

Дискретная случайная величина

Теория вероятностей и
математическая статистика

Случайная величина

Величина, которая в результате испытания примет одно и только одно возможное значение, наперёд не известное и зависящее от случайных причин, которые заранее не могут быть учтены.

Примеры:

- 1. Количество родившихся мальчиков среди 6 новорождённых.
- 2. Расстояние, которое пролетит снаряд при выстреле.
- 3. Вре́мя безотказной работы прибора
- 4. Курс валют
- 5. Прибыль фирмы

Случайные величины

```
graph TD; A[Случайные величины] --> B[Дискретные]; A --> C[Непрерывные];
```

Дискретные

отдельные,
изолированные
возможные
значения с
определенными
вероятностями

Непрерывны е

принимает все
значения из
некоторого
конечного или
бесконечного
промежутка

Сокращения

ДСВ – дискретная случайная
величина

НСВ – непрерывная случайная
величина

Закон распределения ДСВ

Определение. Законом распределения дискретной случайной величины называют соответствие между возможными значениями и их вероятностями.

Ряд распределения ДСВ

Табличный способ

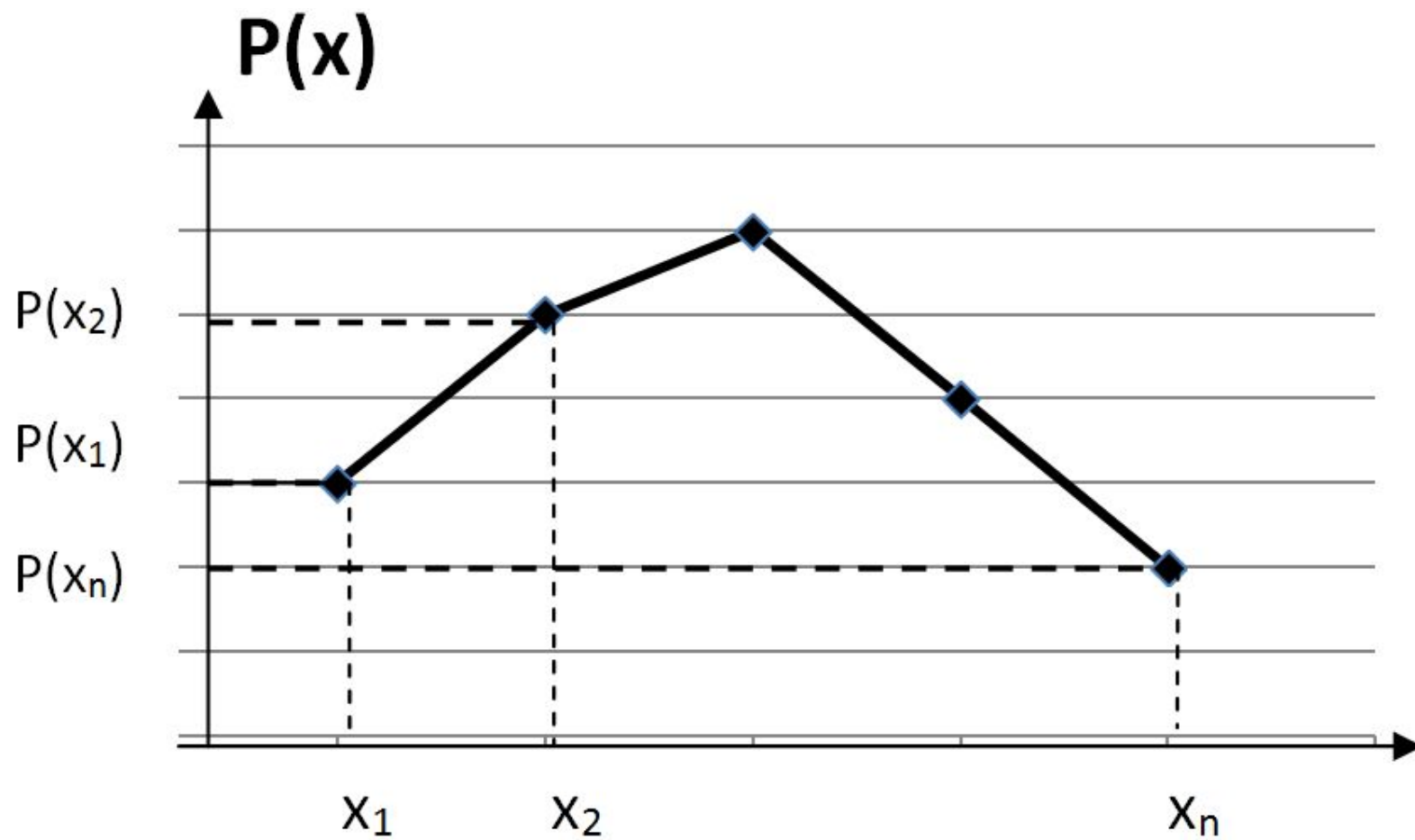
X	x_1	x_2	x_3	...		x_n
P	p_1	p_2	p_3	...		p_n

