ЦИФРОВЫЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

Лекция 1. Введение

Лекция 2. Дискретные системы

Лекция 3. Преобразование аналоговых регуляторов

Лекция 4. Проектирование регуляторов для дискретных систем

Лекция 5. Оптимальные системы

Лекция 6. Точные методы исследования

Лекция 7. Реализация цифровых регуляторов

Advanced course

ЦИФРОВЫЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

Лекция 1. Введение

- Структуры и особенности цифровых систем управления
- Квантование сигналов и его свойства
- Управляющая программа
- Восстановление непрерывных сигналов (экстраполяторы)
- Преимущества и недостатки цифровых систем управления

Литература

- **Острём К., Виттенмарк Б**. Системы управления с ЭВМ, М.: Мир, 1987.
- **Бесекерский В.А.,** Цифровые автоматические системы, М.: Наука, 1976.
- Микропроцессорные системы автоматического управления // **Бесекерский В.А. и др**., Л.: Машиностроение, 1989.
- **Б. Куо**, Теория и проектирование цифровых систем управления, М.: Машиностроение, 1986.
- **Розенвассер Е.Н.,** Линейная теория цифрового управления в непрерывном времени, М.: Наука, 1994.

Дополнительная литература

- **Цыпкин Я.З.,** Теория импульсных систем, М.: Физматгиз, 1963.
- **Джури Э**., Импульсные системы автоматического регулирования, М.: Физматгиз, 1963.
- **Ту Ю.,** Цифровые и импульсные системы автоматического управления, М.: Машиностроение, 1964.
- **Чанг Ш.,** Синтез оптимальных систем автоматического управления, М.: Машиностроение, 1964.
- **Изерман Р.,** Цифровые системы управления, М.: Мир, 1984.
- **Chen T., Francis B.A.** Optimal sampled-data control systems, NY: Springer-Verlag, 1995.

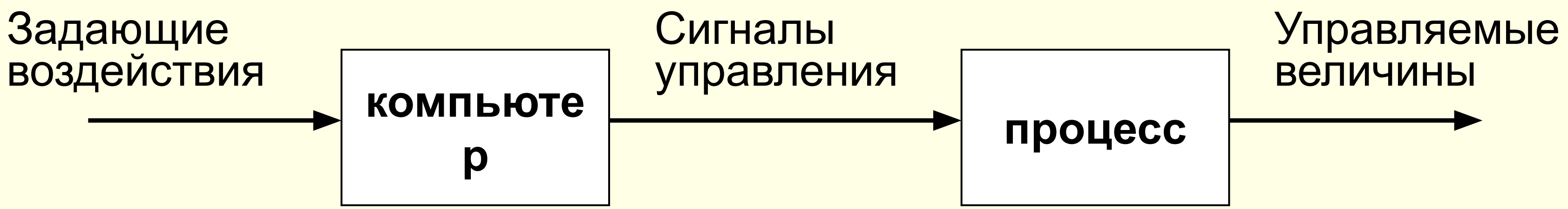
Поддержка курса

http://kpolyakov.narod.ru
http://kpolyakov.by.ru

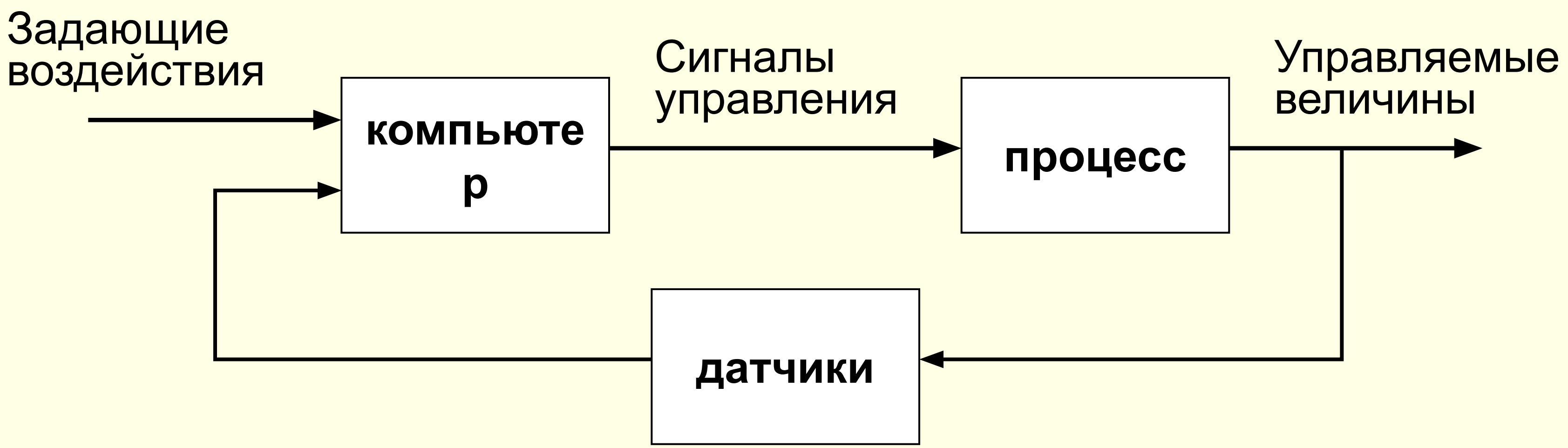
- слайды к лекциям в формате **PPT** (для **Power Point**) и **PDF** (для **Acrobat Reader**)
- примеры к лекциям
- методические указания для выполнения лабораторной работы
- вопросы к экзамену

