

ФГБОУ ВПО Нижегородский государственный технический
университет им. Р.Е. Алексеева

И.В. Беляев

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОДАВЛЕНИЯ
ВОЛНЫ ГОРЕНИЯ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ ВНЕШНИХ
ВОЗДЕЙСТВИЯХ**

Специальность 01.02.05 – Механика жидкости, газа и плазмы

Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:

д.ф.-м.н., Л.Ю. Катаева

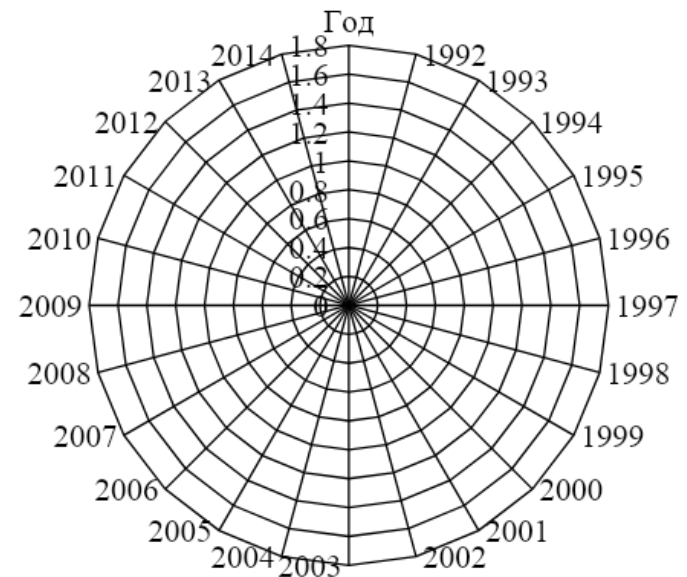
Нижний Новгород, 2016

АКТУАЛЬНОСТЬ

- Повреждение и гибель лесов
- Изменение структуры почвы
- Загрязнение атмосферы продуктами горения
- Задымление территории
- Огромный материальный ущерб



Динамика лесных пожаров
Российской Федерации
за 1992–2014 гг.



■ число ЛП ■ Площадь ЛП ■ Сгорело леса на корню

ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ

Цель - математическое моделирование и теоретическое исследование процесса тушения лесного пожара с учетом структуры растительности и решении задачи о подавлении стационарной волны горения

Задачи:

- Применить аппарат механики реагирующих сред для моделирования процессов распространения и подавления волны горения с учетом структуры растительности при помощи заданного нестационарного потока воды, естественной и искусственной преграды
- Выявить закономерности подавления волны горения в неоднородном слое лесных горючих материалов, а также при наличии естественной и искусственной преграды
- Найти аналитическое решение задачи о распространении волны горения на основе решения задачи теплового баланса, на основе которого получить численное решение задачи о подавлении стационарной волны горения в однородном слое растительности
- Осуществить сравнительный анализ полученных результатов с известными данными по скорости распространения лесного пожара и критическому количеству воды, необходимой для тушения лесного пожара
- Разработать программную реализацию данных алгоритмов

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Введение

Глава 1.

Обзор работ в области исследования динамики и тушения лесного пожара

Глава 2.

Влияние характеристик лесной растительности и способов подачи воды на динамику распространения и тушения пожара

Глава 3.

Влияние взаимного положения искусственной и естественной преграды на эффективность тушения лесного пожара

Глава 4.

Численное и аналитическое моделирование распространения стационарной волны горения в слое лесных горючих материалов

Заключение

Список литературы

ПОЛОЖЕНИЯ ВЫНОСИМЫЕ НА ЗАЩИТУ

- Физико-математическое моделирование и влияние структуры лесной растительности на динамику тушения лесного пожара при помощи стационарного источника подачи воды.
- Физико-математическое моделирование совместного действия искусственной и естественной преграды при тушении лесного пожара.
- Аналитическое решение задачи об определении скорости волны горения от коэффициентов диффузии, рассеяния тепловой энергии, скорости реакции горения, отношения выделения тепловой энергии к энергии, необходимой для нагрева до температуры воспламенения.
- Численная зависимость скорости распространения волны горения от интенсивности оттока тепла в результате её подавления, полученная на основе аналитического решения задачи о распространении волны горения.

ГЛАВА 1. ОБЗОР РАБОТ В ОБЛАСТИ ИССЛЕДОВАНИЯ ДИНАМИКИ И ТУШЕНИЯ ЛЕСНОГО ПОЖАРА

Эмпирические модели (натурные данные)

- А. McArthur (1966, Австралия);
- Г.П. Коровин (1969, Россия) и др.

Экспериментально-аналитические модели

(на основе экспериментальных данных получение упрощенных зависимостей)

- R. Rothermel (1972, США);
- Г.А. Дорпер (1979, Россия) и др.

Физико-математические модели (законы механики реагирующих сред)

- С. Van Wagner (1967, Канада);
- Э.В. Конев, А.И. Сухинин (1977, Россия)
- А.М. Гришин (1980, Россия)

Модели	Эмпирические модели	Экспериментально-аналитические модели	Физико-математические модели
Свойства			
Универсальность	-	-	+
Точность	±	±	+
Простота использования	+	+	-

ГЛАВА 1. ОБЗОР РАБОТ В ОБЛАСТИ ИССЛЕДОВАНИЯ ДИНАМИКИ И ТУШЕНИЯ ЛЕСНОГО ПОЖАРА

Современные исследования свойств и структуры лесной растительности и их влияния на процесс горения



Свойства растительности:
Абдурагимов И.М., Алексащенко
А.А., Мелехов И.С.

Структура растительности:
Исаева Л.Н., Оболенская А.В.,
Серков Б.Б.

Влияют на:
Скорость горения
Способность воспламенения

ГЛАВА 1. ОБЗОР РАБОТ В ОБЛАСТИ ИССЛЕДОВАНИЯ ДИНАМИКИ И ТУШЕНИЯ ЛЕСНОГО ПОЖАРА

Современные подходы к решению задачи об определении скорости распространения волны горения

Открыта детонация: Малляром , Ле Шателье, Бертоло и Вьелем (1883 г.)

Сформулировал условия воспламенения: Вант-Гофф

Ввел математическую формулировку условий для самовоспламенения: Н. Н. Семенов

Свел задачу о тепловом взрыве к задаче, включающей в себя уравнение теплового баланса и химической кинетики: О.М. Тодес

Экспериментальные

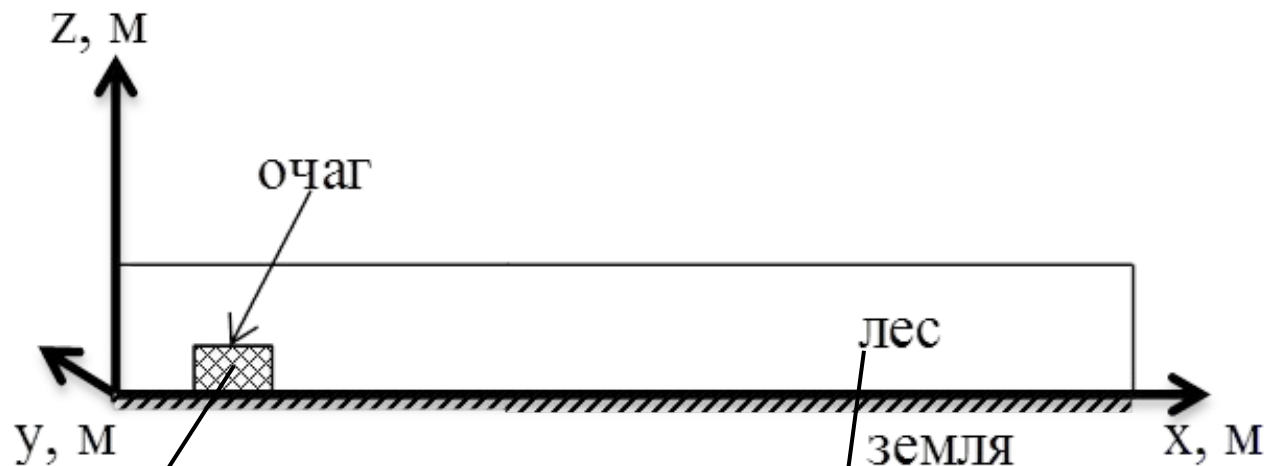
- 1) **Мелехов**: Зависимость скорости пожаров от вида горючих материалов
- 2) **Курбатский**: зависимость скорости распространения горения от влажности ЛГМ
- 3) **Нестеров**: связь между плотностью горючих материалов и скоростью распространения пожара

Теоретические

- 1) **Balbi, J.H**: зависимость конфигурации волны горения от её скорости
- 2) **Гришин**: находит скорость распространения волны горения только в случае, если известна максимальная температура
- 3) **Карпов**: процесс горения распространяется с заданной скоростью

ГЛАВА 2. ВЛИЯНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК ЛЕСНОЙ РАСТИТЕЛЬНОСТИ И СПОСОБОВ ПОДАЧИ ВОДЫ НА ДИНАМИКУ РАСПРОСТРАНЕНИЯ И ТУШЕНИЯ ПОЖАРА