Первая строка – возможные значения случайной величины в порядке возрастания

Вторая – их вероятности

$$\sum_{i=1}^n p_i = 1$$

Многоугольник распределения



Задача №1

- . В денежной лотерее выпущено 1000 билетов , из них выигрышных :10 по 500руб,50 по 50 руб,100 по по 10 руб, 150 по 1руб.Найти закон распределения случайной величины X — суммы выигрыша на один билет.
- Решение. Напишем возможные значения X :
- $x_1 = 500$, $x_2 = 50$, $x_3 = 10$, $x_4 = 1$, $x_5 = 0$.

X	500	50	10	1	0
P	0,01	0,05	0,1	0,15	0,69

$$\text{Контроль: } \sum_{i=1}^n p_i = 1$$

Задача №2

Пример. Монета брошена 2 раза. Написать в виде таблицы закон распределения случайной величины X — числа выпадений «герба».

Решение. Вероятность появления «герба» в каждом бросании монеты $p=1/2$, следовательно, вероятность не появления «герба» $q=1 - 1/2=1/2$.

При двух бросаниях монеты «герб» может появиться либо 2 раза, либо 1 раз, либо совсем не появиться. Таким образом, возможные значения X таковы: $x_1 = 2$, $x_2 = 1$, $x_3 = 0$. Найдем вероятности этих возможных значений по формуле Бернулли:

$$P_2(2) = C_2^2 p^2 = (1/2)^2 = 0,25,$$

$$P_2(1) = C_2^1 pq = 2 * (1/2) * (1/2) = 0,5,$$

$$P_2(0) = C_2^0 q^2 = (1/2)^2 = 0,25.$$

Напишем искомый закон распределения:

X	2	1	0
p	0,25	0,5	0,25

Контроль: $0,25 + 0,5 + 0,25 = 1$.

Дискретная случайная величина

ЧИСЛОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

Математическое ожидание

Сумма произведений всех возможных значений случайной величины на их вероятности

$$M(X) = \sum_{i=1}^n x_i p_i$$

Приблизённо равно **среднему** значению случайной величины

Задача

X	1	2	5
P	0,3	0,5	0,2

$$M(X) = 1 \times 0,3 + 2 \times 0,5 + 5 \times 0,2 = 2,3$$

Дисперсия

Рассеяние случайной величины

Математическое ожидание квадрата отклонения случайной величины от её математического ожидания

$$D(X) = M[X - M(X)]^2$$

$$D(X) = M(X^2) - [M(X)]^2$$

Задача

X	1	2	5
P	0,3	0,5	0,2

$$M(X) = 1 \times 0,3 + 2 \times 0,5 + 5 \times 0,2 = 2,3$$

X	1^2	2^2	5^2
P	0,3	0,5	0,2

$$M(X^2) = 1 \times 0,3 + 4 \times 0,5 + 25 \times 0,2 = 7,3$$

$$D(X) = 7,3 - [2,3]^2 = 2,01$$

Среднее квадратическое отклонение

Квадратный корень из дисперсии

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)}$$

Имеет ту же размерность, что и случайная
величина

Пример

X	1	2	5
P	0,3	0,5	0,2

$$M(X) = 2,3$$

$$D(X) = 2,01$$

$$\sigma(X) = \sqrt{2,01} \approx 1,418$$

Задача

X	-1	0	1
P	0,2	0,6	0,2

$$M(X) = \dots\dots\dots$$

$$D(X) = \dots\dots\dots$$

$$\sigma(X) = \dots\dots$$