Цифровые системы управления

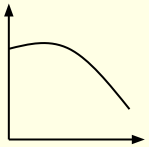
Системы программного управления (разомкнутые)



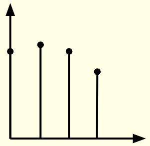
Системы с обратной связью (замкнутые)



Компьютер в контуре управления

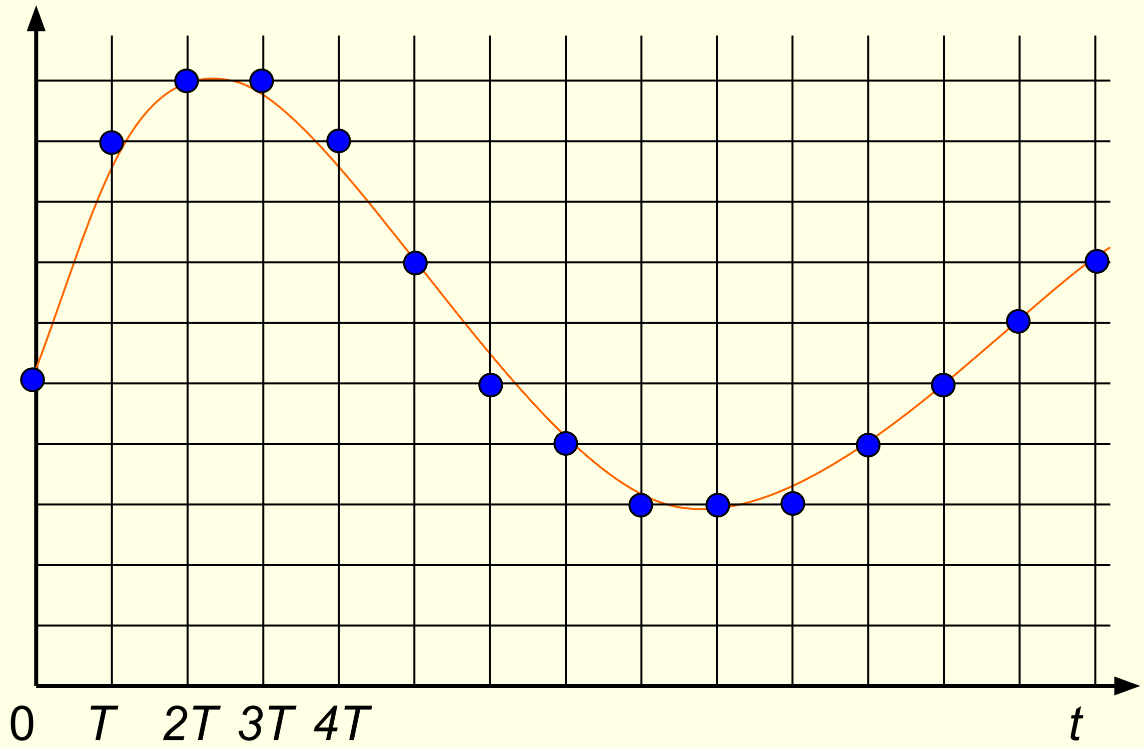


Аналоговые (непрерывные сигналы)



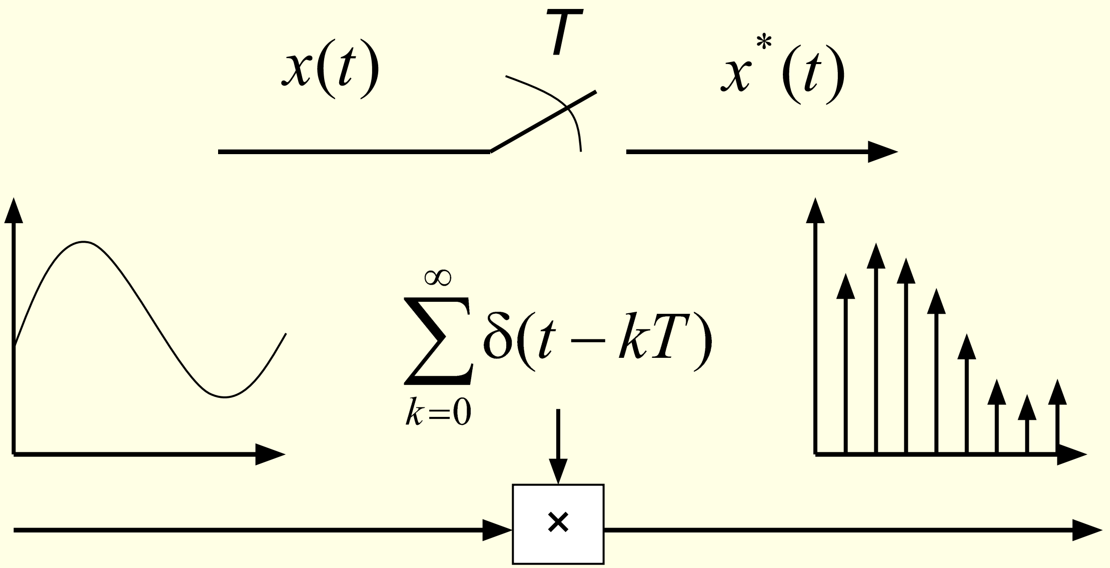
Дискретные сигналы (числовые последовательности)

Квантование



- квантование по времени (с периодом *T*)
- квантование по уровню (8-12 бит)