Физическая постановка задачи:



Очаг

Прямоугольной
формы

Температура в
очаге 1200 К

Лес

Однородная в
каждом слое

Многофазная

Сплошная

ГЛАВА 2. ВЛИЯНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК ЛЕСНОЙ РАСТИТЕЛЬНОСТИ И СПОСОБОВ ПОДАЧИ ВОДЫ НА ДИНАМИКУ РАСПРОСТРАНЕНИЯ И ТУШЕНИЯ ПОЖАРА

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V W dV + \oint_{\Gamma} [\Phi - G] da = \int_V H dV$$

где V – контрольный объем (ячейка), Γ – граница контрольного объема

$$W = \begin{bmatrix} \rho_5 \\ \rho_5 v \\ \rho_5 C_\alpha \\ \left(\sum_{i=1}^3 \rho_i \varphi_i c_{pi} + \rho_5 c_{p5} \right) T \\ 0 \end{bmatrix}, \Phi = \begin{bmatrix} \rho_5 v \\ \rho_5 v \otimes v + pI \\ \rho_5 C_\alpha v \\ \rho_5 c_{p5} T v \\ 0 \end{bmatrix}, G = \begin{bmatrix} 0 \\ \mu_t \nabla v \\ \rho_5 D_t \nabla C_\alpha \\ \lambda_t \nabla T \\ \frac{c}{3k_\Sigma} \nabla U_R \end{bmatrix}, H = \begin{bmatrix} Q \\ -\rho_5 Sc_d v |v| + \rho_5 g \\ R_{5\alpha} \\ E_s \\ k_s (cU_R - 4\sigma T^4) \end{bmatrix}$$

$$E_s = q_1 R_1 - q_2 R_2 + q_3 R_3 - q_4 R_4 + q_5 R_5 + k_s (cU_R - 4\sigma T^4) + f(x, z, t) T_e c_{p4}$$

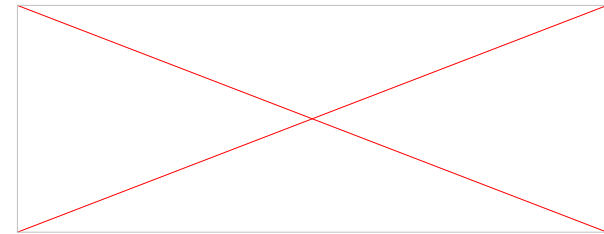
$$q_1 = (6,85 \cdot 10^5 \operatorname{sign}(T - 593K) + 3,15 \cdot 10^5)$$

$$Q = (1 - \alpha_c) R_1 + R_2 + R_4 + \frac{M_c}{M_1} R_3$$

ГЛАВА 2. ВЛИЯНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК ЛЕСНОЙ РАСТИТЕЛЬНОСТИ И СПОСОБОВ ПОДАЧИ ВОДЫ НА ДИНАМИКУ РАСПРОСТРАНЕНИЯ И ТУШЕНИЯ ПОЖАРА

$$\begin{pmatrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \\ R_4 \\ R_5 \end{pmatrix} = \begin{cases} k_1 \rho_1 \varphi_1 \exp\left(-\frac{E_1}{RT}\right) \\ k_2 \rho_2 \varphi_2 T^{-0.5} \exp\left(-\frac{E_2}{RT}\right) \\ k_3 S_\sigma \rho_5 \varphi_3 C_1 \exp\left(-\frac{E_3}{RT}\right) \\ \frac{1}{q_4} T' \left(\sum_{i=1}^4 \rho_i \varphi_i c_{pi} + \rho_5 c_{p5} \right), \text{ при } \varphi_4 > 0 \text{ и } T = T_b \\ f(x, z, t), \text{ при } \varphi_4 = 0 \text{ и } T > T_b \\ 0, \text{ иначе} \\ k_5 M_2 T^{-2.25} \exp\left(-\frac{E_5}{RT}\right) x_1^{0.25} x_2, x_1 \geq 0.05, \\ k_5 M_2 T^{-2.25} \exp\left(-\frac{E_5}{RT}\right) x_1 x_2, x_1 < 0.05, \end{cases}$$

массовые скорости образования
компонентов газовой фазы



Уравнение состояния газовой фазы и
алгебраические соотношения

$$P = \frac{\rho_5 RT}{M}, \quad \frac{1}{M} = \sum_{\alpha=1}^3 \frac{C_\alpha}{M_\alpha}, \quad \sum_{\alpha=1}^3 C_\alpha = 1, \quad \sum_{i=1}^5 \varphi_i = 1$$

ГЛАВА 2. ВЛИЯНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК ЛЕСНОЙ РАСТИТЕЛЬНОСТИ И СПОСОБОВ ПОДАЧИ ВОДЫ НА ДИНАМИКУ РАСПРОСТРАНЕНИЯ И ТУШЕНИЯ ПОЖАРА

Критерии выбора точки для подачи воды

$$(x, z) \in F_\gamma \wedge x_p - d_p \leq x \leq x_p \wedge T > T_{cr, \min}$$
$$z(1 - P[T(x, z) \leq T_{cr}]) + z_{\max} P[T(x, z) \leq T_{cr}] \rightarrow \min$$
$$x(1 - P[T(x, z) \leq T_{cr}]) - x_{\max} P[T(x, z) \leq T_{cr}] \rightarrow \max$$
$$T(x, z) \rightarrow \max$$



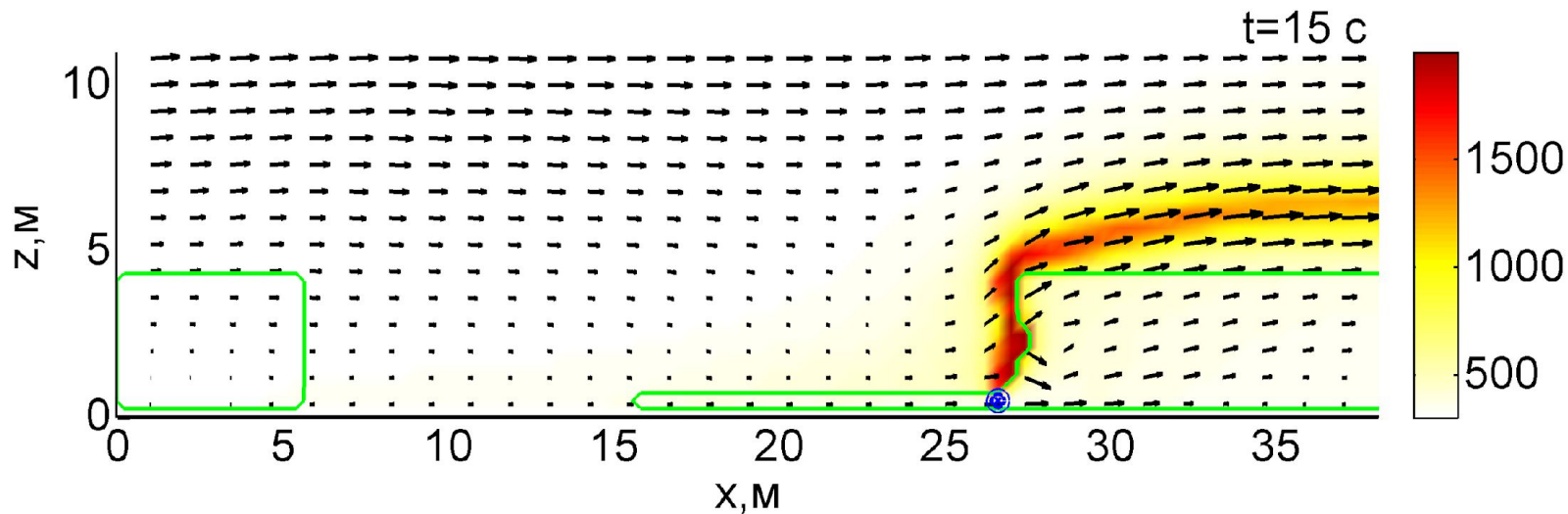
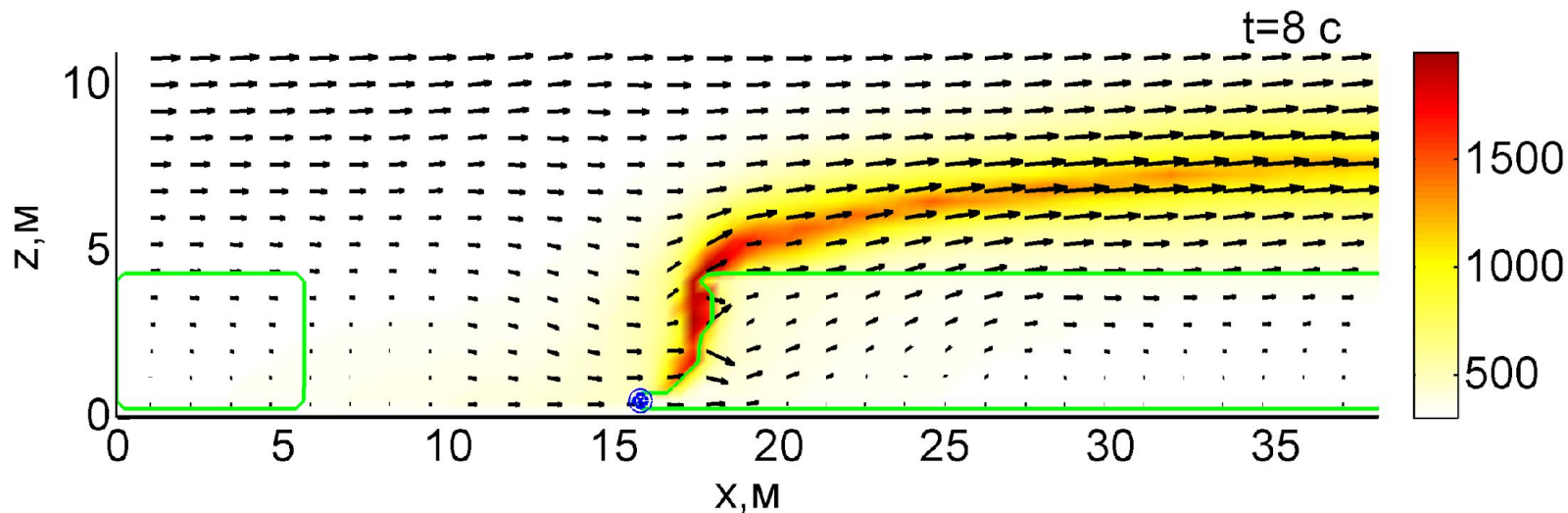
- минимальное значение температуры среды, куда допускается подача воды

