

Етапи побудови економетричних моделей (на прикладі моделі)

Економетрія, її основні задачі

Ринкові відносини відкривають широкий простір для використання досліджених економетричних методів, які дають можливість не тільки провести кількісні розрахунки, але й вибрати оптимальні прогностні сценарії дій.

Економетрія – це самостійна економіко-математична дисципліна, що об'єднує сукупність теоретичних результатів, способів, методів та моделей, призначених для того, щоб на базі економічної теорії, статистики математичної економіки та математико-статистичного інструментарію надавати конкретне кількісне вираження загальним (якісним) закономірностям і прогнозувати результати розвитку складних економічних процесів.

Для дослідження інтенсивності, виду та форми причинних впливів у середині стохастичних процесів використовуються методи багатомірного статистичного аналізу, серед яких особливу роль відводиться кореляційному і регресійному аналізу. Враховуючи характер явищ, властивих економічним процесам, математичний апарат кореляційно-регресійного аналізу дозволяє створити стохастичні (означає невизначеність, випадковість чогось) моделі і показати їх перевагу в досліджуваній галузі в порівнянні з детермінованими (події не являються випадковими) моделями.

Такий зв'язок називається функціональним.

Закономірності, які проявляються у масових випадках, тільки при

Детермінованими моделюваннями описуються закономірності.

проявляються закономірності кожної окремої людини, ідея чужої мисленості.

Зв'язок між взаємозв'язаними узагальненнями узагальненнях узагальнює бути

вирішувати статистичні висновки між кінцевими математичними формул,

систематично, вказуючи на статистичні закони наміреної вивчає частини

(аргументи) і завжди відповісти стовідсотково. Значення результативного зв'язок,

показує (функції) і найважливіше багатьох функцій проявляється чітко

Закономірності в випадках зв'язку між величинами в випадках багатьох величому

числі в просторі і стає значення **статистичними**. Статистичні

закони класифікації і розв'язуються математичним апаратом взаємопов'

язаних і дисперсій, метри, метри. У таких випадках важко вивести чіткий зв'

язок між кінцевими і аналізовані виразності статистичних

законів і методів визначення методів виділення двох основних задач:

Причинно-наслідковий зв'язок, обумовлений одночасною дією багатьох

причин і проявляється чітко тільки в масі випадків, називається

кореляційним або стохастичним, і він властивий статистичним

закономірностям.

Розглянемо класифікацію задач, які розв'язуються математичним апаратом

економетрії, за такими ознаками: кінцеві прикладні цілі, рівень ієрархії та

профіль аналізованої економічної системи.

За кінцевими прикладними цілями виділимо дві основні задачі:

тестування.

■ По-п'яте, маючи остаточну модель, необхідно провести глибокий

аналіз результатів, які планується використовувати на практиці для прийняття рішень. Це допомагає остаточно вирішити питання, чи треба змінювати початково обрану модель та деякі теоретичні припущення. Якщо така зміна необхідна, то потрібно проводити нові розрахунки та нове тестування.

По-п'яте, маючи остаточну модель, необхідно провести глибокий аналіз результатів, які планується використовувати на практиці для прийняття рішень.

Визначення економетричної моделі

етапи її

побудови

етапи її побудови

етапи її побудови

Економетричні моделі – важливий клас моделей, які пропонує математика аналітику. З допомогою цих моделей описуються явища, в яких присутні статистичні фактори, які не дають можливості пояснювати їх в чисто детермінованому підході. Хоче того чи ні, аналітик не може виключати випадкову складову і повинен будувати свої прогностні висновки, враховуючи їх наявність. Економетрична модель базується на тісній єдності двох важливих аспектів – якісного теоретичного аналізу існуючих взаємозв'язків і емпіричної (направлене в теорії познання, признающее чувственный опыт единственным источником достоверного знания) інформації. Теоретичний аспект знаходить своє відображення у специфікації моделі, яка є аналітичною формою економетричної моделі.

■ відображенням реального об'єкта. Вміння її побудови полягає в тому, щоби сумістити якомога більшу лаконічність параметризації моделі з достатньою адекватністю опису саме тих сторін моделювання реальності, які представляють інтерес. Будь-яка математична модель є лише спрощеним формалізованим відображенням реального об'єкта. Вміння її побудови полягає в тому, щоби сумістити якомога більшу лаконічність параметризації моделі з достатньою адекватністю опису саме тих сторін моделювання реальності, які представляють інтерес. Кількість зв'язків, які включають до моделі, залежить від умов, за яких ця модель будується, і від повноти пояснень, до яких ми прагнемо.

