

Решение
тригонометрических
уравнений

Урок 11 класс

Составила :Кенжалиева Фатима

Аруновна – учитель МБОУ

Наримановского района «СОШ №7»



Решение тригонометрических уравнений



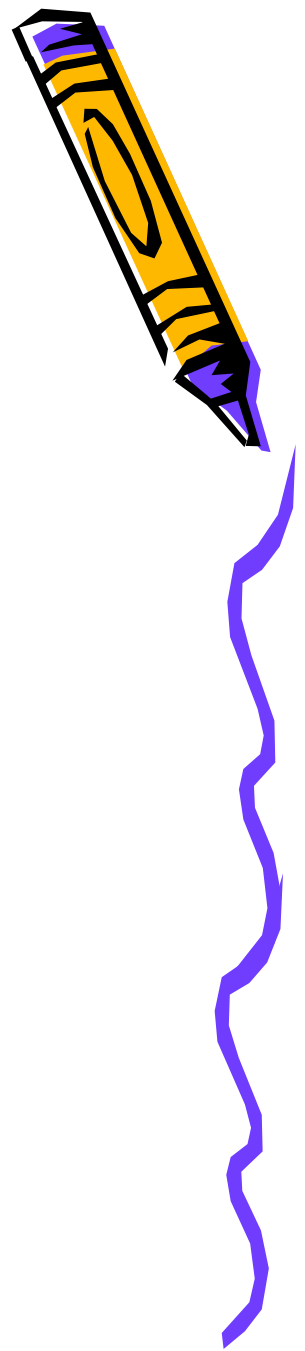
Цели:

- Познакомиться с видами тригонометрических уравнений
- Познакомиться со способами решения уравнений.
- Выработать навыки применения способов решения уравнений для конкретных тригонометрических уравнений

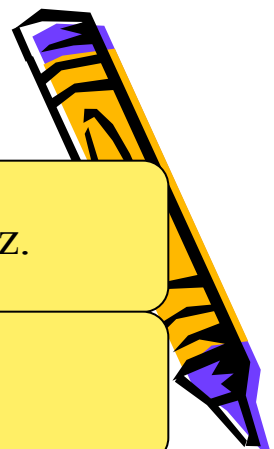


Этапы урока

- ❖ Актуализация знаний учащихся.
- 1. Тест
- ✓ Теория
- ✓ Практическая работа.
- ❖ Изучение нового материала.
- ❖ Закрепление изученного материала.
- ❖ Домашнее задание.
- ❖ Итоги урока.



Найти правильный ответ



$$\cos X = a$$

$$\cos X = 0$$

$$\cos X = 1$$

$$\cos X = -1$$

$$\sin X = a$$

$$\sin X = 0$$

$$\sin X = 1$$

$$\sin X = -1$$

$$X = (-1)^k \arcsin a + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

$$X = \pi/2 + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

$$X = \pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

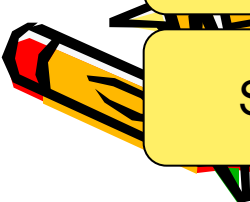
$$X = 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

$$X = \pm \arccos a + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

$$X = -\pi/2 + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

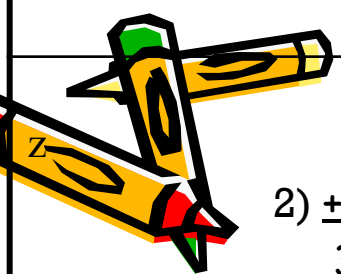
$$X = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