T_{cr} - критическая температура, определяемая оператором источника подачи воды

d_p - максимальная дальность подачи воды

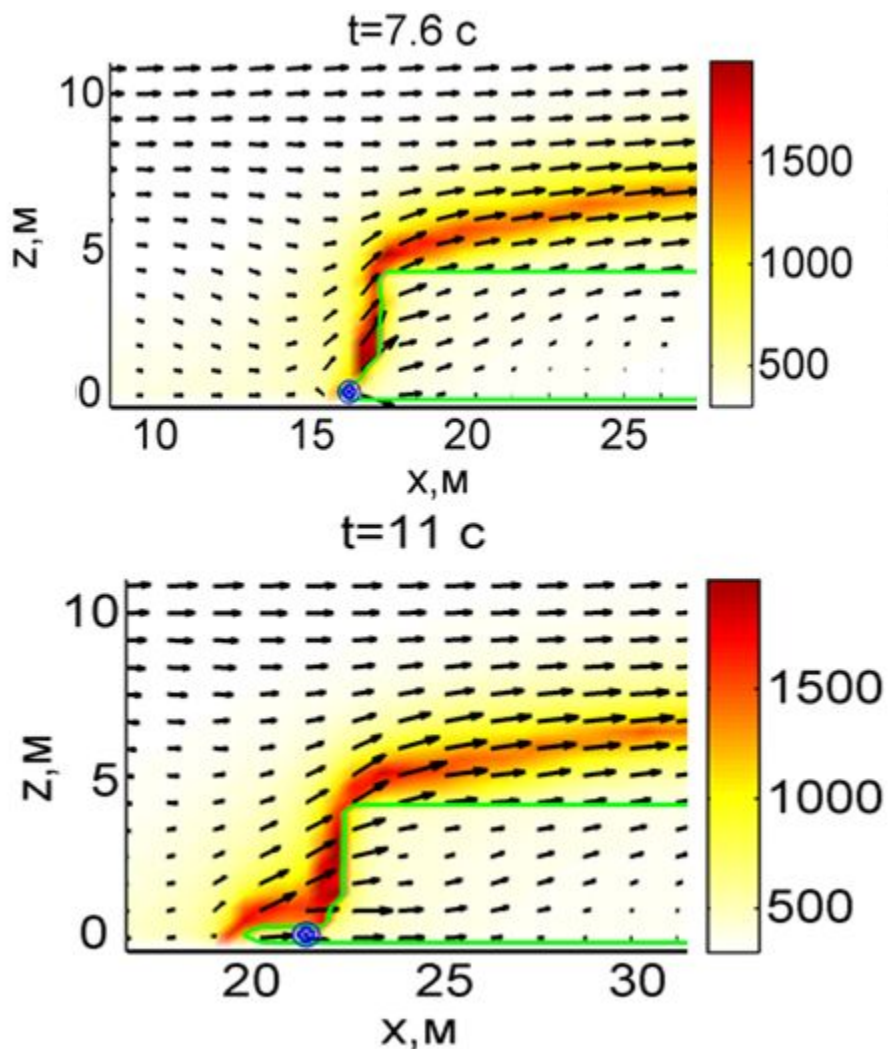
Глава 2. Влияние характеристик лесной растительности и способов подачи воды на динамику распространения и тушения пожара

$T_{cr} = 400 \text{ K}$, $w_{int} = 0,527 \text{ кг}/(\text{м}\cdot\text{с})$. Плотность слоя ЛГМ везде равна $2 \text{ кг}/\text{м}^3$

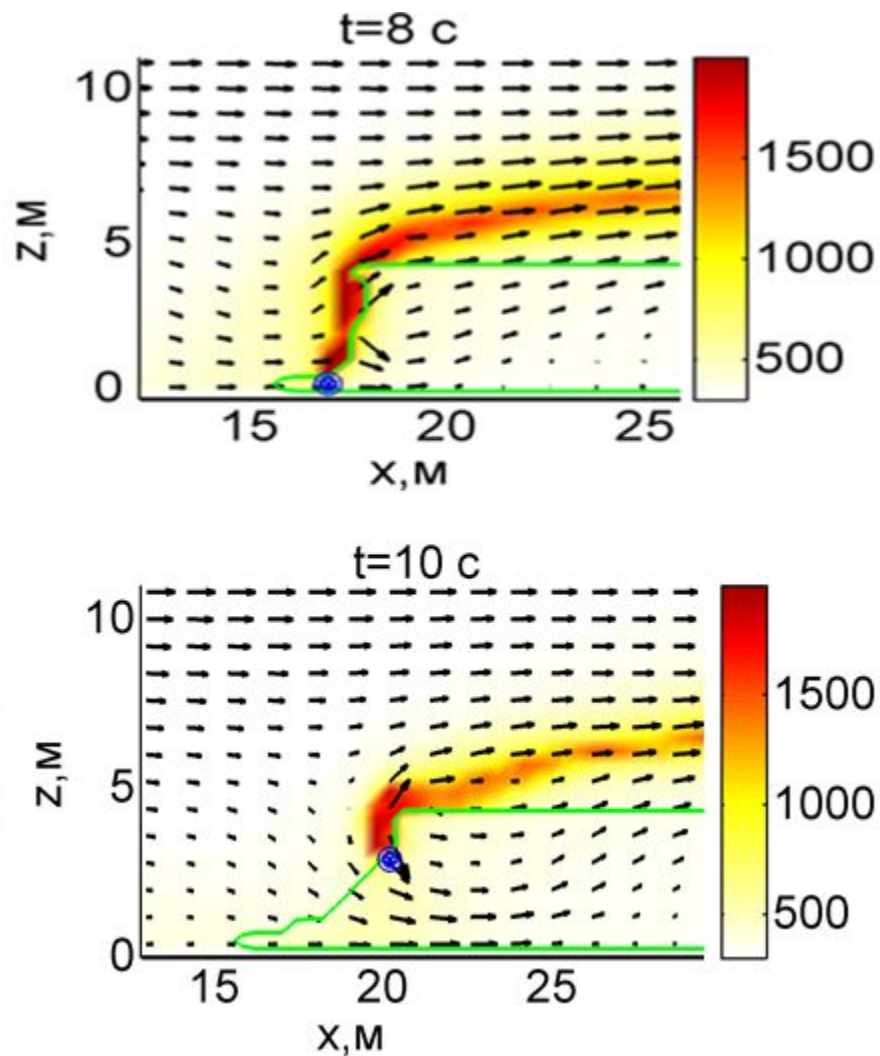


Глава 2. Влияние характеристик лесной растительности и способов подачи воды на динамику распространения и тушения пожара

