

ОСНОВЫ СПЕЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

- Преобразования Галилея.
- Постулаты специальной теории относительности (СТО).
- Преобразования Лоренца, следствия из преобразований Лоренца.
- Релятивистская динамика.
- Взаимосвязь массы и энергии.

Преобразования Галилея

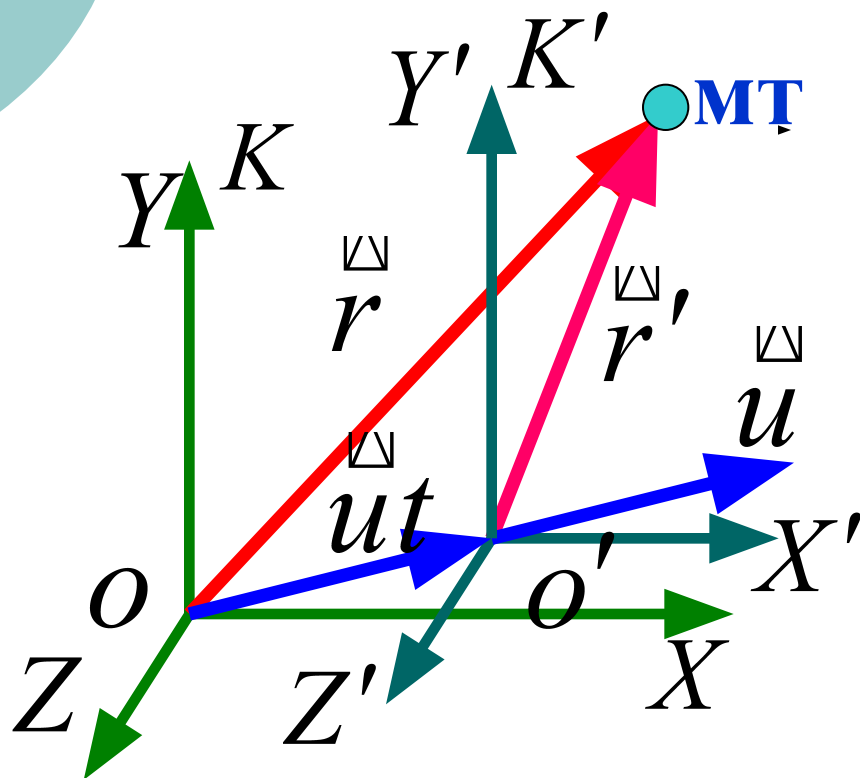
Это преобразования координат и времени при переходе от одной ИСО к другой, движущейся поступательно.

В классической механике расстояние между двумя точками и промежутки времени между двумя событиями **инвариантны** по отношению к выбору СО. Это означает: размеры тел не зависят от скорости его движения, а ход времени в всех СО одинаков.

$K(x, y, z, t), K'(x', y', z', t')$ – ИСО,

точки O и O' в начальный момент времени совпадают, K' движется

относительно K со скоростью u ($u \ll c$).



$$\vec{r} = \vec{r}' + \vec{u}t,$$

$$x = x' + u_x t,$$

$$y = y' + u_y t,$$

$$z = z' + u_z t,$$

$$t = t'.$$

$K' \rightarrow K.$

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{u}, \quad \vec{a} = \vec{a}'.$$

Принцип относительности Галилея

Взаимное расположение и скорость относительного движения ИСО не зависят от выбора ИСО, следовательно, и силы инвариантны относительно преобразований Галилея:

$$\vec{F}' = \vec{F}.$$

Законы Ньютона не изменяют вид при преобразовании координат и времени:

$$\vec{F} = m\vec{a}, F_{12} = -F_{21}, \vec{F}' = m'\vec{a}', F'_{12} = -F'_{21}.$$

Законы механики одинаковы во всех ИСО.