Идеальный импульсный элемент



$$x^*(t)=\sum_{k=0}^{\infty}x(kT)\,\delta(t-kT),$$

$$\delta(t)=\begin{cases}0, & t\neq 0\\ \infty, & t=0\end{cases},\qquad \int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)\,dt=1,\quad \int_{-\infty}^{\infty}f(t)\,\delta(t-\tau)\,dt=f(\tau)$$

Преобразование Лапласа для $x^*(t)$

Импульсный сигнал

$$x^*(t)=\sum_{k=0}^{\infty}x(kT)\,\delta(t-kT),$$

Преобразование Лапласа для $x^*(t)$

$$X^*(s)=\int_0^{\infty}x^*(t)\,\mathrm{e}^{-st}\,dt=\int_0^{\infty}\sum_{k=0}^{\infty}x(kT)\,\delta(t-kT)\,\mathrm{e}^{-st}\,dt$$

$$=\sum_{k=0}^{\infty}x(kT)\,\mathrm{e}^{-ksT}$$

Свойство периодичности

Частота квантования $\omega_s = \dfrac{2\pi}{T}$

Периодичность $X^*(s)$ с периодом $j\,\omega_s$

$$X^*(s+mj\omega_s)=\sum_{k=0}^{\infty}x(kT)\,\mathrm{e}^{-k(s+mj\omega_s)T}=\sum_{k=0}^{\infty}x(kT)\,\mathrm{e}^{-ksT}\,\mathrm{e}^{-mj\omega_s T}$$

$$\mathrm{e}^{-mj\omega_s T}=\mathrm{e}^{-2\pi mj}=\cos 2\pi m-j\sin 2\pi m=1.$$

$$\boxed{\begin{aligned}&X^*(s+mj\omega_s)=X^*(s),\\ &X^*(j\omega+mj\omega_s)=X^*(j\omega)\end{aligned}}$$

m – целое

Частотные свойства при квантовании

Преобразование Фурье для $x(t)$

$$X(j\omega) = \int_0^{\infty} x(t)\,\mathrm{e}^{-j\omega t}\,dt$$

Преобразование Фурье для $x^*(t)$

$$X^*(j\omega) = \int_0^{\infty} x^*(t)\,\mathrm{e}^{-j\omega t}\,dt = \sum_{k=0}^{\infty} x(kT)\,\mathrm{e}^{-kj\omega T}$$

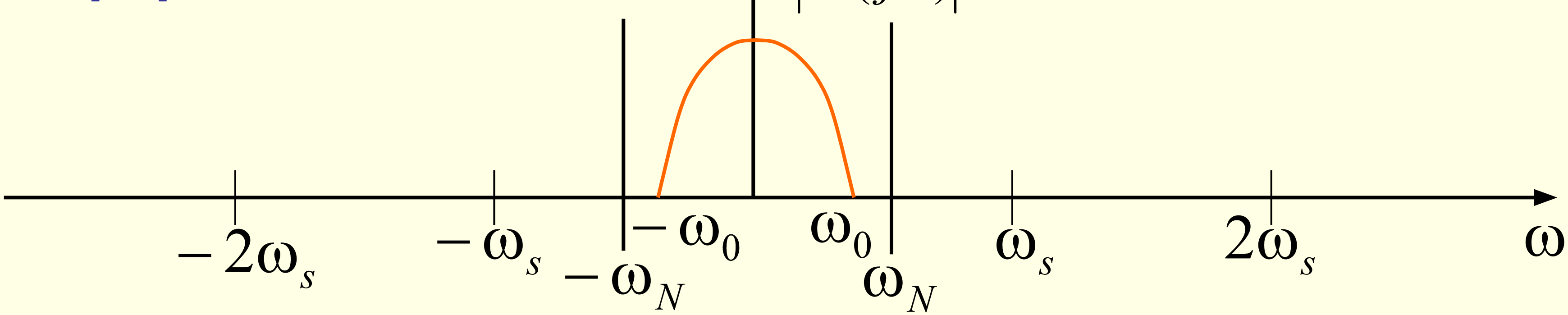
Связь спектров непрерывного и импульсного сигналов ($X(j\omega)$ убывает быстрее, чем $1/\omega$)

$$\boxed{X^*(j\omega + mj\omega_s) = \frac{1}{T}\sum_{k=-\infty}^{\infty} X(j\omega + kj\omega_s)}$$

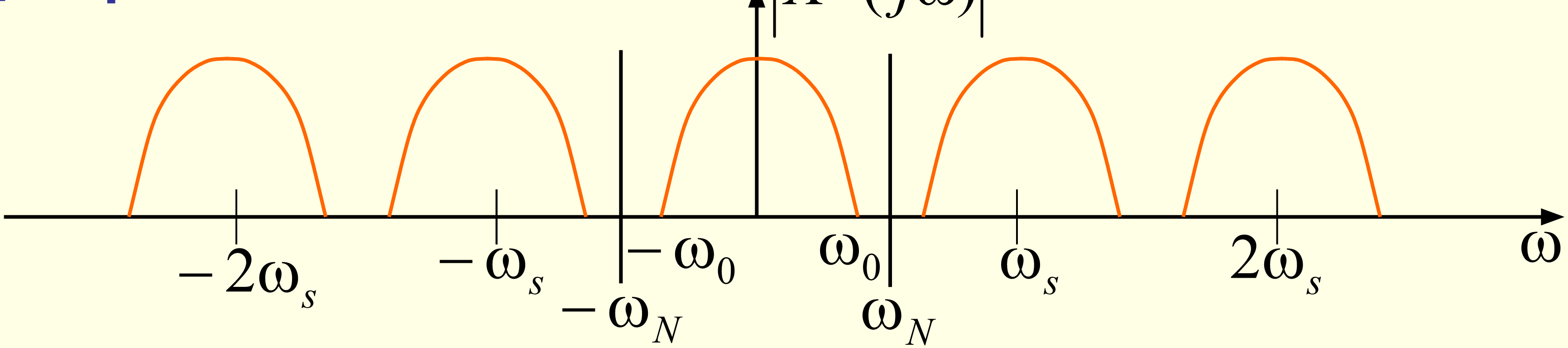
$$X^*(j\omega + mj\omega_s) = X^*(j\omega), \qquad m - \text{ целое}$$