$$T_{cr} = 700 \text{ K}, w_{int} = 0,248 \text{ кг}/(\text{м}\cdot\text{с})$$

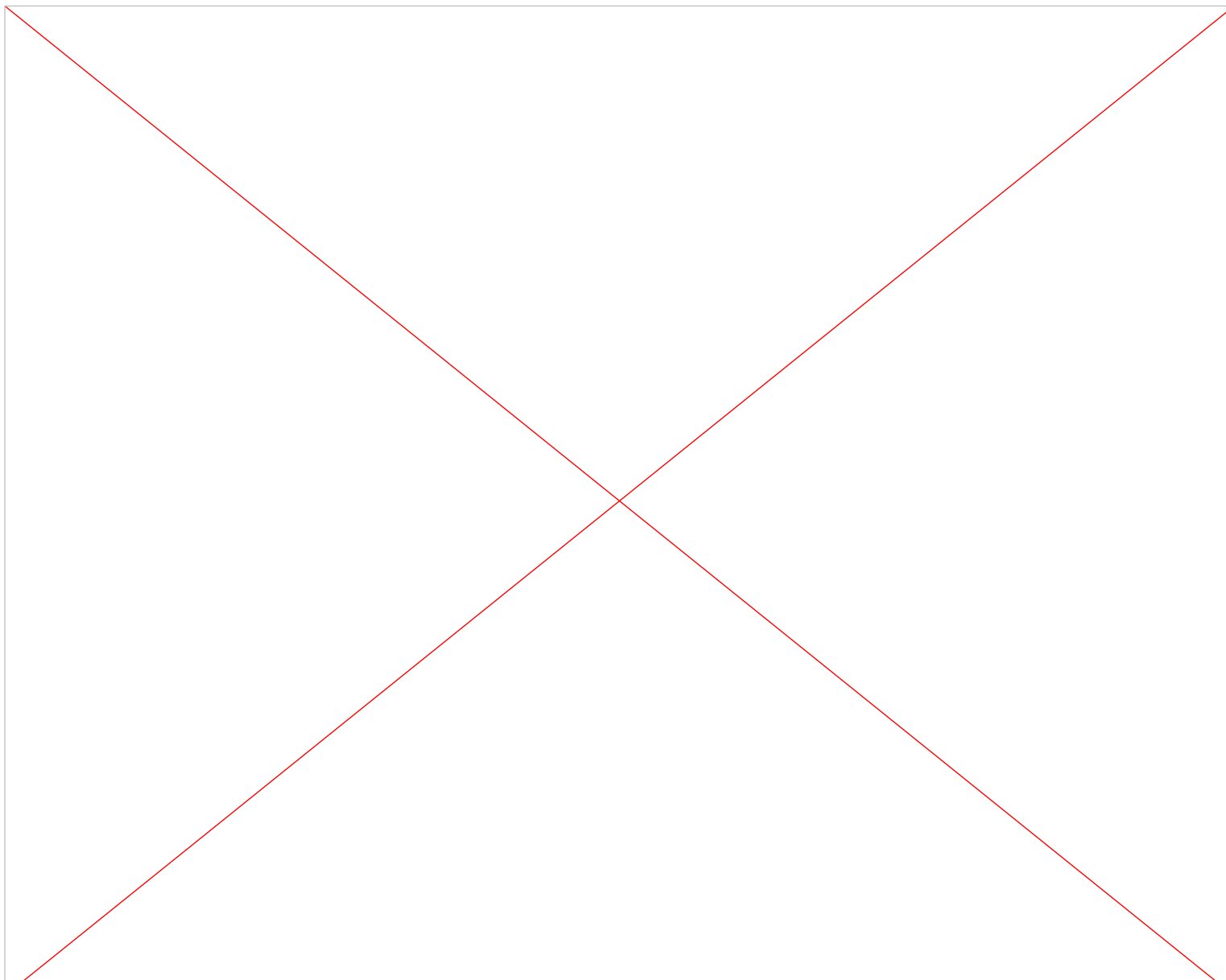


$$T_{cr} = 700 \text{ K}, w_{int} = 0,249 \text{ кг}/(\text{м}\cdot\text{с})$$



Глава 2. Влияние характеристик лесной растительности и способов подачи воды на динамику распространения и тушения пожара

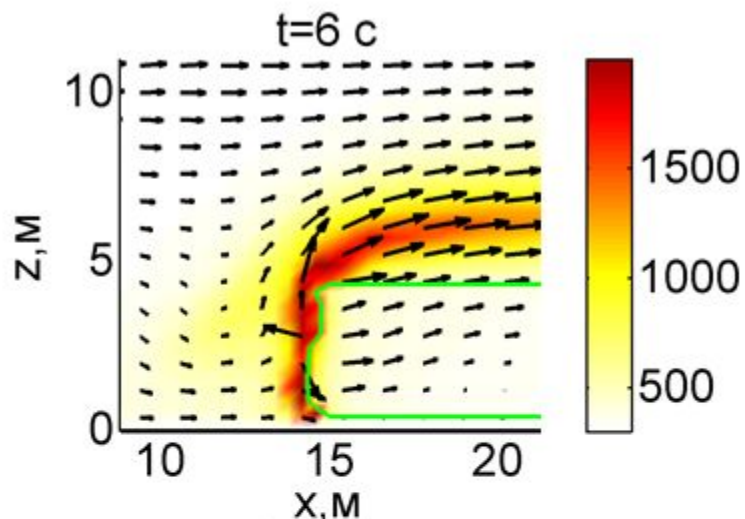
$T_{cr} = 700 \text{ K}$, $w_{int} = 0,249 \text{ кг/(м·с)}$. Плотность слоя ЛГМ равна 2 кг/м^3



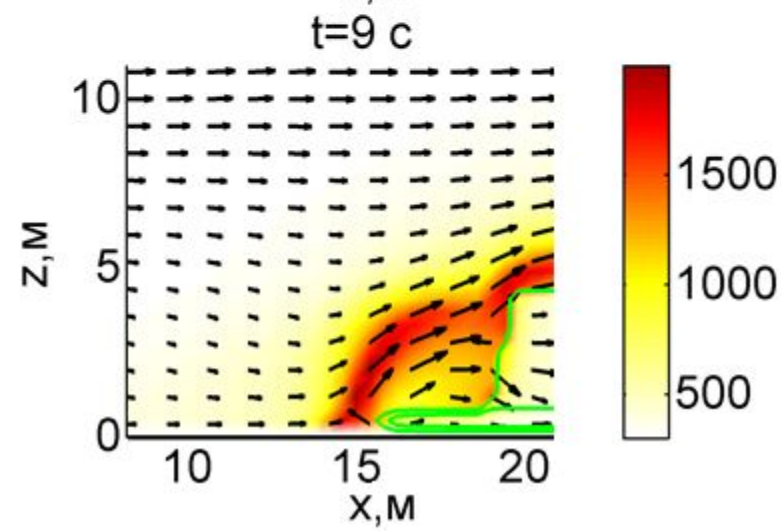
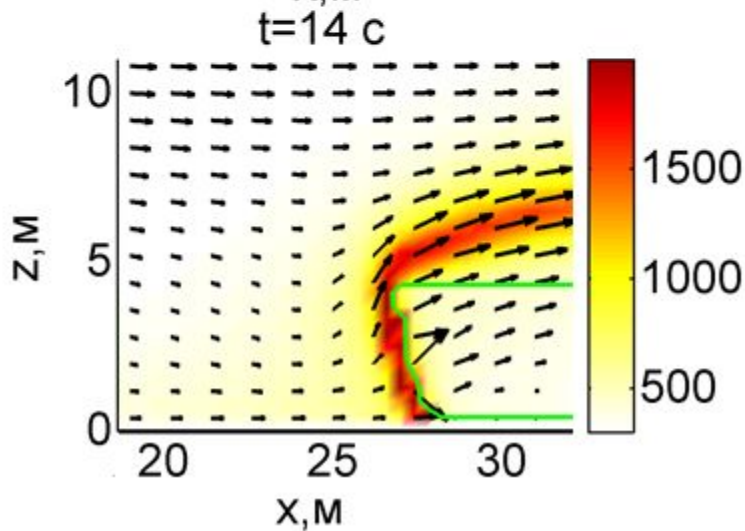
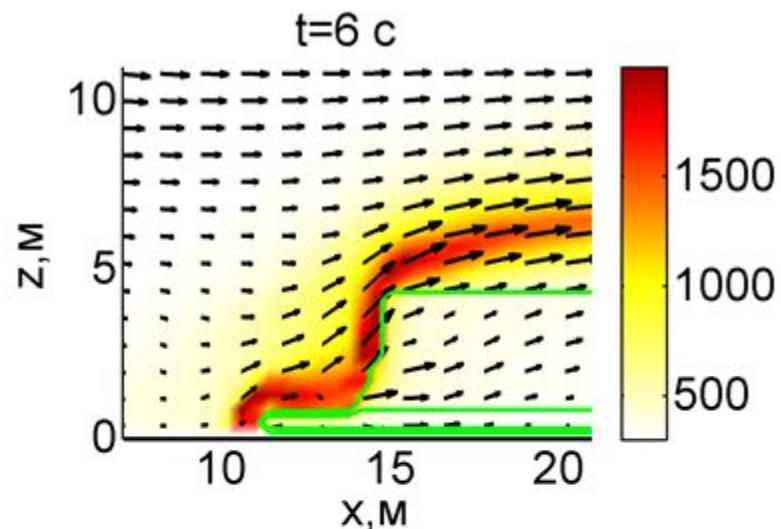
Глава 2. Влияние характеристик лесной растительности и способов подачи воды на динамику распространения и тушения пожара

