

# ОСНОВЫ ЛОГИКИ. Алгебра высказываний.

Автор: Доронина  
Екатерина Валерьевна,  
МКОУ СОШ № 1, Г.

# Логика

- Слово *логика* означает совокупность правил, которым подчиняется процесс мышления. Сам термин "логика" происходит от древнегреческого *logos*, означающего "слово, мысль, понятие, рассуждение, закон".

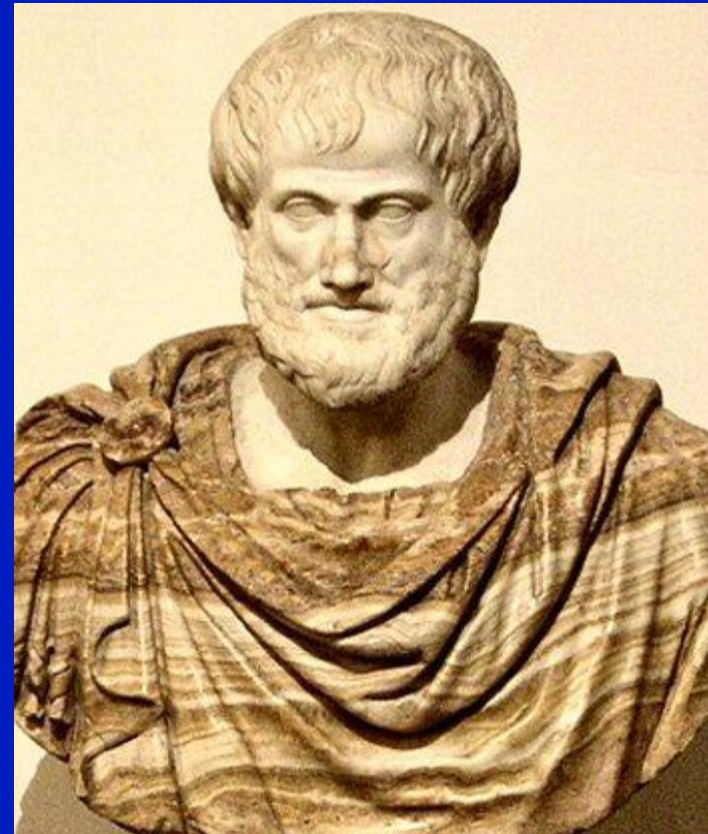
Автор: Доронина  
Екатерина Валерьевна,  
МКОУ СОШ № 1, Г.

- *Формальная логика* - наука о формах и законах мышления.
- Законы логики отражают в сознании человека свойства, связи и отношения объектов окружающего мира.
- Основными формами мышления являются ***понятия, суждения и умозаключения.***

Автор: Доронина  
Екатерина Валерьевна,  
МКОУ СОШ № 1, Г.

# Основоположник логики

- Основоположником логики как науки является древнегреческий философ и ученый Аристотель (384-322 гг. до н. э.).



Автор: Доронина  
Екатерина Валерьевна,  
МКОУ СОШ № 1, Г.

- **Понятие** - это форма мышления, которая выделяет существенные признаки предмета или класса предметов, отличающие его от других. Например, компьютер, человек, ученики.

Автор: Доронина  
Екатерина Валерьевна,  
МКОУ СОШ № 1, Г.

# Понятия

- **Существенные** - это необходимые признаки, без которых предмет не может существовать в своей качественной определенности. Например, одним из существенных признаков понятия "человек" является наличие сознания.
- **Несущественные** - это преходящие, второстепенные признаки, приобретая или теряя которые, предмет остается самим собой. Например, несущественным признаком понятия "человек" является цвет его волос, вес, рост и др.

Автор! Дорочина  
Екатерина Валерьевна,

МКОУ СОШ № 1, Г.

# Структура понятия

- **Содержание понятия** – это совокупность существенных признаков предметов, обозначаемых данным понятием.
- **Объём понятия** – совокупность предметов, на которые распространяется данное понятие.
- Пример. "Квадрат". Содержание этого понятия – правильный четырёхугольник. Объём – все квадраты, независимо от величины сторон.
- Объём и содержание понятия связаны законом обратного отношения: **чем шире объём понятия, тем уже, беднее его содержание, и наоборот.**

Екатерина Валерьевна,  
МКОУ СОШ № 1, Г.

- Примеры: "конфеты" – "шоколадные конфеты" – "шоколадные конфеты с фруктовой начинкой"; "город" – "старый город" – "большой старый город" – "большой старый русский город".

Автор: Доронина  
Екатерина Валерьевна,  
МКОУ СОШ № 1, Г.



