

# ЛОГИЧЕСКИЕ ВЕЛИЧИНЫ, ОПЕРАЦИИ, ВЫРАЖЕНИЯ. (10 КЛАСС)



# К числу основных понятий логики относятся:



- Высказывание
- Логическая величина
- Логические операции
- Логические выражения
- Формулы



**Высказывание** (суждение) — это повествовательное предложение, в котором что-либо утверждается или отрицается.

По поводу любого высказывания можно сказать, ИСТИННО оно или ЛОЖНО.

Например: «*На улице идёт дождь*» будет истинным или ложным в зависимости от состояния погоды в данный момент.

Истинность высказывания «*Значение больше, чем*», записанного в форме неравенства

$a > b$ , будет зависеть от значений переменных  $a$  и  $b$ .



**Какие из предложений являются высказываниями?  
Определить их истинность.**

- Какой длины эта лента?
- Прослушайте сообщение.
- Делайте утреннюю зарядку!
- Назовите устройство ввода информации.
- Кто отсутствует?
- Париж — столица Англии.
- Число *11* является простым.
- $4 + 5 = 10$ .
- Без труда не вытащишь и рыбку из пруда.
- Сложите числа *2* и *5*.
- Некоторые медведи живут на севере.
- Все медведи - бурые.
- Чему равно расстояние от Москвы до Ленинграда?



**Логические величины** – это понятия, выражаемые словами: **ИСТИНА, ЛОЖЬ**(true, false).

Следовательно, истинность высказывания выражается через логические величины.

**Логическая переменная:** символически обозначенная логическая величина.

*Например: если известно, что  $A, B, X, Y$  и др. – переменные логические величины, то , значит они могут принимать значение только ИСТИНА или ЛОЖЬ.*

**Логическое выражение** – простое или сложное высказывание. Сложное высказывание строится на простых с помощью логических операций(связок)



# Логические операции

**Конъюнкция** (логическое умножение)

Двухместная операция, записывается в виде  $A \& B$ . Значение такого выражения будет ЛОЖЬ, если значение хотя бы одного операнда ложно.

**Дизъюнкция** (логическое сложение)

Двухместная операция, записывается в виде  $A \vee B$ . Значение такого выражения будет ИСТИНА, если значение хотя бы одного операнда истинно.

**Отрицание** — унарная (одноместная) операция. Записывается в виде  $\neg A$  или  $\bar{A}$ .



Правила выполнения рассмотренных логических операций отражены в следующей таблице, которая называется **таблицей истинности** логических операций (здесь И «истина», Л «ложь»)

A	B	$\bar{A}$	A&B	A∨B
И	И	Л	И	И
И	Л	Л	Л	И
Л	И	И	Л	И
Л	Л	И	Л	Л



**Логическая формула** – формула, содержащая лишь логические величины и знаки логических операций. Результатом вычисления логической формулы является ИСТИНА или ЛОЖЬ

Последовательность выполнения операций в логических формулах определяется старшенством операций. В порядке убывания старшенства логические операции расположены так: **отрицание, конъюнкция, дизъюнкция**. Кроме того, на порядок выполнения операций влияют скобки, которые можно использовать в логических формулах.

**Например:  $(A \& B) \vee (\bar{A} \& B) \vee (\bar{A} \& \bar{B})$**

—





**Пример 1:** Вычислить значение логической формулы

$$\neg X \& Y \vee X \& Z$$

Если логические переменные имеют следующие значения:  
X=ЛОЖЬ, Y= ИСТИНА, Z=ИСТИНА.

Решение:

Отметим цифрами сверху порядок выполнения операций в формуле:

$$\overset{1}{\neg} X \overset{2}{\&} Y \overset{4}{\vee} X \overset{3}{\&} Z$$

Используя таблицу истинности, вычислим формулу по шагам:

1.  $\neg$  ЛОЖЬ = ИСТИНА;
2. ИСТИНА & ИСТИНА = ИСТИНА;
3. ЛОЖЬ & ИСТИНА = ЛОЖЬ;
4. ИСТИНА  $\vee$  ЛОЖЬ = ИСТИНА.



## ПРИМЕР 2

Определите значение логического выражения:

не  $(X > Z)$  и не  $(X = Y)$ ,

если:

- 1)  $X = 3, Y = 5, Z = 2;$
- 2)  $X = 0, Y = 1, Z = 19;$
- 3)  $X = 5, Y = 0, Z = -8;$
- 4)  $X = 9, Y = -9, Z = 9.$



# Логические функции на области числовых значений

Алгебра чисел пересекаются с алгеброй логики в тех случаях, когда приходится проверять принадлежность значений алгебраических выражений некоторому множеству.

Например, принадлежность значения числовой переменной  $X$  множеству положительных чисел выражается через *высказывание*: « $X$  больше нуля». Символически это записывается так:  $X > 0$ . В алгебре такое выражение называется неравенством, а в логике – отношением. Отношение  $X > 0$  может быть истинным или ложным. Если  $X$  положительная величина, то оно истинно, если отрицательная, то ложно. В общем виде отношение имеет следующую структуру:

<выражение 1> <знак отношения> <выражение2>

Знаки отношений: = ; <>; >; <; >= ; <=.