Без тушения

Плотность нижнего слоя 1 кг/м^3 ,
верхнего слоя 2 кг/м^3

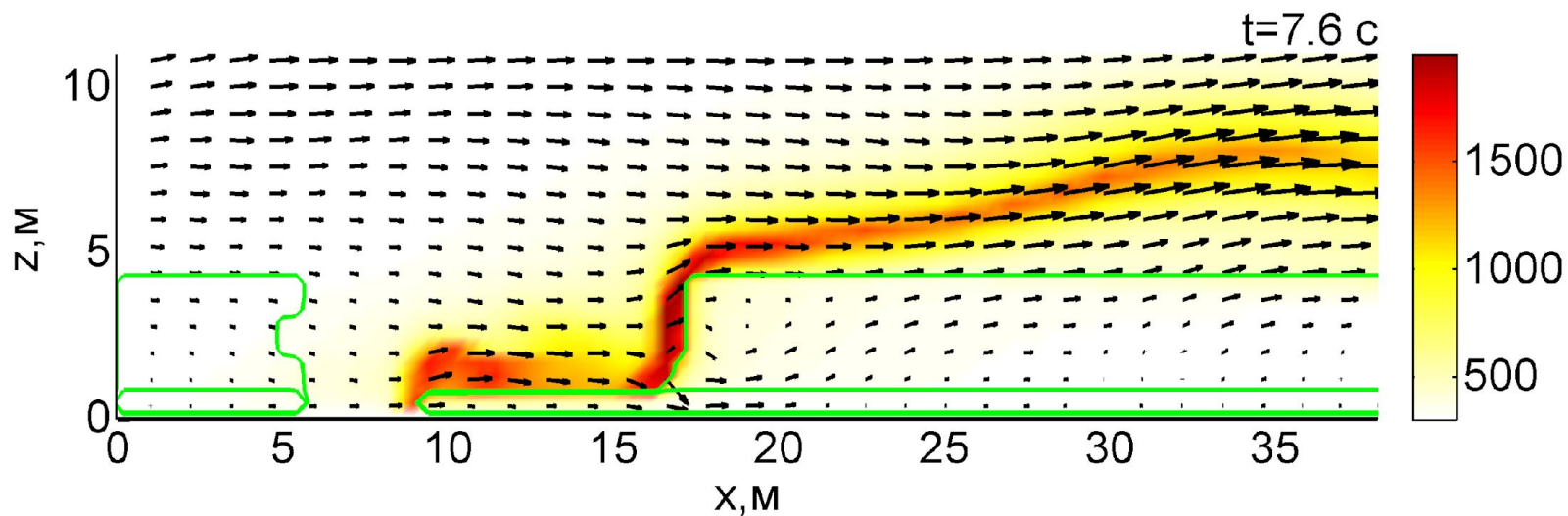
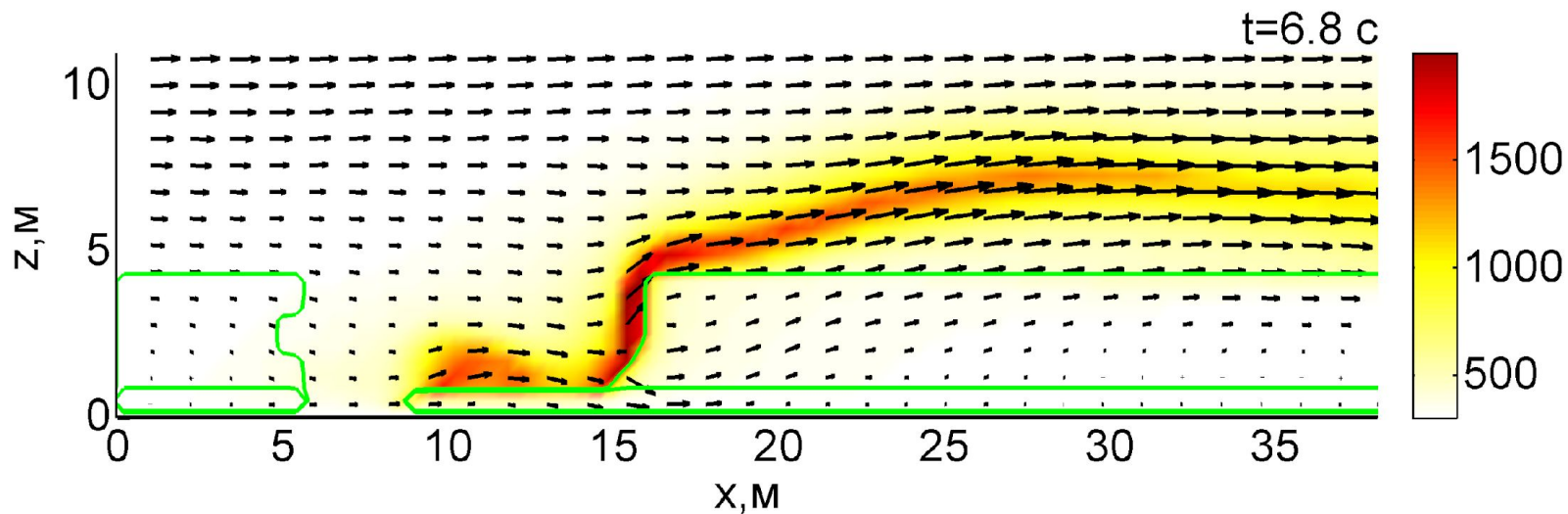


Плотность нижнего слоя 4 кг/м^3 ,
верхнего слоя 2 кг/м^3



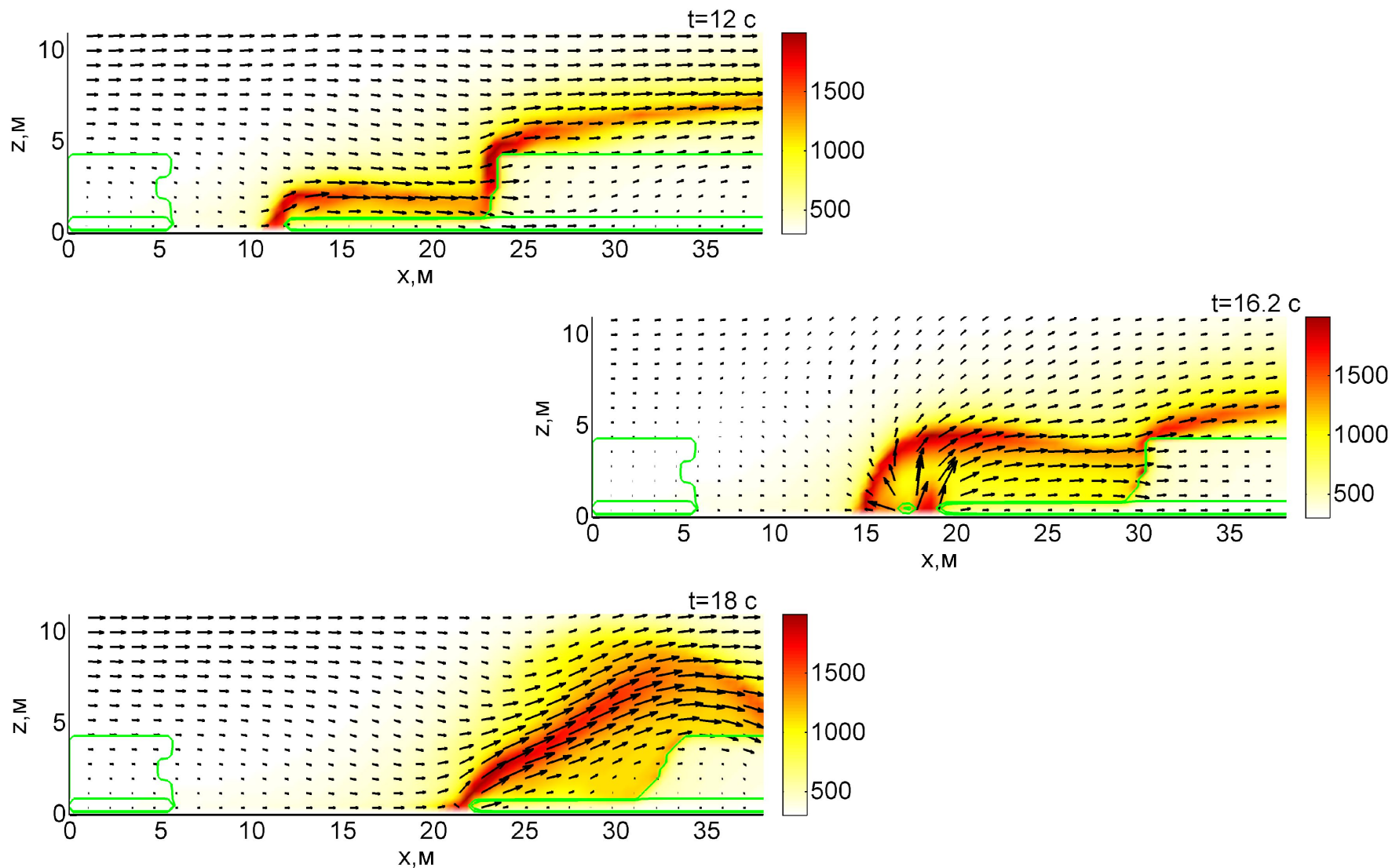
Глава 2. Влияние характеристик лесной растительности и способов подачи воды на динамику распространения и тушения пожара