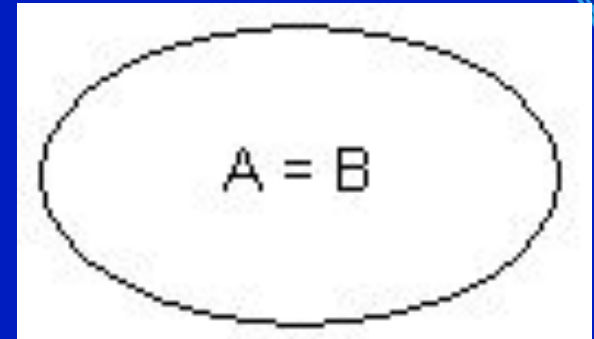
# Отношения между понятиями

- Отношения между понятиями принято иллюстрировать с помощью круговых схем (кругов Эйлера), где каждый круг обозначает объем понятия, а каждая точка - предмет, входящий в его объем.

Автор: Доронина  
Екатерина Валерьевна,  
МКОУ СОШ № 1, Г.

# Тождество

- **Равнозначные** (тождественные) понятия – их объем состоит из одних и тех же элементов.



## Примеры:

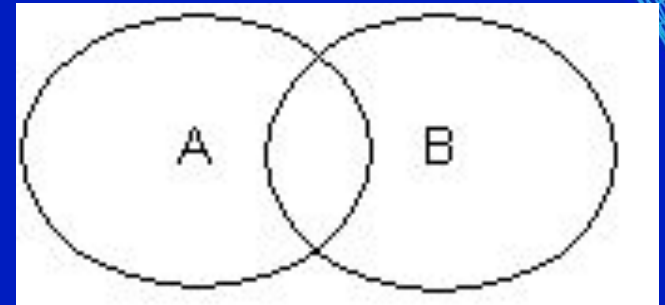
Столица России (А) и город Москва (В);

Луна (А) и естественный спутник Земли (В).

Автор: Доронина  
Екатерина Валерьевна,  
МКОУ СОШ № 1, Г.

# Пересечение

- **Перекрещивающиеся** (пересекающиеся) понятия имеют как общие, так и различные элементы объёма, т. е. находятся в отношении частичного совпадения.

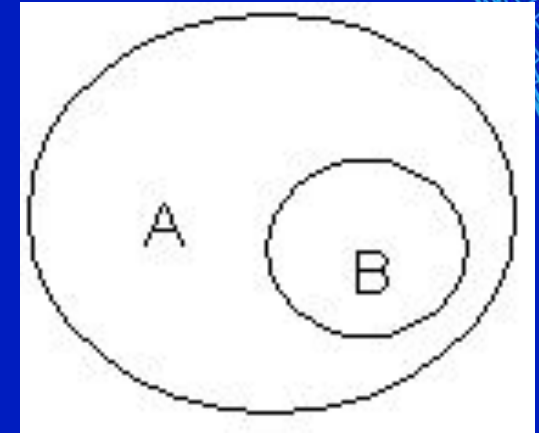


- Примеры:
- дети (A) и горожане (B);
- студенты (A) и баскетболисты (B).

Автор: Доронина  
Екатерина Валерьевна,  
МКОУ СОШ № 1, Г.

# Подчинение

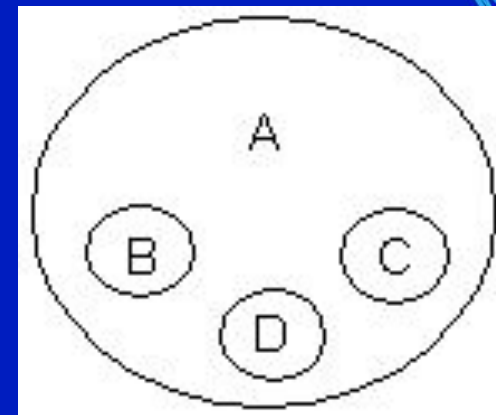
- **Подчинённые понятия** (отношение рода и вида) – объём одного понятия полностью входит в объём другого, не исчерпывая его.
- Примеры:
- учёные (А) и физики (В);
- насекомые (А) и бабочки (В).



Автор: Доронина  
Екатерина Валерьевна,  
МКОУ СОШ № 1, Г.