Побудуємо окреслену економетричну модель. Нехай q_1 і q_2 – відповідно, кількість попиту і пропозиції деякого продукту у певний час на заданому ринку; P – ціна за одиницю продукції. Величини q_1 і q_2 залежать від P і ці залежності можна представити таким чином.

Побудуємо окреслену економетричну модель. Нехай q_1 і q_2 – відповідно, кількість попиту і пропозиції деякого продукту у певний час на заданому ринку; P – ціна за одиницю продукції. Величини q_1 і q_2 залежать від P і ці залежності можна представити таким чином:

$$q_1 = f(P, u_1)$$

– функція попиту,

$$q_2 = f(P, u_2)$$

– функція пропозиції,

де u_1 і u_2 – збурення (всяка дія, яка намагається порушити необхідний функціональний зв'язок між змінною, яка регулюється) для відповідних змінних. Для існування рівноваги на ринку необхідно, щоб виконувалася умова $q_1 = q_2$.

Всі економетричні моделі, незалежно від того, відносяться вони до макроекономічних процесів або до їх складових, мають деякі спільні особливості.

У деяких випадках адекватного представлення факторів, які впливають на пропозицію і попит, враховують фактор часу.

Отже, економетрична модель — це функція чи система функцій, що описують деяким числом економічних співвідношень.

По-друге, приймається гіпотеза, в силу якої модель дозволяє спрощення складної дійсності, проте враховуються основні важливі характеристики досліджуваного об'єкта.

Всі економетричні моделі, незалежно від того, відносяться вони до макроекономічних процесів або до їх складових, мають деякі спільні особливості.

По-перше, при побудові моделі припускається, що на основі досягнутого з її допомогою розуміння реальної системи можливо буде передбачити її майбутній розвиток і, можливо, керувати ним з метою покращення економічного добробуту.

По-друге, приймається гіпотеза, в силу якої модель дозволяє спрощення складної дійсності, проте враховуються основні важливі характеристики досліджуваного об'єкта.

По-третє, при побудові моделі припускається, що на основі досягнутого з її допомогою розуміння реальної системи можливо буде передбачити її майбутній розвиток і, можливо, керувати ним з метою покращення економічного добробуту.

Для більш повного розуміння економетричних моделей, наведемо приклад моделі грошового обігу, яка складається з рівнянь:

виді функції від грошового обігу та розміру вкладу в ощадбанк. Між обома залежними змінними – грошовим обігом та оборотністю грошей існують одночасні співвідношення, оскільки кожна з них в

$$y_1 = f(y_2, x_1, x_2) + u_1$$

к залежна, в другому рівнянні оборотність грошей y_2 залежить від грошового обігу y_1 та розміру вкладу x_3 . Для зручності запису введемо фіктивну змінну x_2 . Тоді перше рівняння можна записати так:

$$y_2 = \varphi(y_1, x_1, x_3) + u_2$$

де y_1 – грошовий обіг; y_2 – оборотність грошей; x_1 – фіктивна змінна; x_2 – грошові доходи населення; x_3 – розмір вкладу в ощадбанк. Перше рівняння системи (14.8) відображає залежність грошового обігу від оборотності грошей та грошових доходів населення. У другому рівнянні оборотність грошей y_2 визначається у вигляді функції від грошового обігу y_1 та розміру вкладу в ощадбанк. Між обома залежними змінними – грошовим обігом та оборотністю грошей існують одночасні співвідношення, оскільки кожна з них в одному рівнянні виступає як залежна, в другому рівнянні – як пояснювальна величина. Для зручності запису нами введено фіктивну змінну при постійних параметрах.

Розглянемо основні етапи процесу економетричного моделювання.

Перший етап (постановчий) – визначення елементарної одиниці або об'єкта дослідження кінцевої мети моделювання, сукупності факторів і показників, які найбільш повно характеризують модель, їх роль та місце в дослідженні економічних процесів.

Відповіді на питання, чи є взагалі якийсь зв'язок між досліджуваними змінними, яка структура та форма цих зв'язків і як виміряти їх щільність? Описуваний етап досить повно забезпечений

Другий етап (формалізаційний) – прийняття гіпотези взаємозв'язку, вибір необхідним математичним апаратом і відповідними програмними загального виду моделі, специфікація економетричних зв'язків у рівняннях.