Без тушения, парциальная плотность нижнего слоя 8 кг/м^3 , верхнего слоя 2 кг/м^3



Глава 2. Влияние характеристик лесной растительности и способов подачи воды на динамику распространения и тушения пожара

Без тушения, парциальная плотность нижнего слоя 8 кг/м^3 , верхнего слоя 2 кг/м^3



Глава 2. Влияние характеристик лесной растительности и способов подачи воды на динамику распространения и тушения пожара

Зависимость критической интенсивности подачи воды (w_{int}) от плотности нижнего слоя при критической температуре $T_{cr} = 800$ К

Плотность нижнего слоя, кг/м ³	1	2	4	8	16	32
w_{int} , кг/(м·с)	0,2225	0,2665	0,2835	0,6385	0,2435	0,2295

Зависимость критической интенсивности подачи воды от плотности нижнего слоя и критической температуры

T_{cr} , К	w_{int} , кг/(м·с)	
	Плотность нижнего слоя 2 кг/м ³	Плотность нижнего слоя 8 кг/м ³
500	0,3965	1,4725
600	0,3225	0,9915
700	0,2485	0,8905
800	0,2665	0,6385
900	0,3125	1,0155
1000	0,3955	1,4595

ГЛАВА 3. Влияние взаимного положения искусственной и естественной преграды на эффективность тушения лесного пожара

Естественная преграда:

источник, увеличивающий влажность лесных горючих материалов (ЛГМ) в прилегающей к нему области

равномерная по
высоте влажность

$$w(x) = w_e + w_{nb} \exp\left(-\left(\frac{x - x_{nb}}{\Delta_{nb}}\right)^2\right)$$

неравномерная по
высоте влажность

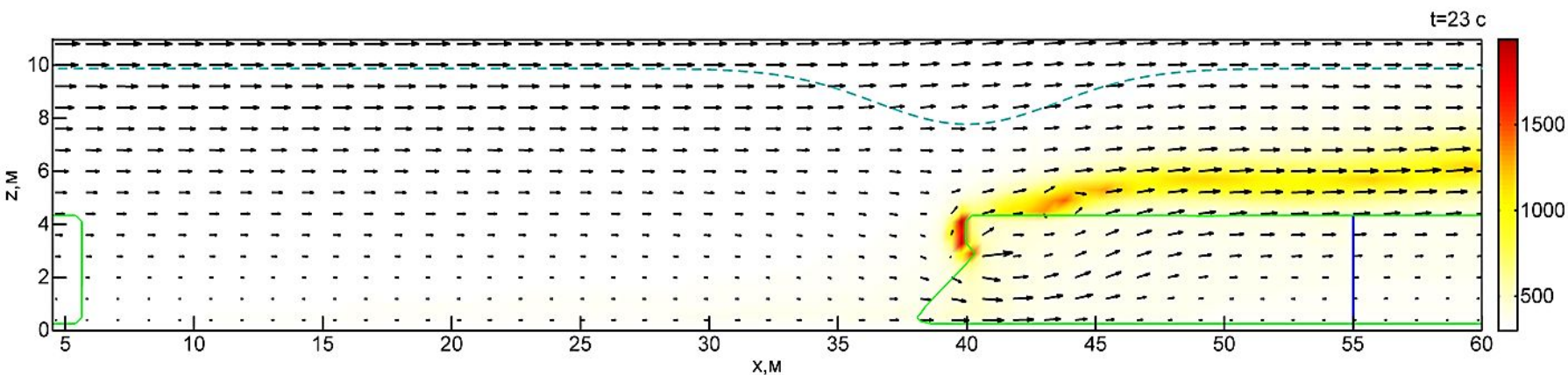
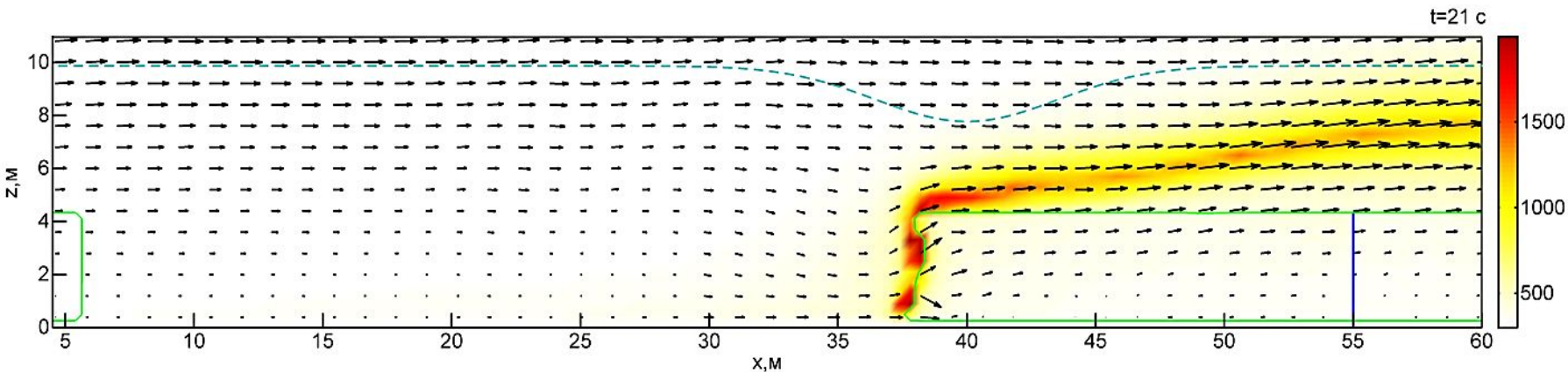
$$w(x, z) = \frac{2(h_f - z)}{h_f} \left(w_e + w_{nb} \exp\left(-\left(\frac{x - x_{nb}}{\Delta_{nb}}\right)^2\right) \right)$$

Искусственная преграда:

конструкция способная подавать воду в непосредственной близости в объеме, необходимом для понижения температуры среды до температуры кипения воды.

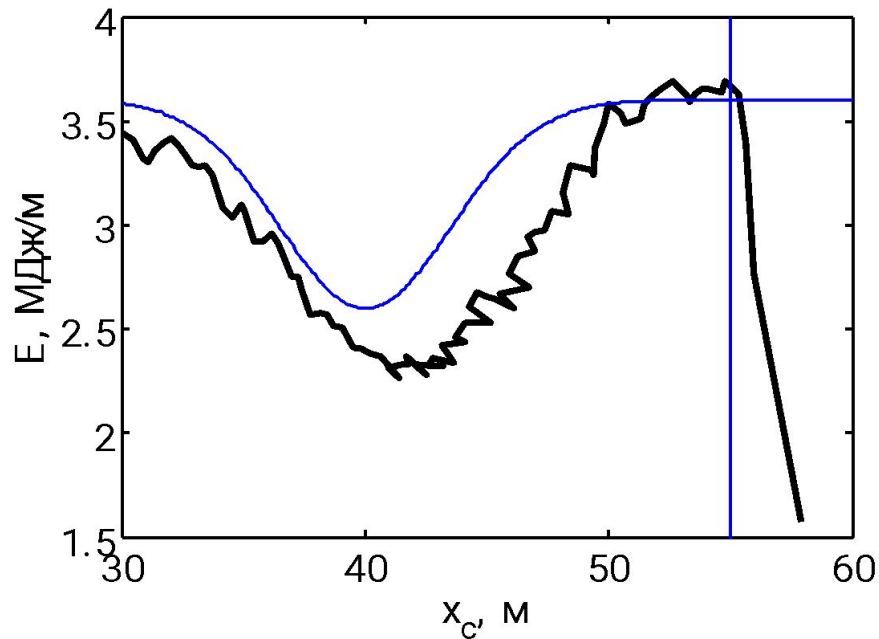
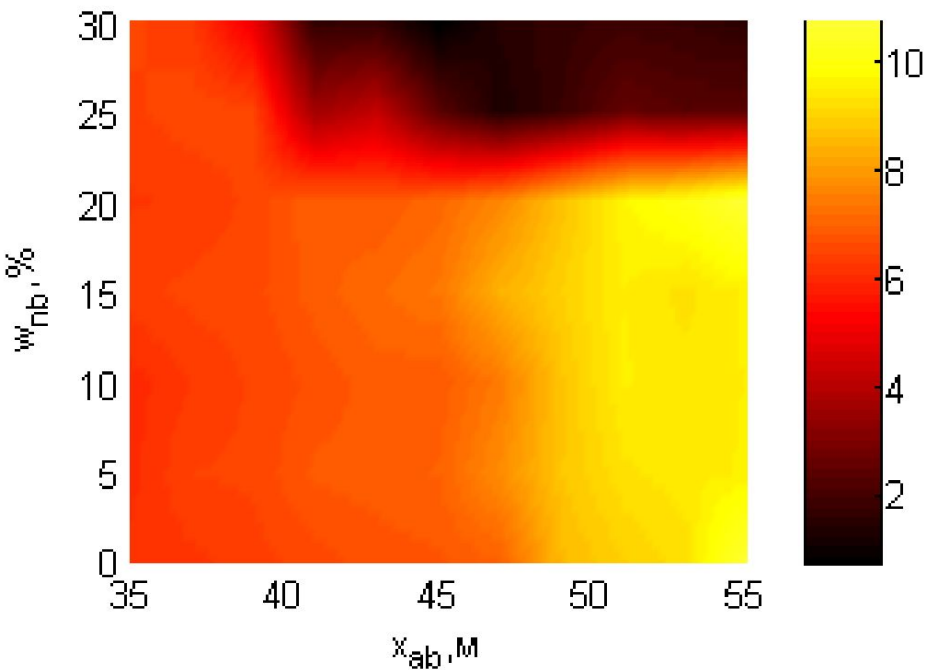
ГЛАВА 3. Влияние взаимного положения искусственной и естественной преграды на эффективность тушения лесного пожара