$$X = \pi/2 + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$$



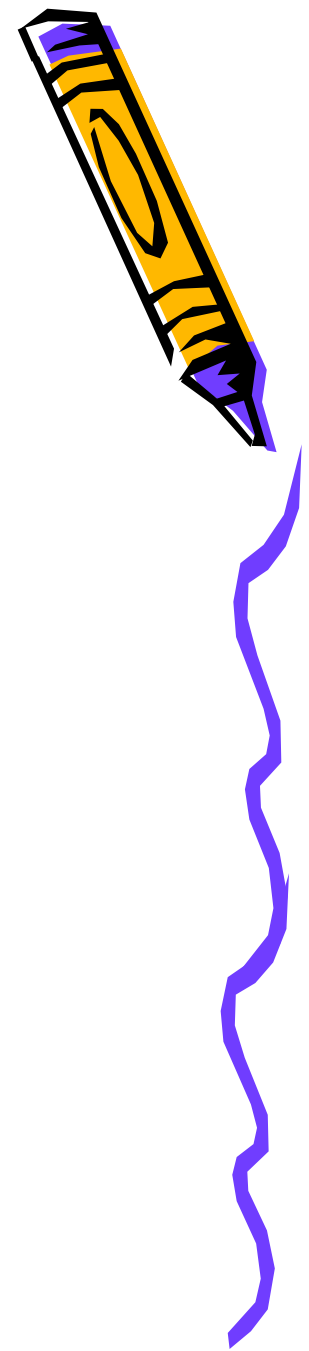
Выберите правильный вариант ответа (ответы)



1.Sin 2x= -1 Вариант 1	1.Cos x =1/2 Вариант 2
1) $-\pi/4 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$ 2) $-\pi/4 + \pi/2n, n \in \mathbb{Z}$ 3) $-\pi/4 + \pi/2n, n \in \mathbb{Z}$	1) $\pm \pi/3 + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ 2) $\pi/6 + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ 3) $-\pi + 4\pi n, n \in \mathbb{Z}$
2. Cos 3x = - $\sqrt{2} / 2$	2.2 sin 5x - $\sqrt{2} = 0$
1) $(-1)^n \pi/4 + \pi n/3, n \in \mathbb{Z}$ 2) $\pm 3\pi/4 + 2\pi n/3, n \in \mathbb{Z}$ 3) $\pm \pi/4 + 2\pi n/3, n \in \mathbb{Z}$	1) $(-1)^n \pi/20 + \pi n/5, n \in \mathbb{Z}$ 2) $(-1)^n \pi/20 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$ 3) $\pm \pi/20 + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
3. $\sqrt{2} \cos (x + \pi/4) = 1$	3. Cos x/5 = - $\sqrt{3}/2$
1) $\pi/3 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$ 2) $\pm \pi/4 - \pi/4 + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ 3) $-\pi/4 + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$	1) $(-1)^n 25\pi/6 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$ 2) $\pm 25 \pi/6 + 10\pi n, n \in \mathbb{Z}$ 3) $\pm \pi/20 + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
4. sin (3x+ $\pi/4$) = - $\sqrt{3} / 2$	4. Cos (3x+ $\pi/4$) = - $\sqrt{3} / 2$
 1) $(-1)^{n+1} \pi/9 - \pi/12 + \pi n/3, n \in \mathbb{Z}$ 2) $\pm 25 \pi/6 + 10\pi n, n \in \mathbb{Z}$ 3) $(-1)^n \pi/9 + \pi/4 + \pi n/3, n \in \mathbb{Z}$	1) $5\pi/18 + \pi n/12 + 2\pi n/3, n \in \mathbb{Z}$ 2) $\pm 5 \pi/18 - \pi/12 + 2\pi n/3, n \in \mathbb{Z}$ 3) $\pm 5\pi/3 + 6\pi n, n \in \mathbb{Z}$



Виды тригонометрических уравнений



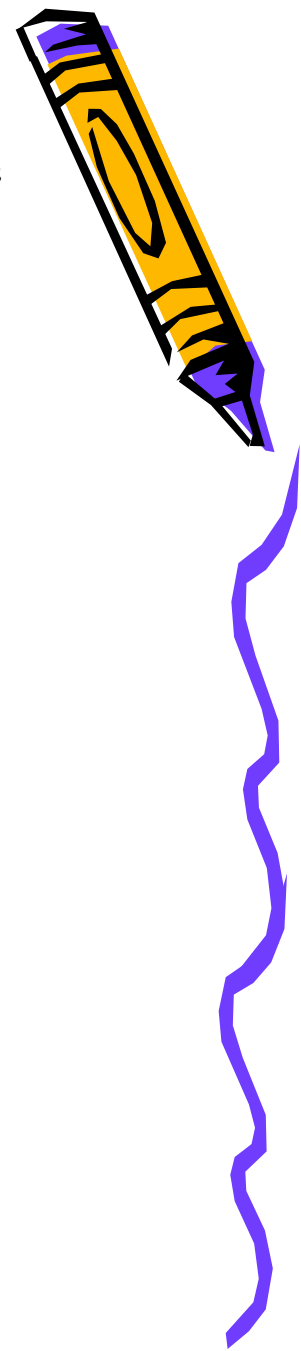
- Уравнения , сводящиеся к квадратным
- ✓ $a \sin^2 x + b \sin x = c$
- Однородные уравнения
- ✓ Первого порядка: $a \sin x + b \cos x = 0$
- ✓ Второго порядка:
 $a \sin^2 x + b \sin x \cos x + c \cos^2 x = 0$
- Почти однородные уравнения
- ✓ $a \sin x + b \cos x = c$
- $a \sin^2 x + b \sin x \cos x + c \cos^2 x = d$