# Соподчинение

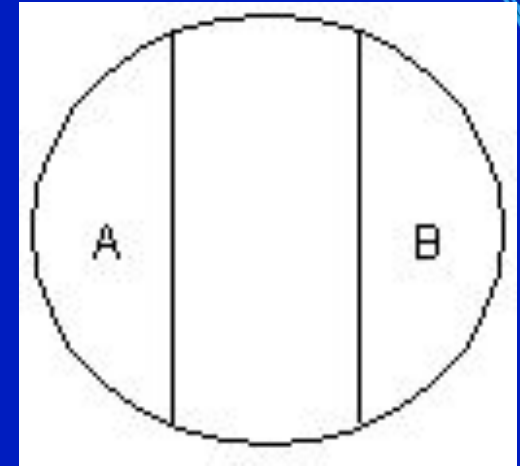
- **Соподчинённые** понятия – не имеют общих элементов объема, но являются видовыми по отношению к общему родовому понятию.
- Примеры:
- Столярные инструменты (А), молоток (В), пила (С), стамеска (D).
- Типы темперамента (А), холерик (В), сангвиник (С), флегматик (D).



Автор: Доронина  
Екатерина Валерьевна,  
МКОУ СОШ № 1, Г.

# Противоположность

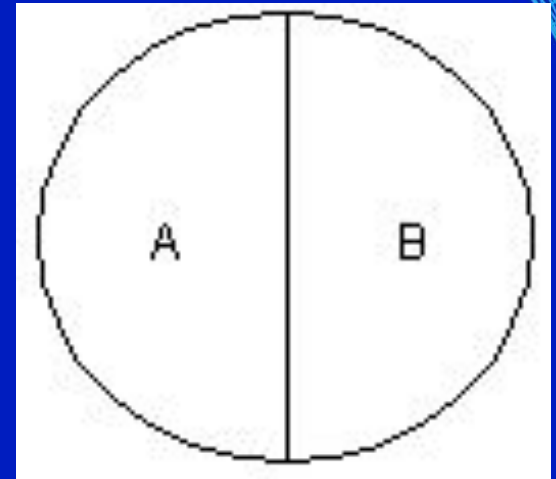
- **Противоположные** понятия – выражающие крайние виды общего родового понятия, не исчерпывая его.
- Примеры:
- ребёнок (А) и старик (В);
- жарко (А) и холодно (В).



Автор: Доронина  
Екатерина Валерьевна,  
МКОУ СОШ № 1, Г.

# Противоречие

- **Противоречащие** понятия – взаимоисключающие, исчерпывающие виды одного рода.
- Примеры:
- свежий (А) и несвежий (В);
- монархия (А) и республика (В).



Автор: Доронина  
Екатерина Валерьевна,  
МКОУ СОШ № 1, Г.

# Задание

- Изобразите кругами Эйлера отношения между следующими понятиями:
- Человек, спортсмен, боксер, футболист, ШКОЛЬНИК

Автор: Доронина  
Екатерина Валерьевна,  
МКОУ СОШ № 1, Г.



# Суждение

- Суждения - это форма мышления, в которой утверждается или отрицается связь между предметом и его признаком, отношения между предметами или факт существования предмета и которая может быть либо истинной, либо ложной. Языковой формой выражения суждения является повествовательное предложение. Вопросительные и побудительные предложения суждениями не являются.

Автор: Доронина  
Екатерина Валерьевна,  
МКОУ СОШ № 1, Г.

- "Дважды два равно четырем" - истинное суждение, а вот "Процессор предназначен для печати" - ложное.
- Суждения могут быть простыми и сложными. "Весна наступила, и грачи прилетели" - сложное суждение, состоящее из двух простых. Простые суждения (высказывания) выражают связь двух понятий. Сложные - состоят из нескольких простых суждений.

Автор: Доронина  
Екатерина Валерьевна,  
МКОУ СОШ № 1, Г.

# Умозаключение

**Умозаключение** – это форма мышления, с помощью которой из одного или нескольких высказываний (посылок) может быть получено новое высказывание (вывод).

Умозаключения бывают дедуктивные, индуктивные и по аналогии.

Автор: Доронина  
Екатерина Валерьевна,  
МКОУ СОШ № 1, Г.

В дедуктивных  
умозаключениях  
рассуждения ведутся  
от общего к частному

В индуктивных  
умозаключениях  
рассуждения ведутся  
от частного к общему

В умозаключениях по аналогии  
движение мысли от общности  
одних свойств и отношений у  
сравниваемых предметов или  
процессов к общности других  
свойств и отношений

*«Все металлы  
электропроводны»*

*«Ртуть является металлом»*

*Вывод:*

*«Ртуть электропроводна»*

*«Металлы железо и цинк  
электропроводны»*

*Вывод: «Все металлы  
электропроводны»*

*«Химический состав  
Солнца и Земли сходен»*

*«На Солнце есть  
химический элемент  
гелий»*

*Вывод: «На Земле тоже  
должен быть химический*

Автор: Дороница  
Екатерина Валерьевна,  
МКОУ СОШ №1

# Доказательство

- Доказательство - это выведение одного знания из другого, истинность которого ранее установлена и проверена человеческой практикой.
- Доказательство по своей логической форме не отличается от умозаключения
- Однако, в умозаключении заранее исходят из истинности посылок, а в доказательстве подвергается логической проверке истинность самих посылок.