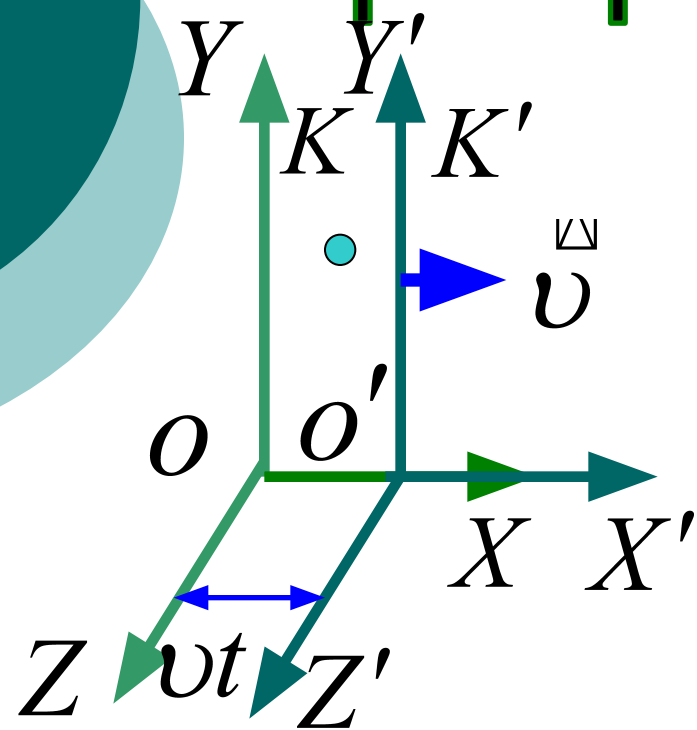
Постулаты СТО

1905г. А.Эйнштейн

- В любых ИСО все физические явления при одних и тех же условиях протекают одинаково.
- Скорость света в вакууме одинакова во всех ИСО, не зависит от скорости движения источника и приемника света:

$$c = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Преобразования Лоренца



$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \beta^2}},$$

$$y' = y,$$

$$z' = z,$$

$$t' = \frac{t - vx / c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

$K \rightarrow K'$

$$\beta = \frac{v}{c} \Rightarrow v = \beta \cdot c$$

скорость, измеренная в долях скорости света.

Следствия из преобразований Лоренца

1. Одновременность событий

Если в ИСО в одной точке одновременно происходят два события, то в другой ИСО они будут одновременными и пространственно совпадающими.

Если события в системе K пространственно разобщены ($x_1 \neq x_2$), но одновременны ($t_1 = t_2$), то в системе K' эти пространственно разобщенные события оказываются и неодновременными :

$$x'_1 \neq x'_2, t'_1 \neq t'_2.$$

Это следует из преобразований Лоренца для координат и времени:

$$x'_1 = \frac{x_1 - vt}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad x'_2 = \frac{x_2 - vt}{\sqrt{1 - \beta^2}},$$

$$t'_1 = \frac{t - vx_1 / c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad t'_2 = \frac{t - vx_2 / c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}}.$$

$(t'_2 - t'_1)$ — может иметь разные знаки (второе событие может предшествовать первому).

Но порядок следования причинно-следственных событий во всех ИСО одинаков.

2. Длительность событий в разных ИСО

$$\tau = t_2 - t_1, \tau' = t'_2 - t'_1 - \text{длительность событий в } K \text{ и } K'.$$

Время начала и конца события в системе K' :

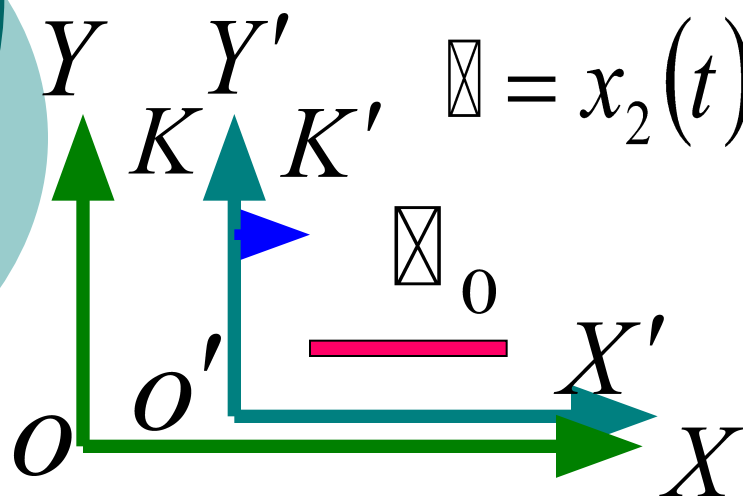
$$t'_1 = \frac{t_1 - vx/c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}}, t'_2 = \frac{t_2 - vx/c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}},$$