Точное восстановление сигнала

Непрерывный сигнал



Дискретный сигнал



Условие восстановления

$$\boxed{\omega_0 \le \omega_N}$$

Частота Найквиста

$$\omega_N = \omega_s / 2$$

Теорема Котельникова-Шеннона

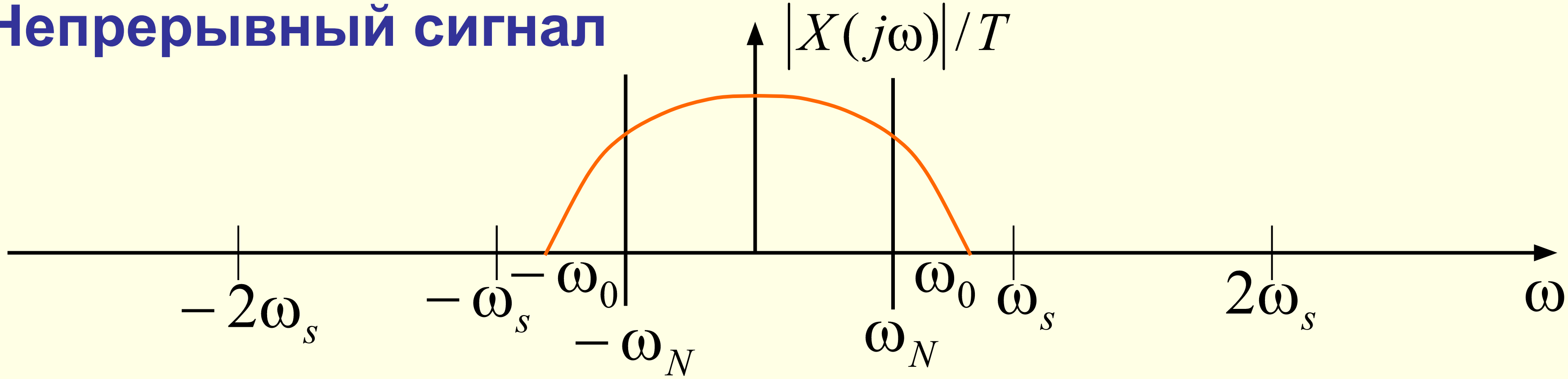
Непрерывный сигнал, преобразование Фурье которого равно нулю вне интервала

$(-\omega_0, \omega_0)$, **однозначно представляется своими значения в равноотстоящих точках, если частота квантования больше** ω_0. **Непрерывный сигнал может быть получен из дискретного по формуле**

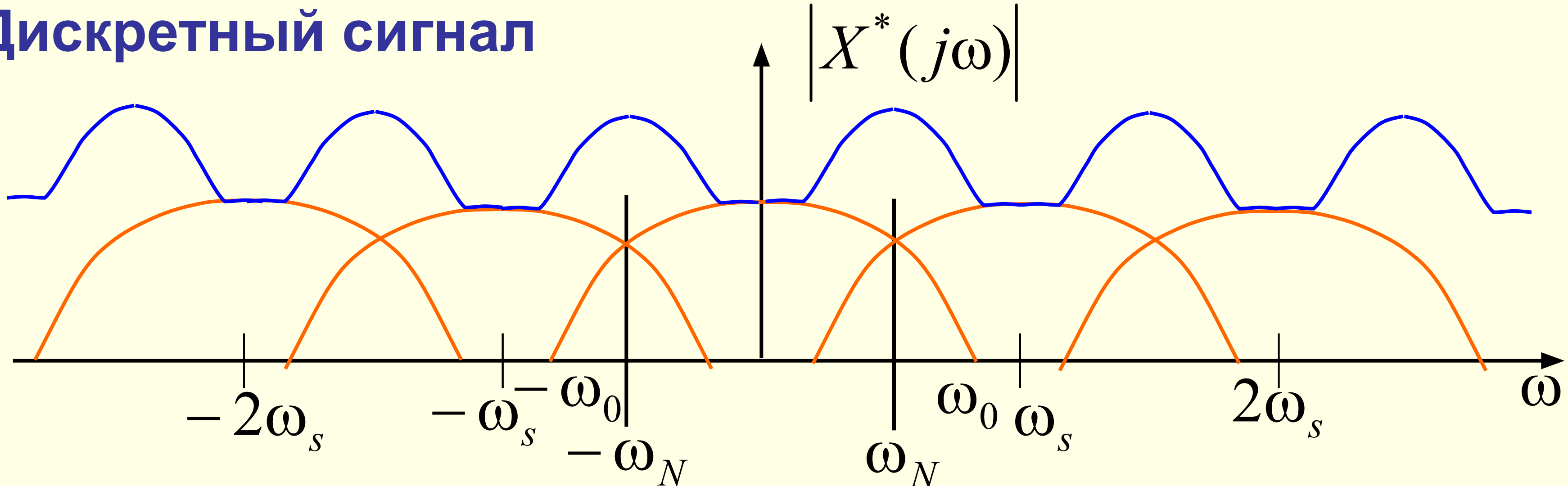
$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(kT) \frac{\sin \omega_s (t - kT)/2}{\omega_s (t - kT)/2}$$

