Основы теории нечетких множеств. Логические операции с нечеткими множествами.

Практическая работа № 6

ЦЕЛЬ

- Ознакомиться с основами теории нечетких множеств.
- Изучить:
  1) основные характеристики нечеткой логики;
  2) логические операции с нечеткими множествами;
  3) графическое и математическое представление логических операций.
- Определить связь четкой и нечеткой логик.
- Уметь:
  1) графически представлять логические операции с нечеткими множествами;
  2) находить пересечение, объединение, разность двух нечетких множеств и представлять данные операции в виде формул;
  3) применять унарные операции умножения числа на нечеткое множество и возведение нечеткого множества в степень.

Теоретическое задание

1. Изучить основные понятия теории нечетких множеств (НМ).
2. Рассмотреть и описать основные способы задания НМ.
3. Подготовить конкретные примеры нечетких множеств (3 примера).
4. Изучить следующие понятия:
   - высота НМ;
   - нормальное, субнормальное, унимодальное НМ;
5. Представить методы построения функций принадлежности.
6. Изучить логические операции с нечеткими множествами. Подготовить конкретные примеры логических операций над НМ:
   - включение,
   - равенство,
   - дополнение,
   - пересечение,
   - объединение,
   - разность.
7. Рассмотреть способы и подготовить примеры для представления логических операций (максиминные, алгебраические, ограниченные) – альтернативные операции пересечения и объединения НМ.

Практическое задание

- Согласно варианту дается множество состоящее из 10 чисел. На основание этого множества формируются два двумерных массива А и В, которые в первой строке содержат числа из множества, а во второй строке содержат значения функций принадлежности.
- Необходимо получить двумерный массив С, который является результатом логических операций над нечеткими множествами.
- Построить графики для каждой из логических операций, которые содержат по оси Х значения массивов А и В, а также С, а по оси У значения функций принадлежности А и В, а также С.

Логические операции над

Включение. Пусть A и B — нечеткие множества на универсальном множестве E. Говорят, что A содержится в B, если $\forall x \in E \ \mu_A(x) \leqslant \mu_B(x)$.

Обозначение: $A \subset B$.

Иногда используют термин *доминирование*, т.е. в случае, когда $A \subset B$, говорят, что B доминирует A.

Равенство. A и B равны, если $\forall x \in E \ \mu_A(x) = \mu_B(x)$.

Обозначение: $A = B$.

Дополнение. Пусть $M = [0, 1]$, A и B — нечеткие множества, заданные на E. A и B дополняют друг друга, если $\forall x \in E \ \mu_A(x) = 1 \Leftrightarrow \mu_B(x)$.

Обозначение: $B = \overline{A}$ или $A = \overline{B}$.

Очевидно, что $\overline{\overline{A}} = A$ (дополнение определено для $M = [0, 1]$, но очевидно, что его можно определить для любого упорядоченного M).

Пересечение. $A \cap B$ — наибольшее нечеткое подмножество, содержащееся одновременно в A и B:

$$\mu_{A \cap B}(x) = \min\left(\mu_A(x), \mu_B(x)\right).$$

Логические операции над

Объединение. $A \cup B$ — наименьшее нечеткое подмножество, включающее как A, так и B, с функцией принадлежности:

$$\mu_{A \cup B}(x) = \max\left(\mu_A(x),\, \mu_B(x)\right).$$

Разность. $A - B = A \cap \overline{B}$ с функцией принадлежности:

$$\mu_{A-B}(x) = \mu_{A \cap \overline{B}}(x) = \min\left(\mu_A(x),\, 1 - \mu_B(x)\right).$$

Дизъюнктивная сумма

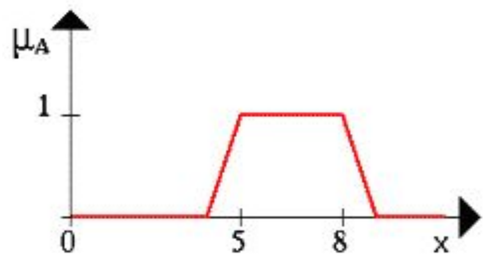
$$A \oplus B = (A - B) \cup (B - A) = (A \cap \overline{B}) \cup (\overline{A} \cap B)$$

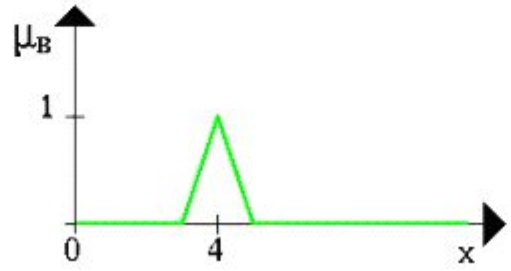
с функцией принадлежности:

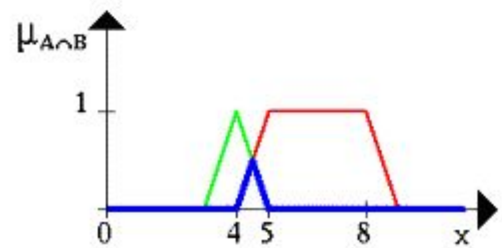
$$\mu_{A-B}(x) = \max\left(\min\left(\mu_A(x),\, 1 - \mu_B(x)\right);\, \min\left(1 - \mu_A(x),\, \mu_B(x)\right)\right)$$

- Отрицание нечеткого множества -A:

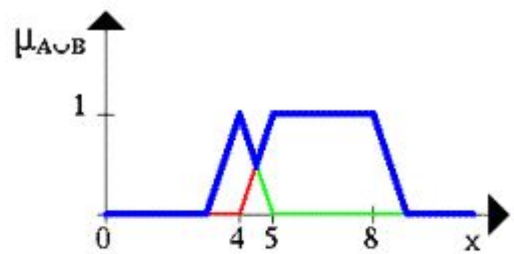
μ(x) = 1 – μA(x),
где μ(x) — результат операции;
μA(x) — степень принадлежности элемента x к множеству A



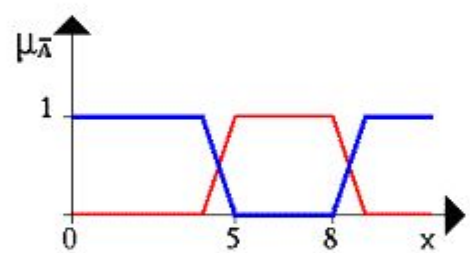




- Пересечение двух нечетких множеств А ∩ В (нечеткое «И»): $\mu(x) = \min(\mu A(x), \mu B(x))$.



- Объединение двух нечетких множеств А U В (нечеткое «ИЛИ»): $\mu(x) = \max(\mu A(x), \mu B(x))$.



- Отрицание нечеткого множества -А: $\mu(x) = 1 - \mu A(x)$,

где $\mu(x)$ — результат операции;
$\mu A(x)$ — степень принадлежности элемента х к множеству А;
$\mu B(x)$ — степень принадлежности элемента х к множеству В.

ЛИТЕРАТУРНЫЕ ИСТОЧНИКИ

- Определение лингвистической переменной (формальное и интуитивное), нечеткого множества – «Интеллектуальные информационные системы.pdf, стр.2», Общая теория нечетких множеств.doc.
- Логические операции с нечеткими множествами – «Интеллектуальные информационные системы.pdf, стр.3», Общая теория нечетких множеств.doc.

Список источников для обязательного рассмотрения
(книги находятся в папке «Дополнительная литература»)

- Fuzzy Logic Introduction by Martin Hellmann (2001).
- Леоненков А.В. Нечеткое моделирование в среде MATLAB и fuzzyTECH (2005).
- Neuro-fuzzy and soft computing, Jyh-Shing Roger Jang, Chuen-Tsai Sun (1997).
- Круглов В.В. Нечеткая логика и искусственные нейронные сети (2001).

СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

Содержание отчета:

- номер практической работы, название темы;
- цель работы;
- постановку задания;
- вариант;
- теоретические сведения;
- вычисления и выводы.

Варианты

Номер варианта	Множество чисел	Номер варианта	Множество чисел
1	1-10	11	101-110
2	11-20	12	111-120
3	21-30	13	121-130
4	31-40	14	131-140
5	41-50	15	141-150
6	51-60	16	151-160
7	61-70	17	161-170
8	71-80	18	171-180
9	81-90	19	181-190
10	91-100	20	191-200

Пример

- A = [20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30; 0.1 0.8 1 0.2 0.4 0.7 0.1 0.5 0.3 1 0.6];
- B = [20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30; 0.6 0.2 0.1 1 0.4 0.8 0.7 0.1 0.5 0 0.9];
- A1 = A(1,:)';
- A2 = A(2,:)';
- B1 = A(1,:)';
- B2 = B(2,:)';
- subplot(2,1,1);
- plot(A(1,:)',A(2,:)',B(1,:)',B(2,:)');
- xlabel('X'), ylabel('mA(X), mB(X)') ;
- legend('mA(X)',' mB(X)');
- grid on;
- n = length(A(2,:));
- % CA = 1-A Отрицание для множества A
- CA = zeros(2, n);
- CA(1,:)=A(1,:);
- CA(2,:) = 1-A(2,:);
- subplot(2,1,2);
- plot(A(1,:)',A(2,:)',CA(1,:)',CA(2,:)');
- xlabel('X'), ylabel('mA(X), mCA(X)');
- legend('mA(X)','mCA(X)');
- grid on;