Третій етап (інформаційний) – аналіз економічної сутності досліджуваного процесу, формулювання та формалізація інформаційної бази структури шуканих зв'язків між Y та X і класу допустимих розв'язків у моделі.

Четвертий етап (кореляційний) – спрямований на вирішення основного завдання кореляційного аналізу, дає можливість відповіді на питання, чи є прогнозних змінних, її усунення та вибір найбільш інформативних із взагалі якийсь зв'язок між досліджуваними змінними, яка структура та форма цих зв'язків і як виміряти їх щільність? Описуваний етап досить повно забезпечений необхідним математичним апаратом і відповідними програмними продуктами.

П'ятий етап (параметричний) – визначення загального виду, структури шуканих зв'язків між Y та X і класу допустимих розв'язків у вигляді певної параметричної сукупності функції.

Шостий етап (проблемний) – аналіз мультиколінеарності прогнозних змінних, її усунення та вибір найбільш інформативних із них.

Сьомий етап (ідентифікаційний) – обчислення оцінок невідомих параметрів, що входять в економетричну модель, їх достовірності.

Восьмий етап (верифікація моделі) – співставлення реальних і розрахункових даних, перевірка адекватності моделі, оцінка точності та стійкості отриманих рівнянь зв'язку, побудова прогнозів та сценаріїв розвитку.

Шостий етап (проблемний) – аналіз мультиколінеарності прогнозних змінних, її усунення та вибір найбільш інформативних із них.

Сьомий етап (ідентифікаційний) – обчислення оцінок невідомих параметрів, що входять в економетричну модель, їх достовірності.

Восьмий етап (верифікація моделі) – співставлення реальних і розрахункових даних, перевірка адекватності моделі, оцінка точності та стійкості отриманих рівнянь зв'язку, побудова прогнозів та сценаріїв розвитку.

2) визначення списку екзогенних (зумовлених зовнішніми причинами)

і ендогенних змінних;

До основних проблем економетричного моделювання слід віднести: визначення складу аналізованої системи рівнянь і тотожностей, їх структури і відповідно списку наперед визначених змінних, та

ідентифікації вихідних передумов відносно стохастичної

Серед проработаних проблем найбільш важливими є проблеми **специфікації моделі**. Формулювання вирішується на перших трьох етапах моделювання і

включає в себе ідентифікація моделі – перший і, напевне, найважливіший крок

1) визначення складу аналізованої системи рівнянь і тотожностей, їх структури і відповідно списку наперед визначених змінних;

розв'язання проблеми, великим чином залежить успіх усього

2) введення до моделі незалежної змінної, яка стосується природи

ендогенних змінних. **Сформулюємо основні помилки специфікації:**

3) визначення складу аналізованої системи рівнянь і тотожностей, їх структури і відповідно списку наперед визначених змінних;

4) формулювання вихідних передумов відносно стохастичної природи

залишків і числових значень окремих елементів інформаційної бази.

Отже, ідентифікація моделі – перший і, напевне, найважливіший крок

економетричного дослідження. Від того, наскільки вдало вирішується

окреслена проблема, великим чином залежить успіх усього моделювання.

Сформулюємо основні помилки специфікації:

1) ігнорування істотної пояснювальної змінної при побудові економетричної моделі;

2) введення до моделі незалежної змінної, яка стосується вимірюваного зв'язку;

3) використання невідповідних математичних залежностей.

Розрахунок параметрів лінійної регресії за методом найменших квадратів

Розглянемо суть методу найменших квадратів.

Нехай формула має вигляд

$$y = F(x, a_1, a_2, \dots, a_m) \quad 3$$

де $a_1, a_2 \dots a_m$, — невідомі коефіцієнти. Треба знайти такі значення коефіцієнтів a_i , за яких крива (3) якомога ближче проходить до всіх n точок $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$, знайдених експериментально. Зрозуміло, що жодна з експериментальних точок не задовольняє точно рівняння (3). Відхилення від підстановки координат (x_i, y_i) у рівняння (3) дорівнюватимуть величинам

$$\delta_i = y_i - F(x_i, a_1, \dots, a_m) \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

За методом найменших квадратів найкращі значення коефіцієнтів a_i , для яких сума квадратів відхилень

$$S(a_1, a_2, \dots, a_m) = \sum_{i=1}^n (y_i - F(x_i, a_1, \dots, a_m))^2 \quad 4$$

дослідних даних від обчислених за емпіричною формулою (31) найменша. Звідси випливає, що величина (4), яка є функцією від коефіцієнтів, повинна мати мінімум. Необхідна умов мінімуму функції багатьох змінних — її частинні похідні мають дорівнювати нулю.