Эффект поглощения частот

Непрерывный сигнал

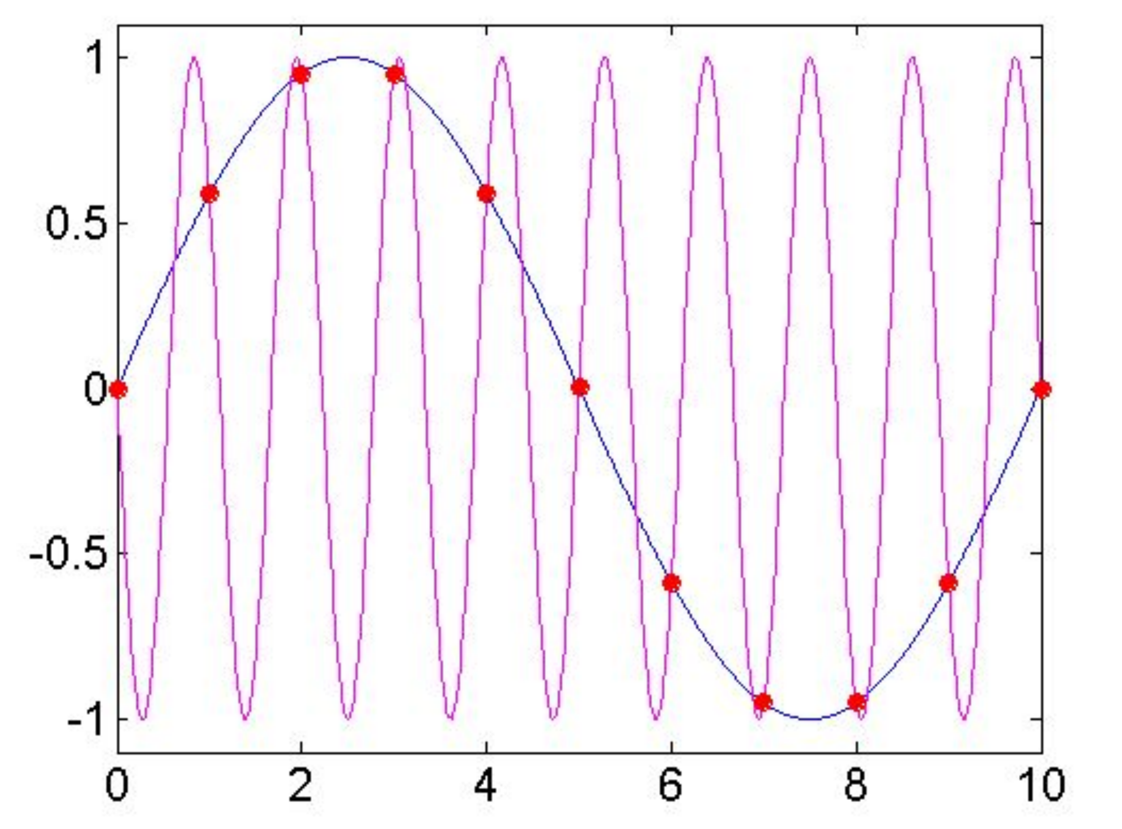


Дискретный сигнал



Сигнал восстановить нельзя: $\boxed{\omega_0 > \omega_N}$

Эффект поглощения частот



$x(t) = \sin(1.8\pi t + \pi)$

$T = 1$ сек

$\omega_s = 2\pi$ рад/сек

$\omega_N = \pi$ рад/сек

$x_s(t) = \sin 0.2\pi t$

0,9 Гц $\Rightarrow$ 0,1 Гц

Частота $\omega\ (0 \le \omega < \omega_N)$ **поглощает частоты**

$$\boxed{\omega_s - \omega,\ \omega_s + \omega,\ 2\omega_s - \omega,\ 2\omega_s + \omega,\ \ldots}$$

Чем плохо поглощение частоты?

- спектры реальных сигналов не равны нулю при
$$\omega > \omega_N$$
- высокочастотные помехи проявляются на низких частотах после квантования

Меры борьбы

- использование предварительной фильтрации (фильтр низкой частоты)
- выбор частоты квантования $\omega >> 2\omega_{\max}$
где $\omega_{\max}$ - частота среза «самого быстрого» звена

Описание работы компьютера

Алгоритм обработки сигнала

$$y[n] = \Im(x[n],\, x[n-1], \ldots, y[n-1], y[n-2], \ldots)$$

Линейные законы управления

Скользящее среднее (СС) (MA – *moving average*)

$$y[n] = b_0 x[n] + b_1 x[n-1] + \dots + b_k x[n-k]$$

Авторегрессионный процесс (АР) (AR – *autoregression*)

$$y[n] + a_1 y[n-1] + \dots + a_k y[n-k] = x[n]$$

Авторегрессионный процесс со скользящим средним (АРСС) (ARMA)

$$y[n] + a_1 y[n-1] + \dots + a_k y[n-k] = b_0 x[n] + b_1 x[n-1] + \dots + b_k x[n-k]$$