### III. Алгебраическое доказательство



**Дано:**  $ABC$ -прямоугольный треугольник  
**Доказать:**  $AB^2 = AC^2 + BC^2$

**Доказательство:**

- 1) Проведем высоту  $CD$  из вершины прямого угла  $C$ .
- 2) По определению косинуса угла  $\cos A = AD/AC = AC/AB$ , отсюда следует  $AB \cdot AD = AC^2$ .
- 3) Аналогично  $\cos B = BD/BC = BC/AB$ , значит  $AB \cdot BD = BC^2$ .
- 4) Сложив полученные равенства почленно, получим:  
 $AC^2 + BC^2 = AB \cdot (AD + DB)$   
 $AB^2 = AC^2 + BC^2$ .

*Что и требовалось доказать.*



Автор: Доронина  
Екатерина Валерьевна,  
МКОУ СОШ № 1, Г.

# Алгебра логики

- Подобно тому, как для описания действий над переменными был разработан раздел математики алгебра, так и для обработки логических выражений в математической логике была создана *алгебра высказываний*, или *алгебра логики*.
- Алгебра логики отвлекается от смысловой содержательности высказываний. Ее интересует только один факт – истинно или ложно данное высказывание, что дает возможность определять истинность или ложность составных высказываний алгебраическими методами.

Автор: Доронина  
Екатерина Валерьевна,  
МКОУ СОШ № 1, Г.

Простые высказывания в алгебре логики  
обозначаются заглавными буквами

$A = \{\text{Окунь-это рыба}\}$

$B = \{\text{На яблонях растут бананы}\}$

Истинному высказыванию ставится в  
соответствие 1, ложному – 0.

Таким образом,  $A = 1, B = 0$ .

Автор: Доронина  
Екатерина Валерьевна,  
МКОУ СОШ № 1, Г.

Составные высказывания на естественном языке образуются с помощью союзов, которые в алгебре высказываний заменяются на логические операции.

*Логические операции задаются таблицами истинности.*

Автор: Доронина  
Екатерина Валерьевна,  
МКОУ СОШ № 1, Г.



# Логическая операция **КОНЪЮНКЦИЯ** (логическое умножение)

- В естественном языке соответствует союзу ***и***
- В алгебре высказываний обозначается
  - **$\wedge$  &**
- В языках программирования обозначается ***and***
- **КОНЪЮНКЦИЯ** истинна тогда и только тогда, когда оба исходных высказывания **ИСТИННЫ**.

Автор: Доронина  
Екатерина Валерьевна,  
МКОУ СОШ № 1, Г.

Пример. *Даны высказывания.*  
*Определите истинность каждого из них.*

1) {10 делится на 2 и 5 не больше трех}

$$1) 1 \& 0 = 0$$

2) {10 не делится на 2 и 5 больше трех}

$$2) 0 \& 1 = 0$$

3) {10 делится на 2 и 5 больше трех}

$$3) 1 \& 1 = 1$$

4) {10 не делится на 2 и 5 не больше трех}

$$4) 0 \& 0 = 0$$

A	B	A&B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Автор: Доронина  
Екатерина Валерьевна,  
МКОУ СОШ № 1, Г.

# Логическая операция **ДИЗЪЮНКЦИЯ** (логическое сложение)

- В естественном языке соответствует союзу **или**.
- В алгебре высказываний обозначается  
 $\vee$
- В языках программирования обозначается **or**.
- **Дизъюнкция** истинна тогда и только тогда, когда хотя бы одно из исходных высказываний истинно.

Автор: Доронина  
Екатерина Валерьевна,  
МКОУ СОШ № 1, Г.

Пример. *Даны высказывания.*  
*Определите истинность каждого из них.*

- 1) {10 делится на 2 или 5  
не больше трех}
- 2) {10 не делится на 2 или  
5 больше трех}
- 3) {10 делится на 2 или 5  
больше трех}
- 4) {10 не делится на 2 или  
5 не больше трех}

1)  $1 \vee 0 = 1$

2)  $0 \vee 1 = 1$

3)  $1 \vee 1 = 1$

4)  $0 \vee 0 = 0$

A	B	$A \vee B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Автор: Доронина  
Екатерина Валерьевна,  
МКОУ СОШ № 1, Г.