$$u_x = a_0 + a_1 x_1$$

де u_x – теоретичні (обчислені за рівнянням регресії) значення

Прямолінійна форма зв'язу – описується відліку, або параметром лінії

умови, що $x=0$; a_1 – коефіцієнт регресії (коефіцієнт

де u_x – теоретичні (обчислені за рівнянням регресії) значення результативної

ознаки; a_0 – початок відліку, або значення u_x із зміною x

на одиницю; x – значення факторної ознаки.

a_1 – коефіцієнт регресії (коефіцієнт пропорційності), який

показує, як змінюється u_x із зміною x на одиницю; x – значення факторної

ознаки. Невідомі параметри a_0 і a_1 знаходять шляхом розв'язання системи рівнянь:

$$\sum y = n a_0 + a_1 \sum x$$

$$\sum xy = a_0 \sum x + a_1 \sum x^2$$

де n – кількість спостережень.

Якщо, наприклад, кореляційний зв'язок між виробничою потужністю цукрових заводів (обсяг переробки сировини за добу, тис.т) і трудомісткістю

виробництва цукру описується рівнянням $u_x = 14,74 - 1,28x$, то економічний зміст

цього рівняння такий: коефіцієнт регресії показує, що в досліджуваній

сукупності цукрових заводів зі збільшенням потужності на 1 тис.т переробки

сировини на добу трудомісткість 1 т цукру знижується в середньому на 1,28

люд.-год. Параметр $a_0 = 14,74$ має лише розрахункове значення і не

інтерпретується.

Коефіцієнт парної кореляції є кількісним показником тісноти

прямолінійного зв'язку між факторною та результативною ознаками. Визначають його за формулою:

коefficient кореляції до ± 1 , тим тісніший зв'язок між результативною і факторною ознаками. Якщо $r < 0,3$ – зв'язок відсутній, якщо $r = 0,3 \dots 0,5$ – зв'язок слабкий, якщо $r = 0,5 \dots 0,7$ – зв'язок середній і якщо $r > 0,7$ – зв'язок

$$r_{xy} = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sqrt{(\overline{x^2} - \bar{x}^2)(\overline{y^2} - \bar{y}^2)}} - \text{коefficient парної кореляції}$$

При парній залежності coefficient кореляції коливається від 0 до +1 за прямого зв'язку і від 0 до -1 – за оберненого зв'язку. Чим ближче coefficient кореляції до ± 1 , тим тісніший зв'язок між результативною і факторною ознаками. Якщо $r < 0,3$ – зв'язок відсутній, якщо $r = 0,3 \dots 0,5$ – зв'язок слабкий, якщо $r = 0,5 \dots 0,7$ – зв'язок середній і якщо $r > 0,7$ – зв'язок тісний.

Середню помилку вибіркового coefficient парної кореляції обчислюють за формулою:

$$m_r = \frac{1 - r^2}{\sqrt{n - 2}}$$

де m_r – середня помилка coefficient кореляції; r coefficient кореляції; n – вибірка сукупність.

Вірогідність coefficient кореляції визначають за t -критерієм, який обчислюють як відношення coefficient кореляції до його середньої помилки:

$$t_{\text{факт}} = \frac{r}{m_r}$$

перевищує табличне значення t при встановленому рівні значущості, то роблять висновок, що в генеральній сукупності зв'язок між досліджуваними ознаками вірогідний. Якщо $t_{\text{факт}}$ перевищує табличне значення t при встановленому рівні значущості, то роблять висновок, що в генеральній сукупності зв'язок між досліджуваними ознаками вірогідний.

Умови Гаусса-Маркова для випадкової змінної

При використанні МНК (методом найменших квадратів) для знаходження оцінок параметрів моделі випадкова змінна повинна задовольняти чотири умови, які мають назву умови Гаусса-Маркова.

1. Математичне сподівання випадкової змінної для всіх спостережень рівне нулю: $M(u_i) = 0$. Інколи випадковий член моделі буде додатнім, інколи від'ємним, але він не повинен мати систематичного зміщення ні в один із двох можливих напрямків.

Дійсно, якщо рівняння регресії містить постійний член, то можна припустити, що ця умова виконується автоматично, оскільки роль константи полягає у визначенні довільної систематичної тенденції для змінної y , яку не враховують пояснювальні змінні.