Операторная запись

$$y[n]+a_1 y[n-1]+\dots+a_k y[n-k]=b_0 x[n]+b_1 x[n-1]+\dots+b_k x[n-k]$$

Оператор обратного сдвига (назад), *ζ или z⁻¹*

$$y[n-1]=\zeta\, y[n],\quad y[n-k]=\zeta^k\, y[n]$$

$$(1+a_1\zeta+\dots+a_k\zeta^k)\,y=(b_0+b_1\zeta+\dots+b_k\zeta^k)\,x$$

$$y=\frac{b_0+b_1\zeta+\dots+b_k\zeta^k}{1+a_1\zeta+\dots+a_k\zeta^k}\,x=C(\zeta)\,x$$

Передаточная функция регулятора

$$C(\zeta)=\frac{b_0+b_1\zeta+\dots+b_k\zeta^k}{1+a_1\zeta+\dots+a_k\zeta^k}$$

Оператор прямого сдвига

Оператор прямого сдвига (вперед)

$$y[n+1] = z\,y[n], \quad y[n+k] = z^k\,y[n]$$

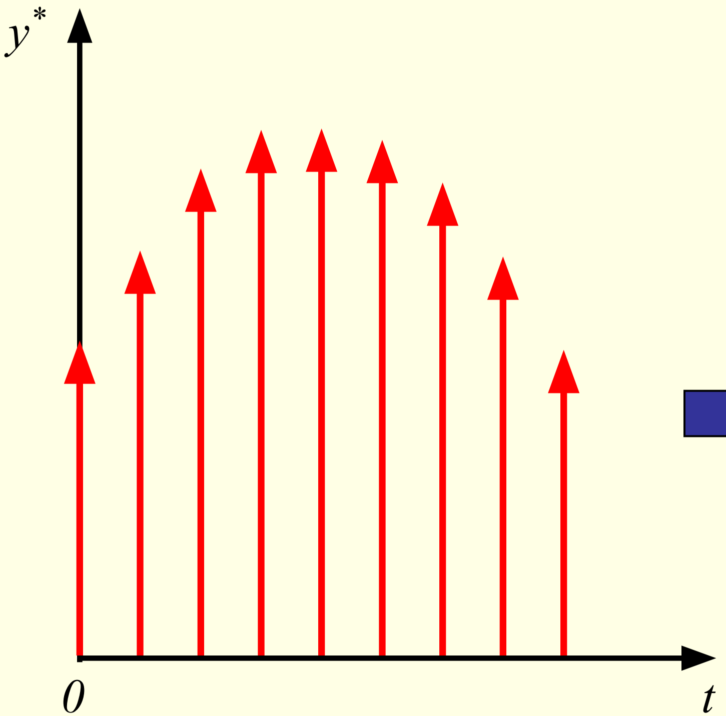
будущие значения – физически нереализуем!

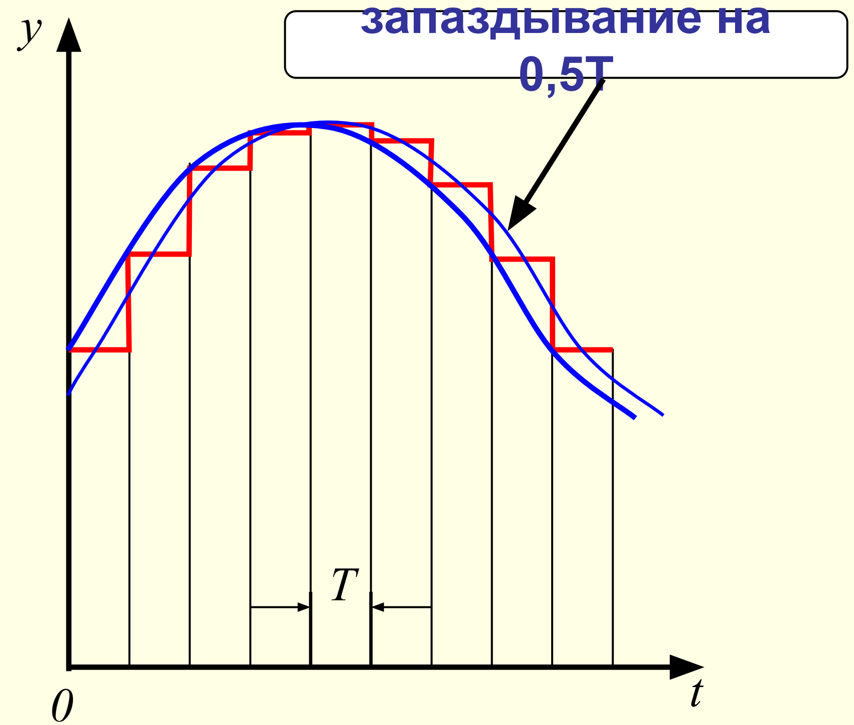
Передаточная функция регулятора

$$C(z) = \frac{b_0 z^k + b_1 z^{k-1} + \dots + b_k}{z^k + a_1 z^{k-1} + \dots + a_k}$$

Восстановление сигнала

Фиксатор нулевого порядка (ZOH – *zero order hold*)