Равномерное распределение влажности по высоте, $w_{nb}=0,25$



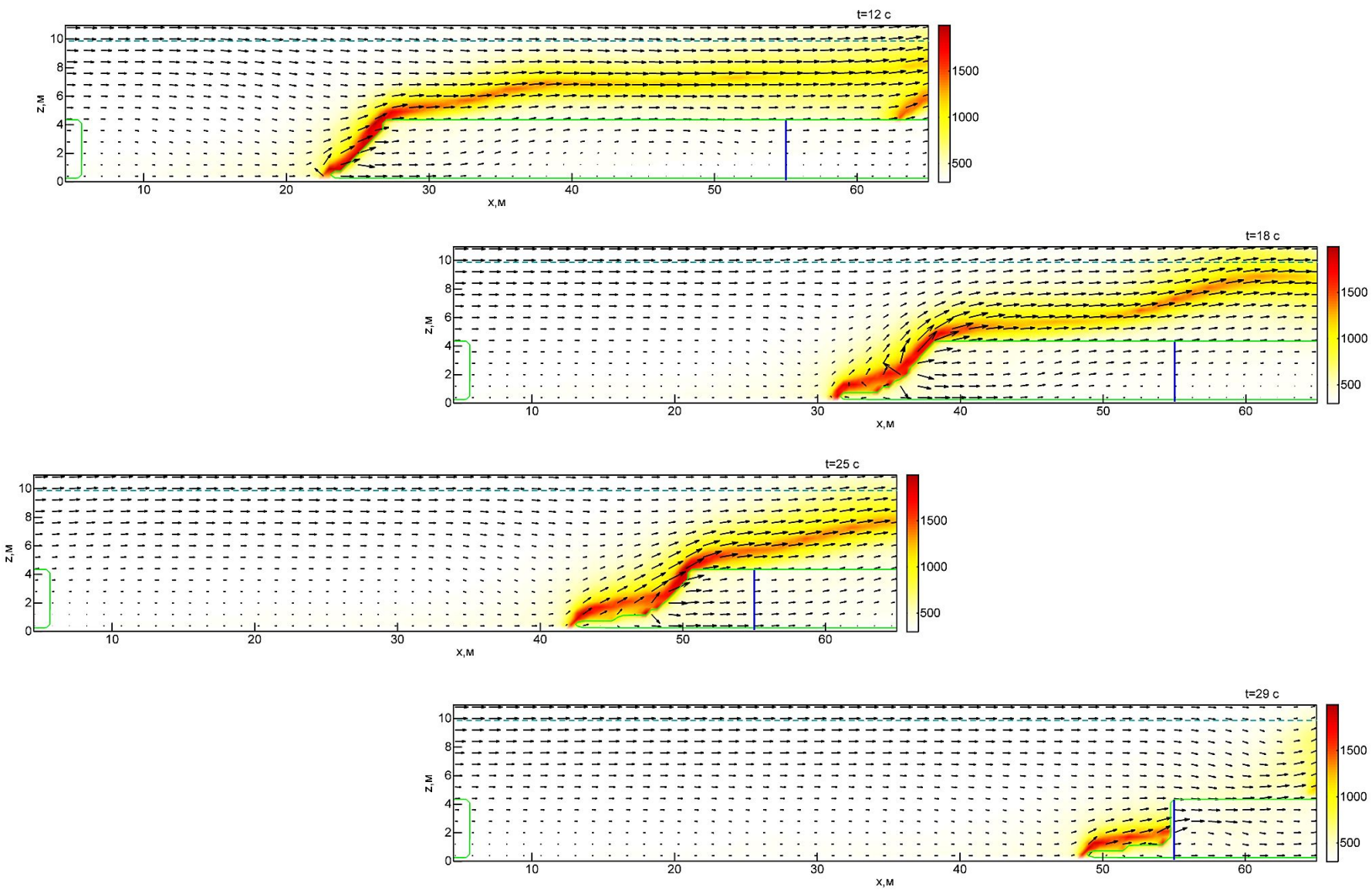
ГЛАВА 3. Влияние взаимного положения искусственной и естественной преграды на эффективность тушения лесного пожара

Равномерное распределение влажности по высоте



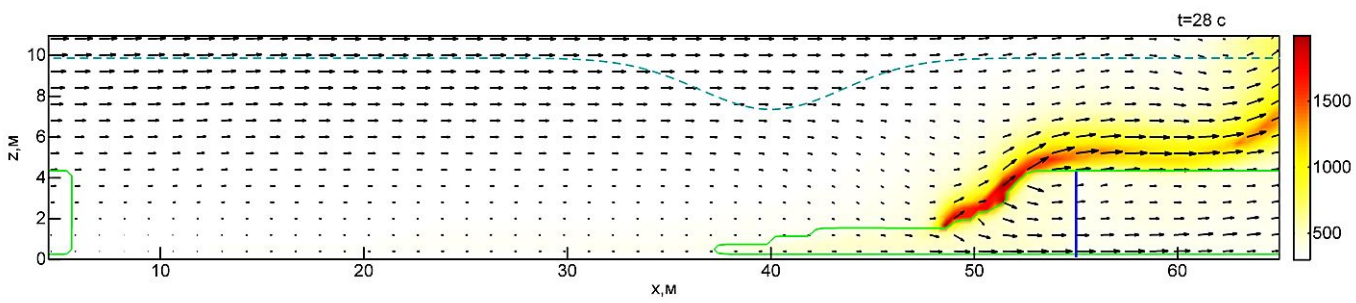
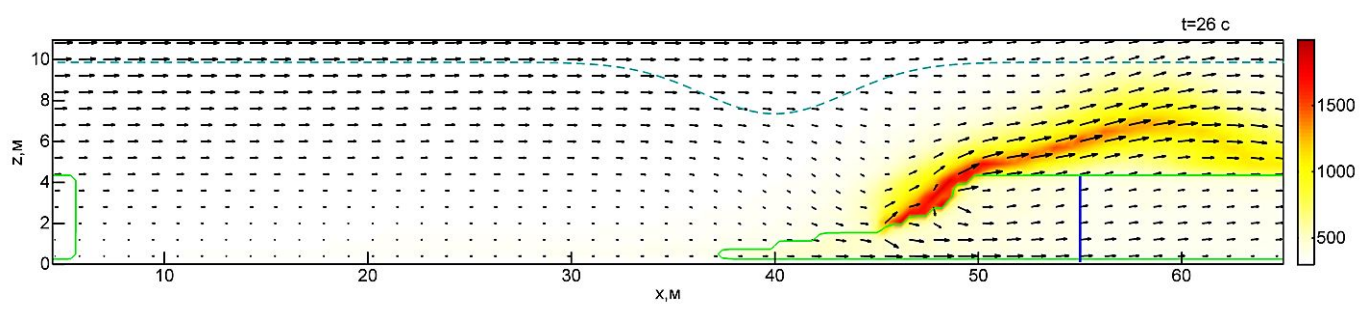
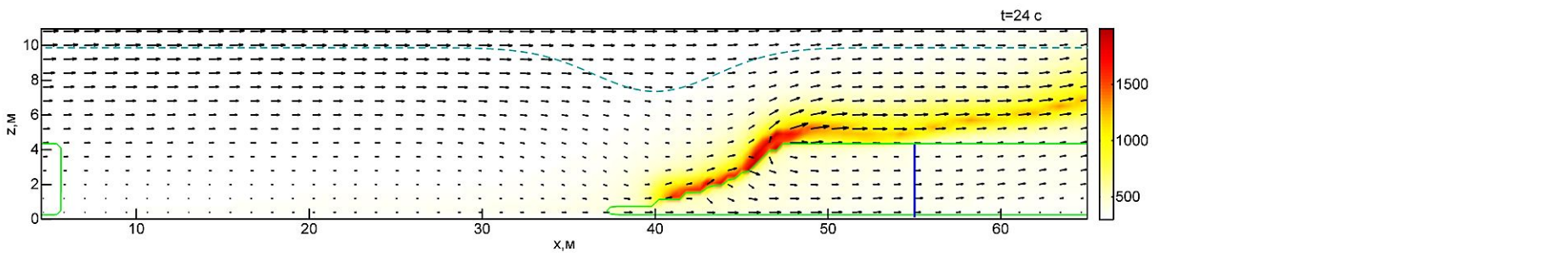
ГЛАВА 3. Влияние взаимного положения искусственной и естественной преграды на эффективность тушения лесного пожара