$$\tau' = \frac{t_2 - t_1}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{\tau}{\sqrt{1 - \beta^2}} -$$

часы, движущиеся относительно ИСО, идут медленнее покоящихся часов, т.е. ход часов замедляется в СО, относительно которой часы движутся (“парадокс близнецов”).

3. Длина тел в разных ИСО

$\boxtimes_0 = x'_2 - x'_1$ — **длина стержня, покоящегося в K' .**



$\boxtimes = x_2(t) - x_1(t)$ — **длина стержня в K ,**

где $x_1(t)$ и $x_2(t)$ — координаты концов стержня в системе K :

$$x_1(t) = \frac{x'_1 + vt}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad x_2(t) = \frac{x'_2 + vt}{\sqrt{1 - \beta^2}}.$$

$$\boxtimes = (x'_2 - x'_1)\sqrt{1 - \beta^2} = \boxtimes_0\sqrt{1 - \beta^2} \text{ — лоренцево}$$

сокращение продольных размеров тел.

4. Пространственно – временной интервал

В четырехмерном пространстве

Эйнштейна событие характеризуется четырьмя координатами (x, y, z, t) :

$$s'_{12} = \sqrt{c^2 (t'_{12})^2 - (\Delta'_{12})^2}, \quad s_{12} = \sqrt{c^2 t_{12}^2 - \Delta_{12}^2} -$$

это интервал между двумя событиями, где

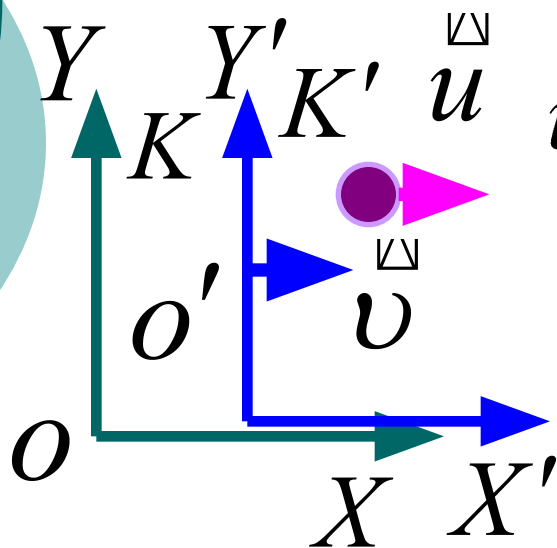
$$\Delta'_{12} = \sqrt{(x'_2 - x'_1)^2 + (y'_2 - y'_1)^2 + (z'_2 - z'_1)^2} -$$

расстояние между точками трехмерного пространства, в которых произошли события.

$s'_{12} = s_{12}$ —inv при переходе от одной ИСО к другой.

Релятивистский закон сложения скоростей

$$\frac{u \sim c \text{ и } u' \sim c}{\text{---}}$$



$$u = \frac{dx}{dt}, u' = \frac{dx'}{dt'} \quad \text{--- скорости МТ в } K \text{ и } K' .$$

$$u' = \frac{u - v}{1 - uv/c^2} \quad \text{--- закон сложения скоростей.}$$

Учтено, что

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \beta^2}}, t' = \frac{t - vx/c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}} .$$

Задача. Определить скорость **светового сигнала**, излучаемого с космического корабля, удаляющегося от Земли со скоростью U .

$$\frac{u' = c}{v}$$

$$1) v \ll c;$$

$$2) v = 0,5c$$

$$u - ?$$

$$1) u = \frac{u' + v}{1 + u'v/c^2} = \frac{c + v}{1 + cv/c^2} = \frac{c^2(c + v)}{c^2 + cv} = c;$$

$$2) u = \frac{c^2(c + 0,5c)}{c^2 + 0,5c^2} = \frac{c^3(1 + 0,5)}{c^2(1 + 0,5)} = c.$$

Релятивистская динамика

1. При $v \sim c$ масса m частицы зависит от ее скорости:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \beta^2}},$$

где m_0 - масса частицы в той ИСО, относительно которой частица покоится.

