

Урок алгебры в 10 классе по теме:

**«Десятичные и натуральные
логарифмы.
Формула перехода к другому
основанию»**

Автор работы:

**Ефимова Наталья Владимировна,
учитель математики высшей квалификационной категории
ГБОУ СОШ № 899 г. Москва**



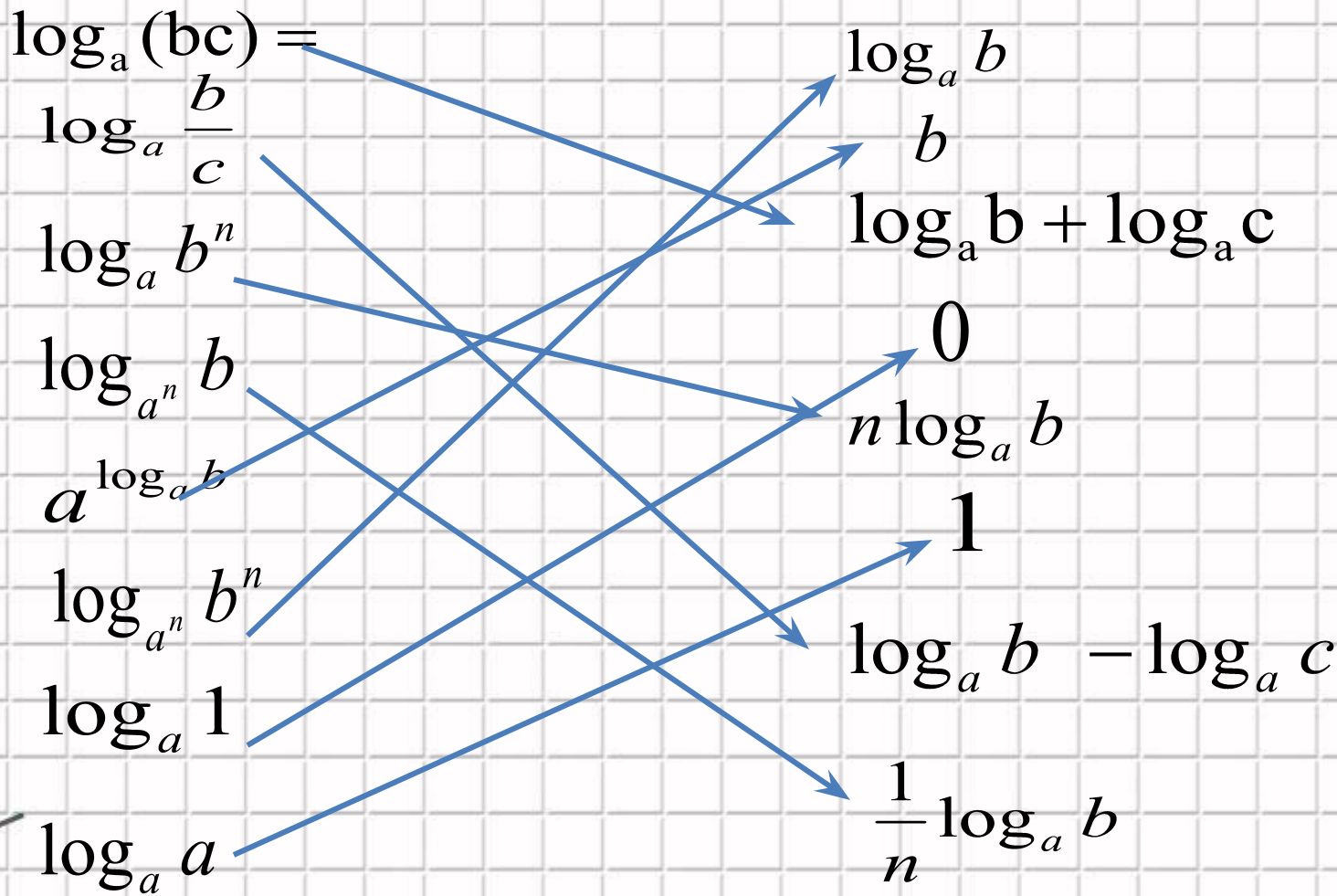
Цели урока.

- Повторить свойства логарифмов
- Решать задачи
- Решать уравнения
- Ввести понятия натурального и десятичного логарифмов



Свойства логарифмов.