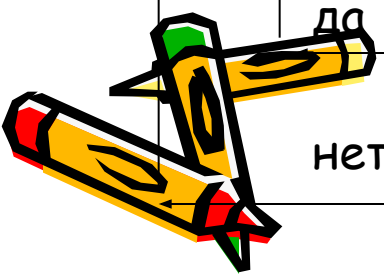
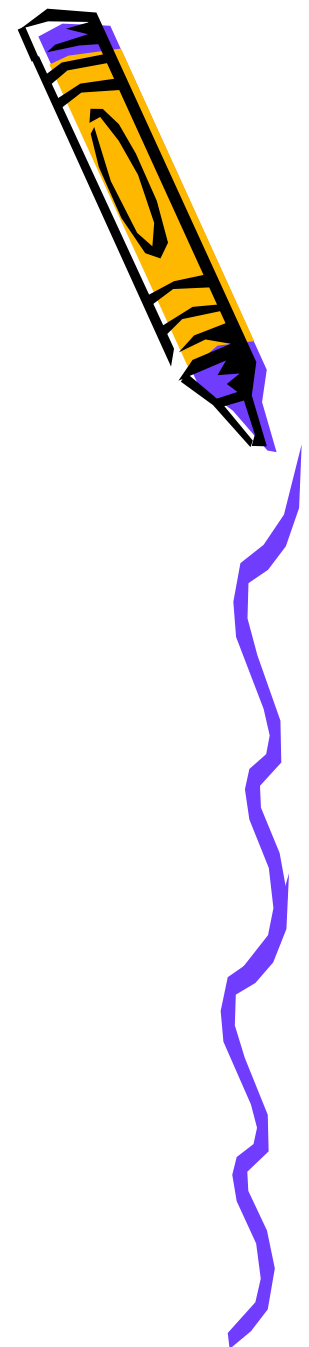