2. Импульс релятивистской частицы:

$$\vec{p} = m \vec{v} = \frac{m_0 \vec{v}}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

зависит от скорости нелинейно.

Задача. Во сколько раз увеличится масса электрона, движущегося со скоростью $v = 0,8c$?

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \beta^2}},$$

$$\begin{aligned} \frac{m}{m_0} &= \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{0,8^2 c^2}{c^2}}} = \\ &= \frac{1}{\sqrt{1 - 0,64}} = \frac{1}{0,6} = 1,67. \end{aligned}$$

3. Уравнение релятивистской динамики:

$$\vec{F} = \frac{d}{dt} \left(\frac{m_0 \vec{v}}{\sqrt{1 - \beta^2}} \right) = \frac{d\vec{p}}{dt}, \quad \text{где } \vec{p} \text{ - импульс релятивистской частицы.}$$

4. Закон сохранения релятивистского импульса (следствие однородности пространства):

$$\sum_{i=1}^n \frac{m_i \vec{v}_i}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \text{const} -$$

релятивистский импульс замкнутой системы не изменяется с течением времени.

Взаимосвязь массы и энергии

1. Кинетическая энергия

$$dW_K = \delta A = F dr = \frac{d}{dt} \left(\frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \beta^2}} \right) v dt$$

$$dW_K = d \left(\frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}} \right) = c^2 dm -$$

приращение кинетической энергии частицы пропорционально приращению ее массы.

$$\int_0^{W_K} dW_K = c^2 \int_{m_0}^m dm; \quad W_K = (m - m_0)c^2$$

2. Полная энергия системы частиц

Изменение массы частицы сопровождается изменением ее полной энергии:

$$\Delta W = c^2 \Delta m.$$

Полная энергия системы равна произведению ее массы на квадрат скорости света в вакууме:

$$W = mc^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}}.$$

Или $W = m_0 c^2 + W_k$, где $W_0 = m_0 c^2$ — энергия покоя.

4. ЗСЭ (следствие однородности времени):

полная энергия замкнутой системы сохраняется .

При какой скорости $v \sim c$ энергия частицы больше энергии покоя в 2 раза?

$$1) v = \frac{c}{2}; 2) v = \frac{c}{4}; 3) v = \frac{3}{4}c; 4) v = \frac{\sqrt{3}}{2}c; 5) v = \frac{c}{\sqrt{2}}.$$

$$W = mc^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{W_0}{\sqrt{1 - \beta^2}};$$

$$2 = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}; 4(1 - \beta^2) = 1; \beta^2 = \frac{3}{4};$$

$$\beta = \frac{v}{c} = \sqrt{\frac{3}{4}} \rightarrow v = \frac{\sqrt{3}}{2}c.$$

Если общая мощность излучения Солнца составляет $3,8 \cdot 10^{26} \text{ Вт}$, то вследствие излучения его масса за сутки уменьшается на (кг): _____

1) $2,8 \cdot 10^3$; 2) $3,8 \cdot 10^9$; 3) $5,2 \cdot 10^{12}$; 4) $8,7 \cdot 10^{16}$; 5) $3,6 \cdot 10^{14}$.

$$\Delta W = \Delta m c^2 \rightarrow \Delta m = \frac{\Delta W}{c^2};$$

$$\Delta m = \frac{3,8 \cdot 10^{26} \text{ Вт} \cdot 24 \cdot 3600 \text{ с}}{9 \cdot 10^{16} \text{ м}^2 / \text{с}^2} = 3,6 \cdot 10^{14} \text{ кг Г.}$$