($a > 0, a \neq 1, b > 0, c > 0, n \neq 0$)



Найдите значение выражений

$$\log_2 16 =$$

4

$$5^{2\log_5 3} =$$

9

$$\log_{25} \frac{1}{5} =$$

-0,5

$$4^{3\log_4 9} =$$

3

$$\log_4 \frac{1}{2} =$$

-0,5

$$8^{\log_{\sqrt{8}} 5} =$$

25

$$\log_{\sqrt{2}} 4 =$$

4

$$\log_{12} 6 + \log_{12} 2 =$$

1

$$7^{\log_7 3} =$$

3

$$\log_6 2 - \log_6 \frac{1}{3} =$$

1

$$\log_{\frac{1}{15}} 3 + \log_{\frac{1}{15}} 75 =$$

-2

$$\log_{\sqrt{5}} 65 - \log_{\sqrt{5}} 13 =$$

2



Решите уравнение

$$1) 2^x = 7$$

$$2) 3^x = 6$$

$$3) 4^{x-2} = 3$$

$$4) \log_5 x = \frac{1}{2}$$

$$5) \log_3 x = \frac{1}{2}$$

$$6) \log_9 x = \log_9 13$$

$$7) \log_7 x = 2 \log_7 3$$

$$8) \log_5 x = 1 + \log_5 2$$



Сравните ответы

1	2	3	4	5	6	7	8
$\log_2 7$	$\log_3 6$	$\log_4 3 + 2$	25	$\sqrt{3}$	13	9	10



Тренировочный тест

1. Вычислить: $0,3^{\log_{0,3} 2} - 5$

- 1) $-4,91$; 2) $-4,7$; 3) -3 ; 4) 2 .

2. Найдите значение выражения: $\log_2 16 + \log_2 2$

- 1) 4 ; 2) 5 ; 3) 6 ; 4) $4,5$.

3. Найдите значение выражения: $\log_{0,3} 9 - 2\log_{0,3} 10$

- 1) 2 ; 2) 1 ; 3) -2 ; 4) 90 .

4. Найдите x : $\lg x = 1/2 \lg 9 - 2/3 \lg 8$

- 1) $3/4$; 2) $4/3$; 3) $3/2$; 4) 6 .

5. Упростите выражение: $3^{2+\log_3 15}$

- 1) 17 ; 2) 135 ; 3) 225 ; 4) 30 .



Проблема

Обратите внимание - действия с логарифмами *возможны только при одинаковых основаниях!* А если основания разные!?

$$\log_5 16 \cdot \log_2 25$$



- **Десятичным логарифмом**

называется логарифм по основанию 10.

Он обозначается \lg , т.е. $\log_{10} m = \lg m$

- **Натуральным логарифмом**

называется логарифм по основанию e .

Он обозначается \ln , т.е. $\log_e m = \ln m$.

Число e является иррациональным, его приближённое значение 2.718281828.



Переход к другому основанию

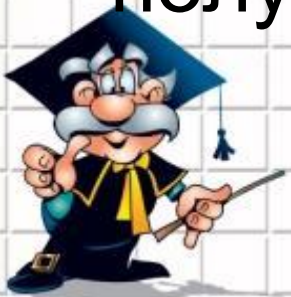
Теорема

- Пусть дан логарифм $\log_a b$. Тогда для любого числа c такого, что $c > 0$ и $c \neq 1$, верно равенство:

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

- В частности, если положить $c = b$, получим:

$$\log_a b = \frac{1}{\log_c a}$$



$$1) \log_5 16 \cdot \log_2 25 =$$

Воспользуемся сначала свойством $\log_a b^n = n \log_a b$

$$= \log_5 2^4 \cdot \log_2 5^2 = 4 \log_5 2 \cdot 2 \log_2 5 =$$

Теперь перейдем к основанию 2

$$\log_a b = \frac{1}{\log_c a}$$

$$= 8 \cdot \frac{1}{\log_2 5} \cdot \log_2 5 = 8$$



2) Найдите значение выражения

$$3^{2 \cdot \frac{\log_5 7}{\log_5 3}} - 9 \cdot 4^{\frac{1}{\log_3 4}} = 3^{2 + \log_3 7} - 9 \cdot 4^{\log_4 3} =$$