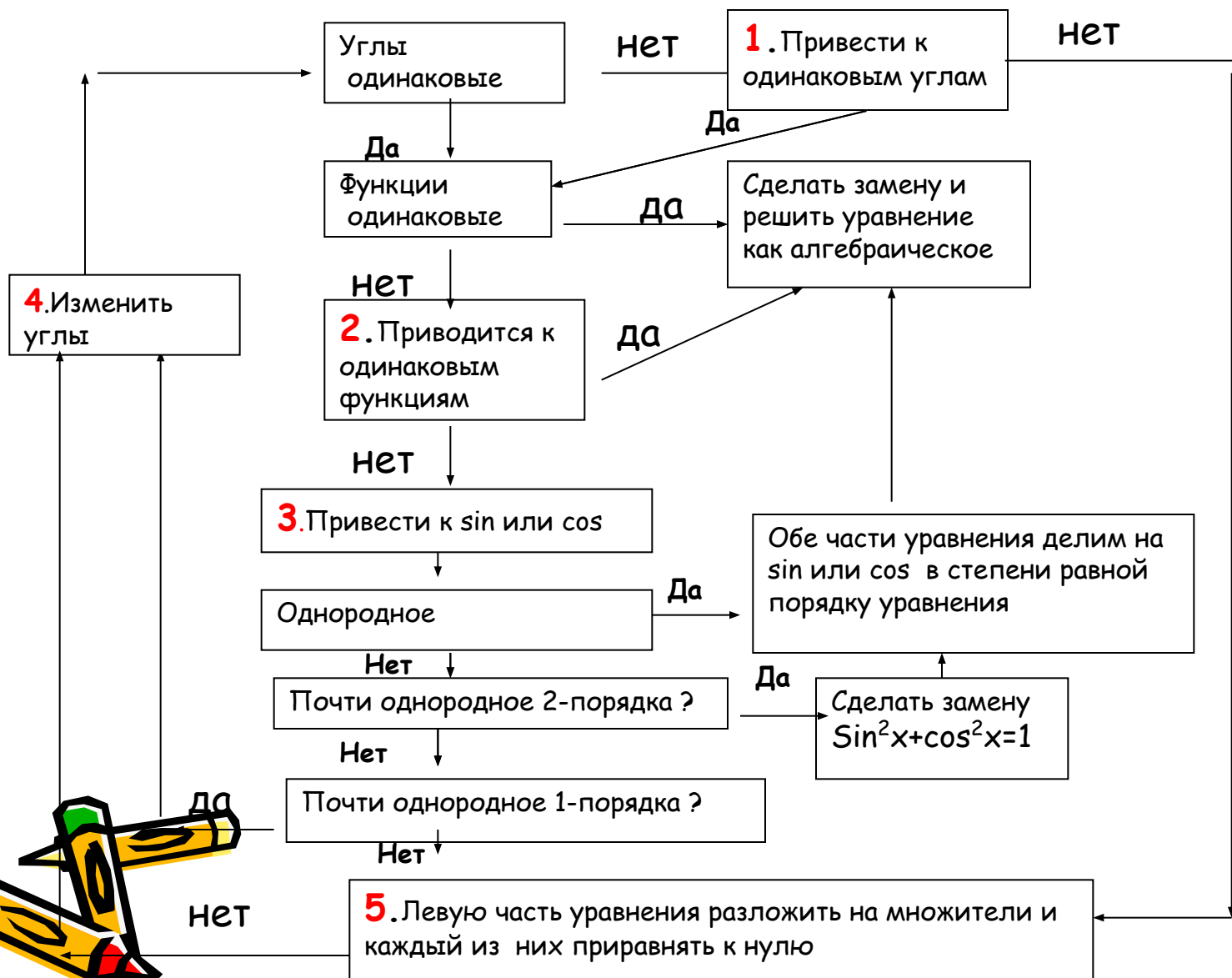
Методы решения уравнений