2. Дисперсія випадкової змінної повинна бути постійною для всіх спостережень:

$$M(u_i^2) = \sigma_u^2$$

Трапляються випадки, коли випадковий член буде більший, часом менший, проте не повинно бути апріорної причини для того, щоби він породжував більшу помилку в одних спостереженнях, ніж в інших. Ця умова запишеться таким чином:

Ця умова запишеться таким чином:

$$\text{var}(u_i^2) = \sigma_i^2 \quad 5$$

де σ_i^2 – постійна дисперсія.

Враховуючи першу властивість і те, що

$$\text{var}(u_i) = M(u_i^2) \quad , \text{отримаємо:} \quad M(u_i^2) = \sigma_u^2 \quad 6$$

Оскільки, величина σ_u^2 невідома, то задача регресійного аналізу якраз і полягає в оцінці стандартного відхилення випадкового члена.

Якщо друга умова не виконується, то коефіцієнти регресії, знайдені з допомогою звичайного МНК, будуть неефективними. Для отримання більш надійних результатів необхідно використати модифіковані МНК

Перевірка значущості та довірчі інтервали

Оскільки статистика як метод дослідження має справу з даними, в яких досліджувані аналітиком закономірності створені різними випадковими факторами, тому більшість статистичних досліджень супроводжується перевіркою деяких припущень або гіпотез про джерела цих даних.

Основне перевірочне припущення називається нульовою гіпотезою і переважно формулюється як відсутність різниць, відсутність впливу фактора, рівність нулю значень вибірових характеристик і т.д.

Друге перевірочне припущення (не завжди строго протилежне або обернене першому) називається конкуруючою або альтернативною гіпотезою.

При перевірці статистичних гіпотез можливі помилки (помилкові тлумачення) двох видів:

можна відкинути нульову гіпотезу, коли вона насправді правильна (помилка першого роду);


можна прийняти нульову гіпотезу, коли вона насправді не правильна (помилка другого роду).

Питання відносно перевірки гіпотез розглянемо з двох позицій. По-перше, можемо припустити, що спочатку формулюється гіпотеза, а мета дослідження полягає у в'ясненні її можливого використання. У цьому випадку виникає завдання перевірки гіпотези на значущість. По-друге, ми можемо спочатку провести експеримент і потім визначити, які із теоретичних гіпотез відповідають результатам дослідження, що призведе до побудови довірчих інтервалів.

нульової гіпотези H_0 . У загальному випадку вона полягає в тому, що між параметром вибірки і параметром генеральної сукупності немає ніяких суттєвих різниць. Альтернативна гіпотеза H_1 полягає в тому, що між ними параметрами є суттєві різниці. Наприклад, при перевірці зв'язку між досліджуваними змінними необхідно провести перевірку рівня значущості вибіркового коефіцієнта кореляції. Використаний критерій для розв'язку задач такого типу ґрунтується на розподіл різних статистик і називається критерієм значущості.

Процедура перевірки значущості починається з формулювання нульової гіпотези H_0 . У загальному випадку вона полягає в тому, що між параметром вибірки і параметром генеральної сукупності немає ніяких суттєвих різниць. Альтернативна H_1). Іншими словами, припущення відносно некорельованості випадкових змінних в генеральній сукупності треба признати необґрунтованим. І навпаки, якщо на основі критерію значущості нульова гіпотеза відкидається і приймається, тобто r_{xy} міститься в допустимій зоні випадкового розсіяння, тоді немає підстави вважати сумнівним припущення відносно некорельованості змінних у генеральній сукупності.

Альтернативна гіпотеза H_1 полягає в тому, що між цими параметрами є суттєві різниці. Наприклад, при перевірці наявності кореляції в генеральній сукупності нульова гіпотеза полягає в тому, що істинний коефіцієнт кореляції рівний нулю ($H_0: r = 0$). Якщо в результаті перевірки виявиться, що нульова гіпотеза неприйнятна, то вибіркового коефіцієнта кореляції r_{xy} значно відрізняється від нуля (нульова гіпотеза відкидається і приймається альтернативна H_1). Іншими словами, припущення відносно некорельованості випадкових змінних в генеральній сукупності треба признати необґрунтованим. І навпаки, якщо на основі критерію значущості нульова гіпотеза приймається, тобто r_{xy} міститься в допустимій зоні випадкового розсіяння, тоді немає підстави вважати сумнівним припущення відносно некорельованості змінних у генеральній сукупності.



**Роботу виконала
Воленчук Ю.О. БО-13**

**Роботу виконала
Воленчук Ю.О. БО-13**