# Логическая операция ОТРИЦАНИЕ (инверсия)

- В естественном языке соответствует частице **не**.
- В алгебре высказываний обозначается  $\underline{A}, \neg A$
- В языках программирования обозначается *not*
- **Инверсия** истинна тогда и только тогда, когда само высказывание ложно, и наоборот.

Автор: Доронина  
Екатерина Валерьевна,  
МКОУ СОШ № 1, Г.

# Пример

- $A = \{\text{Луна – спутник Земли}\}$
- $\bar{A} = \{\text{Луна – не спутник Земли}\}$

$A$	$\bar{A}$
1	0
0	1

Автор: Доронина  
Екатерина Валерьевна,  
МКОУ СОШ № 1, Г.

# Логическая операция ИМПЛИКАЦИЯ (логическое следование)

- В естественном языке соответствует обороту **если ..., то ...**.
- В алгебре высказываний обозначается  
 $\Rightarrow$        $\rightarrow$
- В языках программирования не используется
- **Импликация ложна тогда и только тогда, когда первое высказывание истинно, а второе высказывание ложно.**
- $1 \rightarrow 0 = 0$

Автор: Доронина  
Екатерина Валерьевна,  
МКОУ СОШ № 1, Г.

## Пример. *Даны высказывания.*

- $A = \{\text{Данный четырехугольник - квадрат}\}$
- $B = \{\text{Около данного четырехугольника можно описать окружность}\}$

*Рассмотрим составное высказывание  $A \rightarrow B$ , понимаемое как «если данный четырехугольник – квадрат, то около него можно описать окружность».*

Есть три варианта, когда высказывание  $A \rightarrow B$  истинно

Автор: Доронина  
Екатерина Валерьевна,  
МКОУ СОШ № 1, Г.



1. *А истинно и В истинно, т. е. если данный четырехугольник – квадрат, то около него можно описать окружность;*
2. *А ложно и В истинно, т. е. если данный четырехугольник не является квадратом, то около него можно описать окружность;*
3. *А ложно и В ложно, т. е. если данный четырехугольник не является квадратом, то около него нельзя описать окружность;*

*Ложен только один вариант: А истинно и В ложно, т. е. если данный четырехугольник – квадрат, то около него нельзя описать окружность.*

Автор: Доронина  
Екатерина Валерьевна,  
МКОУ СОШ № 1, Г.

1

A	B	$A \rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Автор: Доронина  
Екатерина Валерьевна,  
МКОУ СОШ № 1, Г.

# Логическая операция ЭКВИВАЛЕНЦИЯ (равнозначность)

В естественном языке соответствует оборотам речи **тогда и только тогда; в том и только в том случае**

В алгебре высказываний обозначается

$\Leftrightarrow \leftrightarrow \sim$

- В языках программирования не используется
- **Эквиваленция** истинна тогда и только тогда, когда оба исходных высказывания одновременно истинны или ложны

Автор: Доронина  
Екатерина Валерьевна,  
МКОУ СОШ № 1, Г.

Пример. *Определить истинность высказываний.*

$A = \{24 \text{ делится на } 6 \text{ тогда и только тогда, когда } 24 \text{ делится на } 3\}$

$$A = 1 \leftrightarrow 1 = 1$$

$B = \{23 \text{ делится на } 6 \text{ тогда и только тогда, когда } 23 \text{ делится на } 3\}$

$$B = 0 \leftrightarrow 0 = 1$$

$C = \{24 \text{ делится на } 6 \text{ тогда и только тогда, когда } 24 \text{ делится на } 5\}$

$$C = 1 \leftrightarrow 0 = 0$$

$D = \{21 \text{ делится на } 6 \text{ тогда и только тогда, когда } 21 \text{ делится на } 3\}$

$$D = 0 \leftrightarrow 1 = 0$$

Автор: Доронина  
Екатерина Валерьевна,  
МКОУ СОШ № 1, Г.

**1**

<b><i>A</i></b>	<b><i>B</i></b>	<b><math>A \leftrightarrow B</math></b>
<b>0</b>	<b>0</b>	<b>1</b>
<b>0</b>	<b>1</b>	<b>0</b>
<b>1</b>	<b>0</b>	<b>0</b>
<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>

Автор: Доронина  
Екатерина Валерьевна,  
МКОУ СОШ № 1, Г.