Решение тригонометрического уравнения состоит из двух этапов: **преобразование уравнения** для получения его простейшего вида и **решение** полученного простейшего тригонометрического уравнения. Существует **несколько** основных методов решения тригонометрических уравнений.

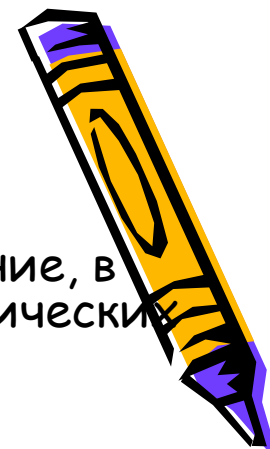
- . Алгебраический метод.
- Разложение на множители.
- Приведение к однородному уравнению
- . Переход к половинному углу
- . Введение вспомогательного угла
- Преобразование произведения в сумму.
- Универсальная подстановка



Блок схема Решения тригонометрических уравнений



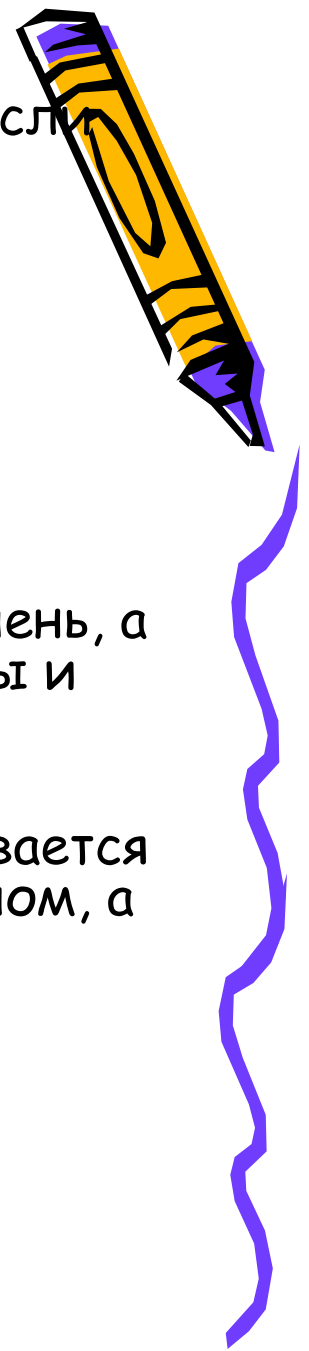
Основные термины



-
- **Определение 1.** Тригонометрическим называется уравнение, в котором неизвестное содержится под знаком тригонометрических функций.
 - **Например :** $\sin(5x+\pi)$; $\cos x$; $\operatorname{tg} 3a$
- **Определение 2.** Говорят, что в тригонометрическом уравнении одинаковые углы, если все тригонометрические функции, входящие в него, имеют равные аргументы. Говорят, что в тригонометрическом уравнении одинаковые функции, если оно содержит только одну из тригонометрических функций.
 - **Например :** $\cos 4x + \sin 4x$
-
- **Определение 3.** Степенью одночлена называется сумма показателей степеней, входящих в него переменных.
 - **Например :** $7x^5 \cdot y$
-
- **Определение 4.** Степенью одночлена, содержащего тригонометрические функции, называется сумма показателей степеней тригонометрических функций, входящих в него.



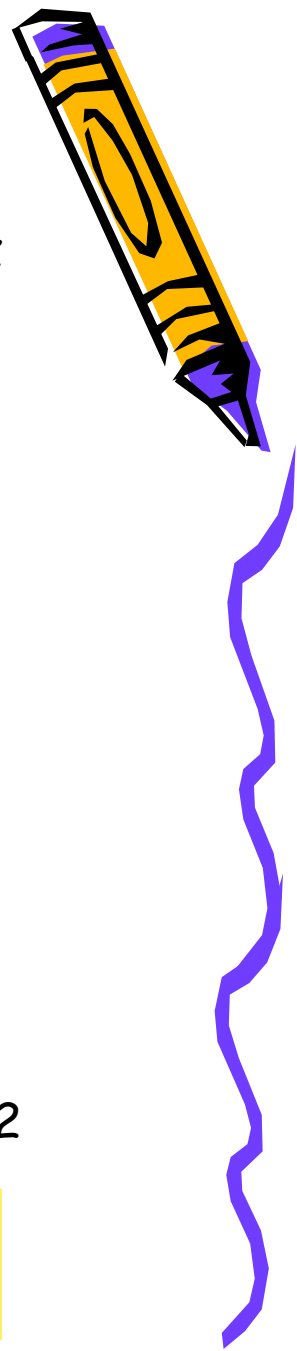
- **Определение 5.** Уравнение называется однородным, если все слагаемые, входящие в него, имеют одну и ту же степень. Эта степень называется порядком уравнения.
- **Например :** $x^2 + xy - 3y^2 = 0$
-
- **Определение 6.** Тригонометрическое уравнение, содержащее только функции \sin и \cos , называется однородным, если все слагаемые относительно тригонометрических функций имеют одинаковую степень, а сами тригонометрические функции имеют равные углы и число слагаемых на 1 больше порядка уравнения.
- **Например :** $\cos^2 x + 3\sin x \cdot \cos x - 4\sin^2 x = 0$
- **Определение 7.** Тригонометрическое уравнение называется почти однородным, если один слагаемый является числом, а степени остальных слагаемых равны.
- **Например :** $\sin(4x) - \cos(4x) + 3 = 0$