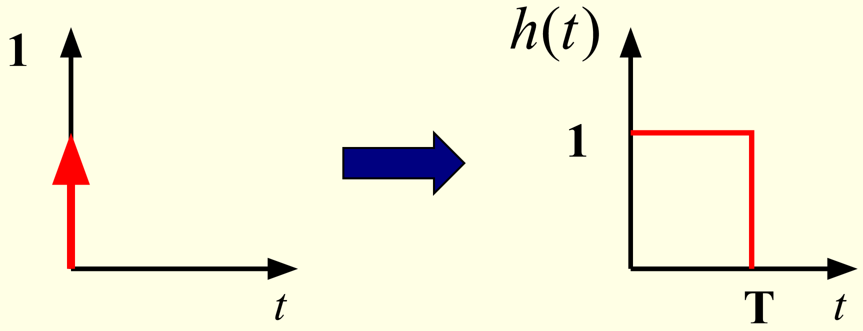


$$y^*(t) = \sum_{k=0}^{\infty} y[k]\,\delta(t - kT)$$

$$y(t) = y[k],\ 0 \le t < T$$

Фиксатор нулевого порядка

Импульсная характеристика



$$h_0(t) = 1(t) - 1(t-T)$$

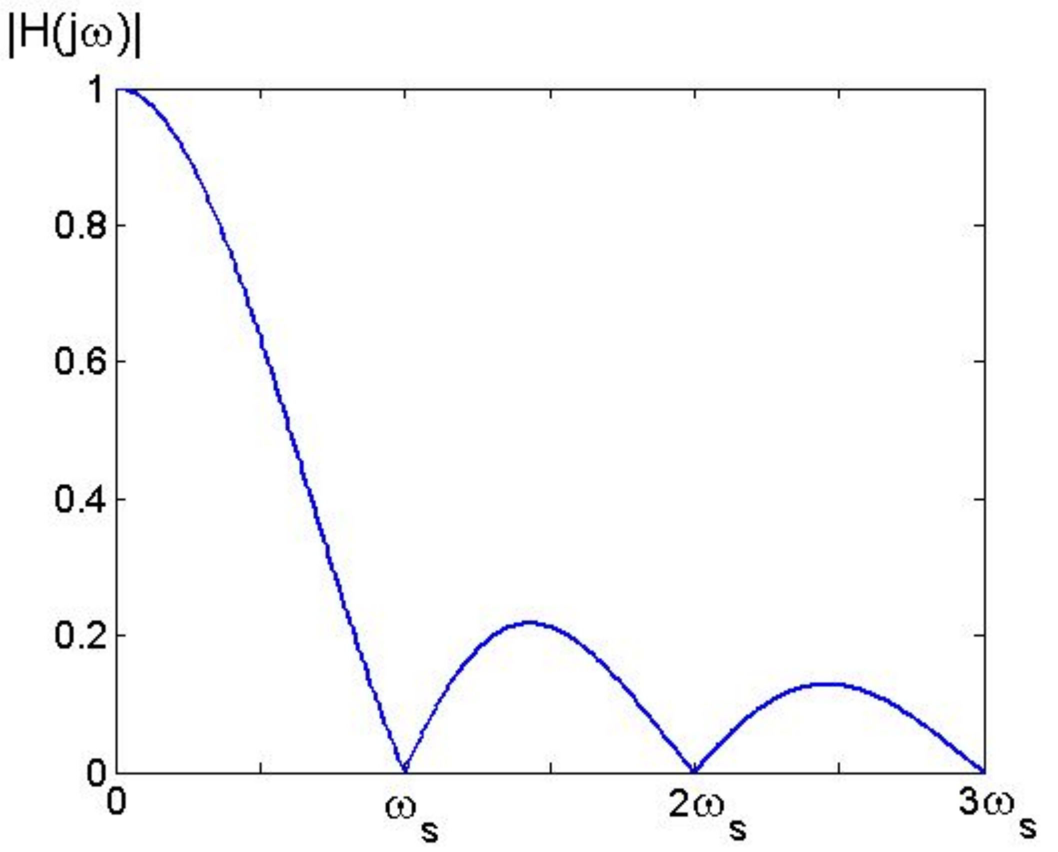
Передаточная функция

$$H_0(s) = \int_0^{\infty} \left[1(t) - 1(t-T)\right] e^{-st}\, dt = \frac{1-e^{-sT}}{s}$$

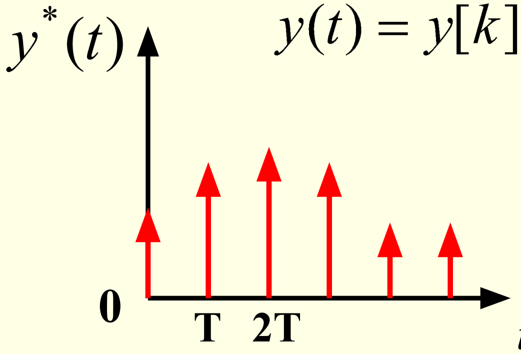
Фиксатор нулевого порядка

Частотная характеристика

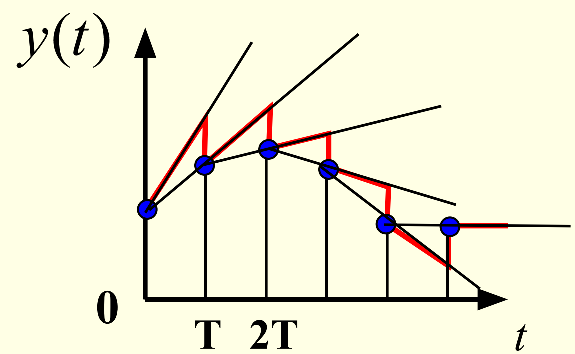
$$H_0(j\omega) = \frac{1 - e^{-j\omega T}}{j\omega}$$