Отношение – это простое высказывание, а значит логическая величина.

Оно может быть как постоянной:  $5 > 0$  – всегда ИСТИНА,  $3 \neq 6:2$  – всегда ЛОЖЬ;

так и переменной:  $a < b$ ,  $x+1=c-d$ .

Отношение – можно рассматривать как логическую функцию от числовых аргументов.

Например:  $F(x)=(x > 0)$  или  $P(x,y)=(x < y)$ .

Аргументы определены на бесконечном множестве действительных чисел, а значение функции – на множестве, состоящем из двух логических величин: ИСТИНА, ЛОЖЬ.

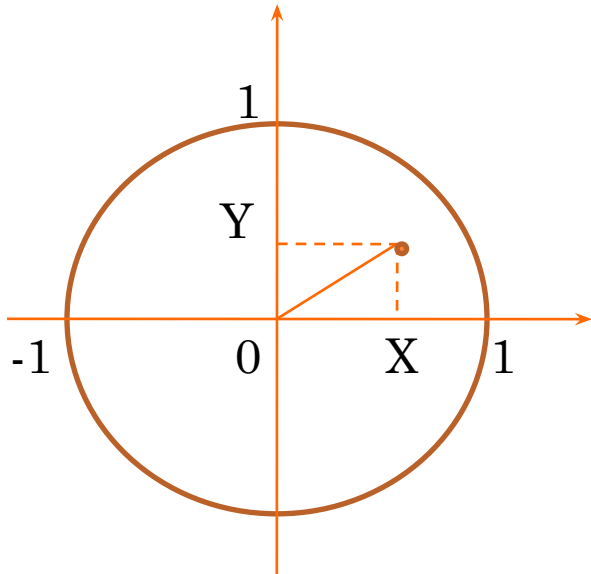
Логические величины от числовых аргументов называют **ПРЕДИКАТ**.

**Предикаты могут быть как простыми логическими функциями, не содержащими логических операций, так и сложными, содержащими логические операции.**



## Пример:

Записать предикат(логическую функцию) от двух вещественных аргументов  $X$  и  $Y$  , который будет принимать значение ИСТИНА, если точка на координатной плоскости с координатами  $X$  и  $Y$  лежит внутри единичной окружности с центром в начале координат.



## Решение:

Из геометрических соображений понятно, что для всех точек, лежащих внутри единичной окружности, будет истинным значение следующей логической функции:

$$F(X, Y) = (X^2 + Y^2 < 1)$$

Для значений координат точек, лежащих на окружности и вне её, значение функции  $Y$  будет ложным.



# Логические выражения на Паскале

Логические константы: **true**(истина), **false**(ложь).

Логические переменные: описываются с типом **Boolean**.

Операции отношения: осуществляют сравнение двух операндов и определяют, истинно или ложно соответствующее отношение между ними.

Знаки операций отношения

Логические операции: = ; <>; >; <; >= ; <=.

**not** – отрицание;

**and** – логическое умножение(конъюнкция);

**or** – логическое сложение (дизъюнкция);

**xor** – исключение ИЛИ.

Таблица истинности для этих операций(T- true, F-false)

A	B	not A	A and B	A or B	A xor B
T	T	F	T	T	F
T	F	F	F	T	T
F	T	T	F	T	T
F	F	T	F	F	F



Логическое выражение может состоять из логических констант и переменных, отношений, логических операций. Логическое выражение принимает значение true или false.

Например, логическая формула

$$\neg X \& Y \vee X \& Z$$

На Паскале запишется в виде следующего логического выражения:

**not X and Y or X and Z ,**

где X,Y,Z –переменные Boolean.

Логические переменные располагаются в следующем порядке по убыванию старшенства(приоритета):

1) not

2) and

3) or, xor.

Операции отношения имеют самый низкий приоритет. Поэтому если операндами логической операции являются отношения, то их следует заключать в круглые скобки. Например, математическому неравенству  $1 \leq X \leq 50$  соответствует следующее логическое выражение:

**(1<=X) and (X<=50)**



Логическая функция  $\text{odd}(x)$  –

логическая функция определения четности аргумента, равна

*true*, если  $x$ - нечетное, и равна *false*, если  $x$ - четное;

**trunc (x)** – целочисленная функция от вещественного аргумента, возвращающая ближайшее целое число, не превышающее  $x$  по модулю.



-Для правильной записи сложного логического выражения( предиката) нужно учитывать относительные предикаты арифметических, логических операций и операций отношений, поскольку все они могут присутствовать в логическом выражении. По убыванию приоритета операции располагаются в следующем порядке:

### 1. Арифметические операции:

- (минус унарный)

\*, /

+, -

### 2. Логические операции:

not

and

or, xor

### 3. Операции отношения:

=, <>, >, <, >=, <=



Спасибо за  
ВНИМАНИЕ!