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

$$\log_a b = \frac{1}{\log_c a}$$

$$= 3^2 \cdot 3^{\log_3 7} - 9 \cdot 4^{\log_4 3} =$$

$$= 9 \cdot 7 - 9 \cdot 3 = 9 \cdot (7 - 3) = 9 \cdot 4 = 36$$



3) Найдите значение выражения $\log_a(a^5 b^2)$, если $\log_b a = \frac{2}{7}$

Решение:

$$\log_a(a^5 b^2) = \log_a a^5 + \log_a b^2 =$$

$$= 5 + 2 \cdot \frac{1}{\log_b a} = 5 + 2 \cdot \frac{7}{2} = 12$$

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

Ответ: 12



- Первое упоминание натурального логарифма сделал **Николас Меркатор** в работе *Logarithmotechnia*, опубликованной в 1668 году, хотя учитель математики **Джон Спайделл** ещё в 1619 году составил таблицу натуральных логарифмов. Ранее его называли гиперболическим логарифмом, поскольку он соответствует площади под гиперболой



Происхождение термина *натуральный логарифм*

- Сначала может показаться, что поскольку наша система счисления имеет основание 10, то это основание является более «натуральным», чем основание e . Но математически число 10 не является особо значимым. Его использование скорее связано с культурой, оно является общим для многих систем счисления, и связано это, вероятно, с числом пальцев у людей.
 - Некоторые культуры основывали свои системы счисления на других основаниях: 5, 8, 12, 20 и 60.
- \log_e является «натуральным» логарифмом, поскольку он возникает автоматически и появляется в математике очень часто.



$e=2,718281828459045235360\dots$



Саму константу впервые вычислил швейцарский математик Бернулли в ходе решения задачи о предельной величине процентного дохода.

Бернулли показал, что процентный доход в случае сложного $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ та имеет предел: И ЭТОТ

предел равен $2,71828\dots$

Экспоненту помнить способ есть простой:
два и семь десятых, дважды Лев Толстой(1828)

2,7 1828 1828





- Букву *e* начал использовать Эйлер в 1727 году, а первой публикацией с этой буквой была его работа «Механика, или Наука о движении, изложенная аналитически» 1736 год
- Почему была выбрана именно буква *e*, точно неизвестно. Возможно, это связано с тем, что с неё начинается слово *exponential* («показательный», «экспоненциальный»). Другое предположение заключается в том, что буквы *a*, *b*, *c* и *d* уже довольно широко использовались в иных целях, и *e* была первой «свободной» буквой.



Таблицы логарифмов



Первые таблицы логарифмов были составлены швейцарским математиком **Бюрги** в 1590 году. Немного позднее таблицы логарифмов также составил **шотландский ученый Непер**. Непер брал за основание логарифма число, очень близкое к единице но меньшее, чем единица. Непер опубликовал свои таблицы в 1614, а Бюрги в 1620 году.

Позднее Непер и его сотрудник **Бригс** перевели первые таблицы Непера на новое основание — 10. Таблицы десятичных логарифмов были впервые опубликованы в 1624 году. Именно поэтому они также носят название Бригговы.

В России первые таблицы логарифмов были изданы в 1703 году



Задания для самостоятельной работы

1 группа

1) $6 \log_3 2 \cdot \log_4 3 \cdot \log_5 4 \cdot \log_8 5 =$

2) $e^{\frac{1}{\log_5 e}} - 4^{\frac{2}{\lg 16}}$

3) *Найдите* $\lg a + \lg \left(\frac{1}{a^2} \right)$,

если $\log_{100} a = 4$

2 группа

1) $\log_9 100 \cdot \lg 3 =$

2) $(5^{\log_7 3})^{\log_3 7}$

3) *Найдите* $\log_8 a$,
если $\log_2 a = 6$



Домашнее задание

1. Найдите $\log_c \frac{a^2 b}{c^3}$, если $\lg \sqrt{a} = 3$, $\lg b = 5$, $\lg c = 2$.

2. Вычислите: $\sqrt[6]{27^{\frac{1}{\log_4 3}}}$;

$$\left(7^{\log_{100} 81}\right)^{\log_3 10} ;$$

$$\left(\log_7 2 + \frac{1}{\log_5 7}\right) \lg 7 ;$$

$$3^{\frac{1}{2 \log_7 3}} \cdot 3^{\log_3^2 8} - \sqrt{7} \cdot 8^{\log_3 8} - \sqrt{3}^{\log_3 25}$$



Спасибо за урок.