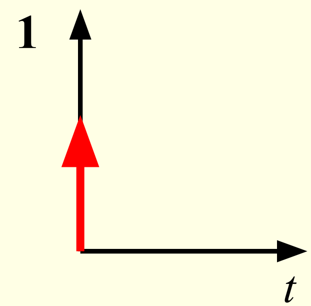
Экстраполятор первого порядка

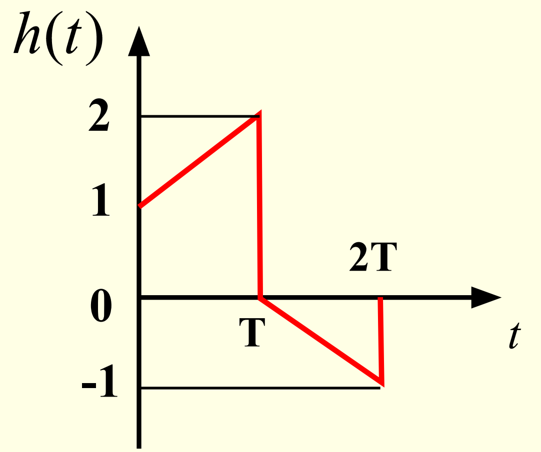


$$y(t) = y[k] + \frac{t-kT}{T}\left(y[k] - y[k-1]\right)$$



Импульсная характеристика





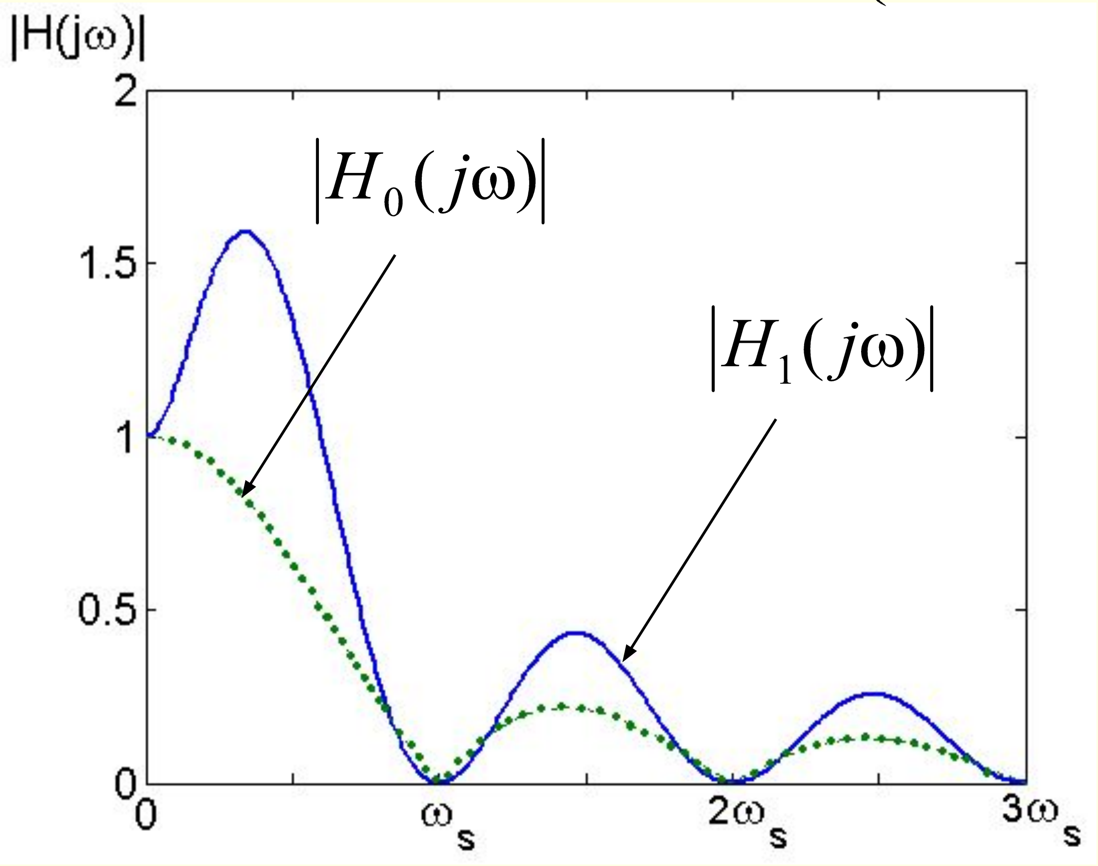
Передаточная функция

$$H_1(s) = \int_0^\infty h_1(t)\,e^{-st}\,dt = \left(\frac{1-e^{-sT}}{s}\right)^2 \left(\frac{Ts+1}{T}\right)$$

Экстраполятор первого порядка

Частотная характеристика

$$H_1(j\omega) = \left(\frac{1 - e^{-j\omega T}}{j\omega}\right)^2 \left(\frac{Tj\omega + 1}{T}\right)$$



Преимущества цифровых систем

- Стандартная аппаратура
- Нет дрейфа параметров
- Гибкость, легкость настройки
- Возможность реализации сложных законов управления
- Возможность адаптации

Недостатки цифровых систем

- Дискретизация сигналов приводит к потере точности
- Теряется информация о входных сигналах между моментами квантования
- Между моментами квантования система не управляется: устойчивость!
- Высокочастотные составляющие в сигнале управления

Методы исследования цифровых систем

- сведение к **непрерывной** стационарной системе (квантование игнорируется!)
- сведение к **дискретной** стационарной системе (рассматриваются только моменты квантования!)
- **точные методы** (нужен специальный математический аппарат!)