D)$$

Составляющие простые высказывания:

*A = Человек с детства давал нервам властвовать над собой.*

*B = Человек в юности давал нервам властвовать над собой.*

*C = Нервы привыкнут раздражаться.*

*D = Нервы будут послушны.*

# Алгоритм построения таблицы ИСТИННОСТИ СЛОЖНОГО ВЫСКАЗЫВАНИЯ:

*1. Вычислить количество строк и столбцов в таблице истинности.*

Пусть в формуле  $n$  различных переменных и  $k$  операций. Переменные считаем каждую только один раз, а символы операций – все, сколько есть. Тогда число строк в таблице равно  $2^n + 1$  (число наборов значений переменных плюс строка заголовка), а число столбцов в таблице равно  $n + k$ .

*2. Начертить таблицу.*

*3. Заполнить строку заголовка.*

В строке заголовка записываем промежуточные формулы, начиная с элементарных и учитывая порядок выполнения операций. Вместо промежуточных формул, если они большие, можно записывать их порядковые номера (из порядка выполнения операций).

*4. Заполнить оставшиеся строки таблицы, начиная с первого столбца.*

При вычислении значений промежуточных формул, надо помнить, что в каждой операции участвует не более двух формул (может быть и не элементарных).