Формулы соответствующие блокам

- **Блок # 1.** Формулы приведения тригонометрических функций к одинаковым углам:
 - 1. $\sin 2a = 2 \sin a \cdot \cos a$
 - 2. $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$
 - 3. $2 \sin^2 a/2 = 1 - \cos a$
 - 4. $2 \cos^2 a/2 = 1 + \cos a$
- **Блок # 2.** Формулы приведения тригонометрических уравнений к одинаковым функциям:
 - 1. $\cos^2 a = 1 - \sin^2 a$
 - 2. $\sin^2 a = 1 - \cos^2 a$
 - 3. $\operatorname{ctg} a = 1/\operatorname{tga}$
 - 4. Формулы приведения
 -
- **Блок # 3.** Формулы приведения тригонометрических уравнений к функциям синус и косинус:
 - 1. $\operatorname{tga} = \sin a / \cos a$
 - 2. $\operatorname{ctga} = \cos a / \sin a$





- **Блок # 4.** Формулы изменения углов в тригонометрических уравнениях:

- 1. $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$

- 2. $\sin 2a = 2 \sin a \cdot \cos a$

- 3. $\cos^2 a / 2 = (1 + \cos a) / 2$

- 4. $\sin^2 a / 2 = (1 - \cos a) / 2$

-

- 5. $\cos x = \cos^2 x / 2 - \sin^2 x / 2$

- 6. $\sin x = 2 \sin x / 2 \cdot \cos x / 2$

- **Блок # 5.** Формулы и приемы разложения левой части тригонометрического уравнения на множители:

- 1. Вынесение за скобку.

- 2. Способ группировки.

- 3. $\sin a + \sin b = 2 \sin(a+b)/2 \cdot \cos(a-b)/2$

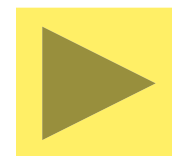
- 4. $\cos a + \cos b = 2 \cos(a+b)/2 \cdot \cos(a-b)/2$

- 5. $\cos a - \cos b = -2 \sin(a-b)/2 \cdot \sin(a+b)/2$

- 6. $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

- 7. $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$

- 8. $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$ 9. $\sin x - \sin y = 2 \sin(x-y)/2 \cdot \cos(x+y)/2$



Закрепление изученного материала



- **Решите уравнение:**
- **$\sin 2x + 2\cos 2x = 1$**
- 1. Углы одинаковые?
- 2. Функции одинаковые?
- 3. Приводится к одинаковым функциям?
- 4. Содержит функции \sin и \cos ?
- 5. Является однородным?
- Нужно изменить углы, для этого применим формулы блока 4 : $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$
 $\sin 2a = 2\sin a \cdot \cos a$
- Получим : $2\sin x \cos x + 2(\cos^2 x - \sin^2 x) = 1$ (Почти однородное 2-порядка)
- Применив замену имеем : $2\sin x \cos x + 2(\cos^2 x - \sin^2 x) - (\sin^2 x + \cos^2 x) = 0$
- Раскрыв скобки и приведя подобные слагаемые получили уравнение:
 $\cos^2 x - 3\sin^2 x + 2\sin x \cos x = 0$
- Полученное уравнение однородное, поэтому делим каждое слагаемое на $\cos^2 x$ или $\sin^2 x$,
- Тогда получится уравнение: $1 - 3\operatorname{tg}^2 x + 2\operatorname{tg} x = 0$
- Введем новую переменную : $\operatorname{tg} x = t$, получили уравнение: $1 - 3t^2 + 2t = 0$
- Его корни $t_1 = 1$, $t_2 = -1/3$
- Таким образом решение исходного уравнения свелось к решению простейших уравнений :
 $\operatorname{tg} x = 1$,
- $\operatorname{tg} x = -1/3$
- $x = \pi/4 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$; $x = \operatorname{arctg}(-1/3) + \pi n, n \in \mathbb{Z}$
- Ответ: $x = \pi/4 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$; $x = \operatorname{arctg}(-1/3) + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

№1 . Решить уравнение:

а) $2 - 3\sin x - \cos 2x = 0$

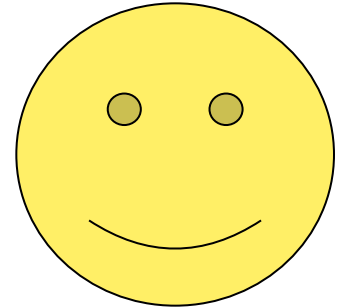
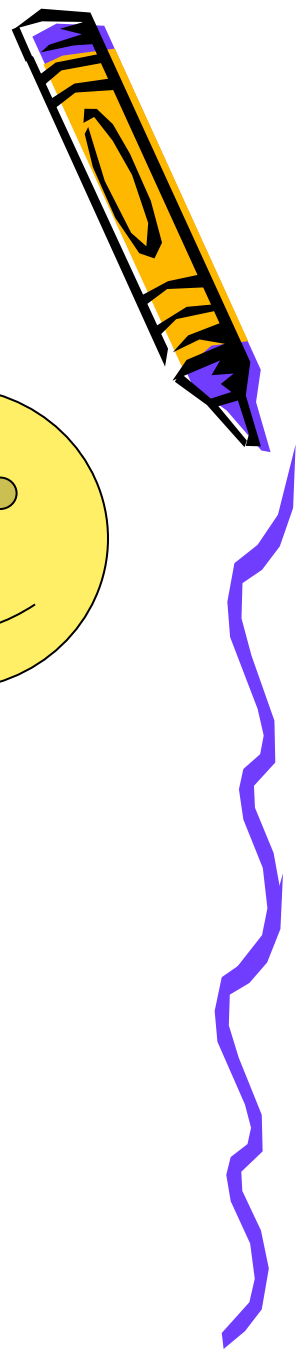
б) $\sin x = 2\sin 2x$

в) $\sin 3x + \sin 5x = 0$.



Домашнее задание

- §36 разобрать задачу 8
- №624,626,1223,1217



Итоги урока

• 1. Являются ли данные уравнения однородными?

• А) $\cos 7x + \cos x = 0$.

• Б) $\sin^2 x + 14 \sin x \cdot \cos x = 15 \cos^2 x$.

• В) $4 \sin x + 2 \cos x = 5$

• 2. Одинаковые ли углы у данных функций

• А) $\cos x + \cos 3x = 0$.

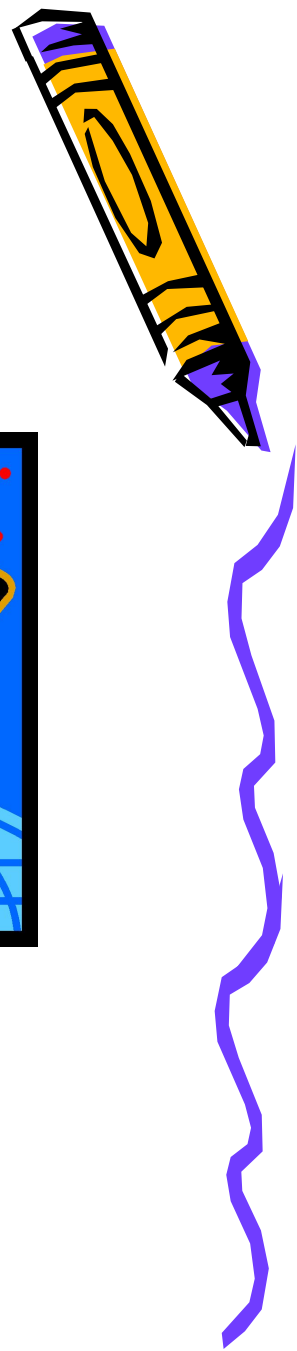
• Б) $\sin^2(4x) - 15 \cos^2 x = 3$

• В) $4 \sin(3x) + 2 \cos(3x) = 5$

• 3. Каким способом решить данное уравнение

• $(1 - \sqrt{2} \cos x / 4)(1 + \operatorname{tg} x) = 0$

• $2 \sin x + \cos x = 0$





Это интересно



- Слово «тригонометрия» впервые встречается (1505г) в заглавии книги немецкого математика Питискуса. Понятие синуса встречается уже в III веке до нашей эры в работах великих математиков Древней Греции- Евклида, Архимеда.
- Слово косинус намного моложе. Косинус - это сокращенное латинское выражение *complementy sinus* то есть
- «дополнительный синус» $\cos a = \sin(90^\circ - a)$
- Тангенсы возникли в связи с решением задачи об определении длины тени. Тангенс (а также котангенс, секанс и косеканс) введен в X веке арабским математиком Абу-л-Вафой, который составил и первые таблицы для нахождения тангенсов и котангесов.