Неравномерное распределение влажности по высоте, без естественной преграды

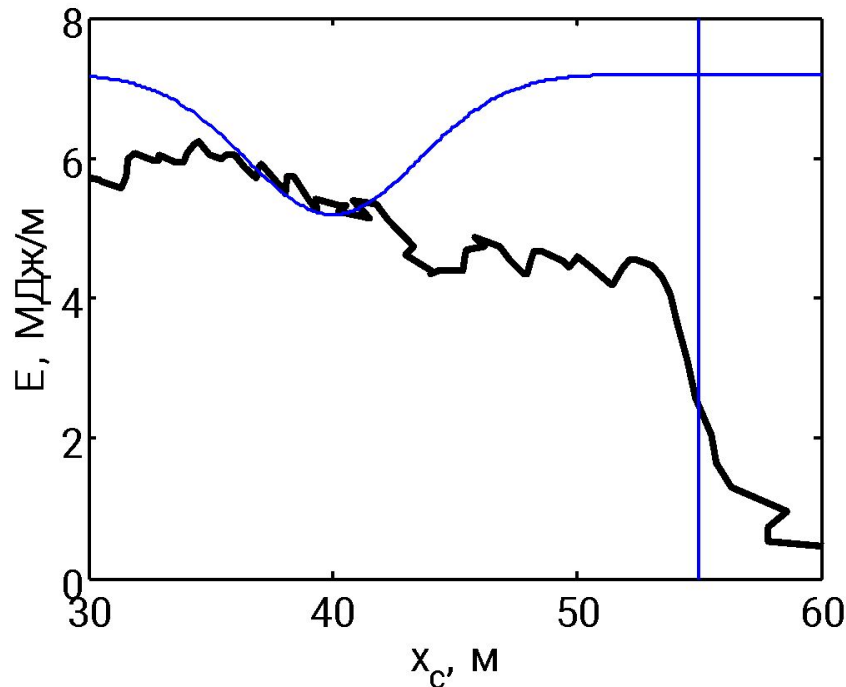
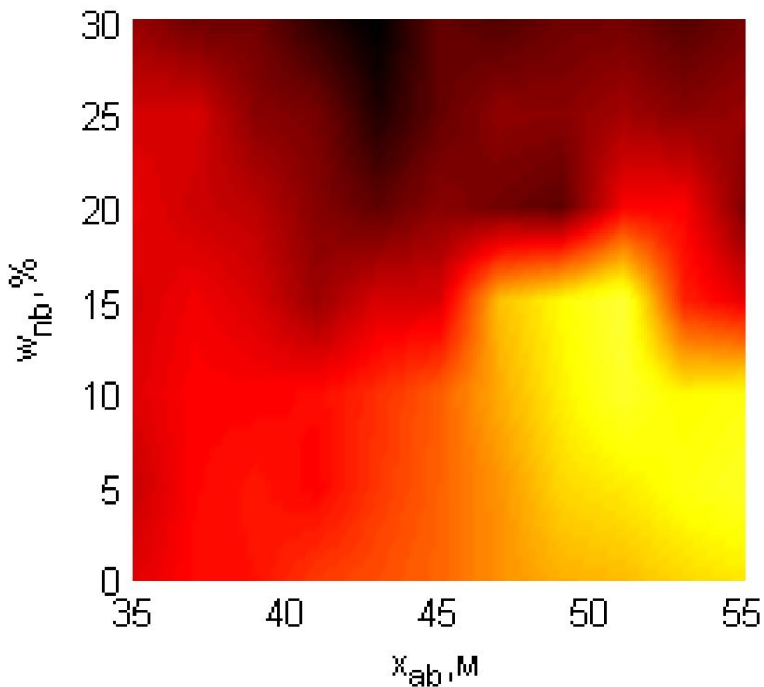


ГЛАВА 3. Влияние взаимного положения искусственной и естественной преграды на эффективность тушения лесного пожара

Неравномерное распределение влажности по высоте, $w_{nb}=0,3$



ГЛАВА 3. Влияние взаимного положения искусственной и естественной преграды на эффективность тушения лесного пожара



Неравномерное распределение влажности по высоте

ГЛАВА 4. Численное и аналитическое моделирование распространения стационарной волны горения в слое лесных горючих материалов

$$\frac{\partial T}{\partial t} = -k(T - T_a) + K\Delta T - Q \frac{\partial \rho_v}{\partial t} \quad (4.1)$$

- T , К – температура в слое горючих материалов
- k , 1/сек – коэффициент теплоотдачи слоя горючего
- T_a , К – температура окружающей среды
- Δ - оператор Лапласа
- K , м²/сек – коэффициент теплопроводности внутри слоя горючих материалов
- Q , К – тепловой эффект горения горючих материалов, отнесенный к их удельной теплоемкости
- p_v - доля непрореагировавших горючих материалов
- t , сек – время

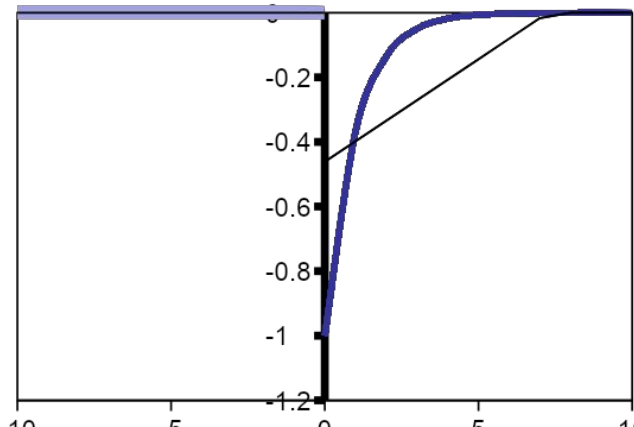
ГЛАВА 4. Численное и аналитическое моделирование распространения стационарной волны горения в слое лесных горючих материалов

Предполагается, что процесс распространяется с постоянной скоростью c и вводится переменная:

$$\tau = t - \frac{x}{c} \quad (4.2)$$

$$\begin{cases} \frac{K}{c^2} \theta'' - \theta' - k\theta = Q\rho_v' \\ \theta(-\infty) = \theta(+\infty) = 0 \end{cases} \quad \rho_v = \begin{cases} 1, \tau \leq 0 \\ e^{-\alpha\tau}, \tau > 0 \end{cases} \quad (4.3)$$

Штрих соответствует производной по автомодельной переменной 4.2



ГЛАВА 4. Численное и аналитическое моделирование распространения стационарной волны горения в слое лесных горючих материалов

$$\theta = \theta_{th} \bar{\theta} \quad \tau = \tau_* \bar{\tau} \quad Q = \theta_{th} \bar{Q} \quad (4.4)$$

$$\frac{K\theta_{th}}{c^2\tau_*^2} \bar{\theta}'' - \frac{u_{th}}{\tau_*} \bar{\theta}' - k\theta_{th} \bar{\theta} = \frac{\theta_{th}\bar{Q}}{\tau_*} \rho_v', \quad \rho_v = \begin{cases} 1, \bar{\tau} \leq 0 \\ e^{-\alpha\tau_*\bar{\tau}}, \bar{\tau} > 0 \end{cases} \quad (4.5)$$

$$c_{K\alpha} = c/\sqrt{K\alpha} \quad k_\alpha = k/\alpha \quad (4.6)$$

$$\frac{1}{c_{K\alpha}^2} \theta'' - \theta' - k_\alpha \theta = Q\rho_v', \quad \rho_v = \begin{cases} 1, \tau \leq 0 \\ e^{-\tau}, \tau > 0 \end{cases} \quad (4.7)$$

$$\theta = C_1 e^{\lambda_1 \tau} + C_2 e^{\lambda_2 \tau} + A_0 e^{-\tau} \quad (4.8)$$

ГЛАВА 4. Численное и аналитическое моделирование распространения стационарной волны горения в слое лесных горючих материалов

$$\theta = \begin{cases} -\frac{A(1+\lambda_1)}{\lambda_1-\lambda_2} e^{\lambda_2\tau}, & \tau \leq 0 \\ -\frac{A(1+\lambda_2)}{\lambda_1-\lambda_2} e^{\lambda_1\tau} - Ae^{-\tau}, & \tau > 0 \end{cases} \quad (4.9)$$

$$\lambda_{1,2} = \frac{c_{K\alpha}^2 \left(1 \mp \sqrt{1 + 4 \frac{k_\alpha}{c_{K\alpha}^2}} \right)}{2} \quad (4.10)$$

$$A = \frac{c_{K\alpha}^2 Q}{1 + c_{K\alpha}^2 (1 - k_\alpha)} \quad (4.11)$$

ГЛАВА 4. Численное и аналитическое моделирование распространения стационарной волны горения в слое лесных горючих материалов

Введем функцию, зависящую от параметра $c_{K\alpha}$, заданную следующим образом:

$$\theta_0(c_{K\alpha}) = \theta(0) \quad (4.12)$$

Процесс распространения волны горения возможен только в случае выполнения условия:

$$\theta_0(c_{K\alpha}) = 1 \quad (4.13)$$

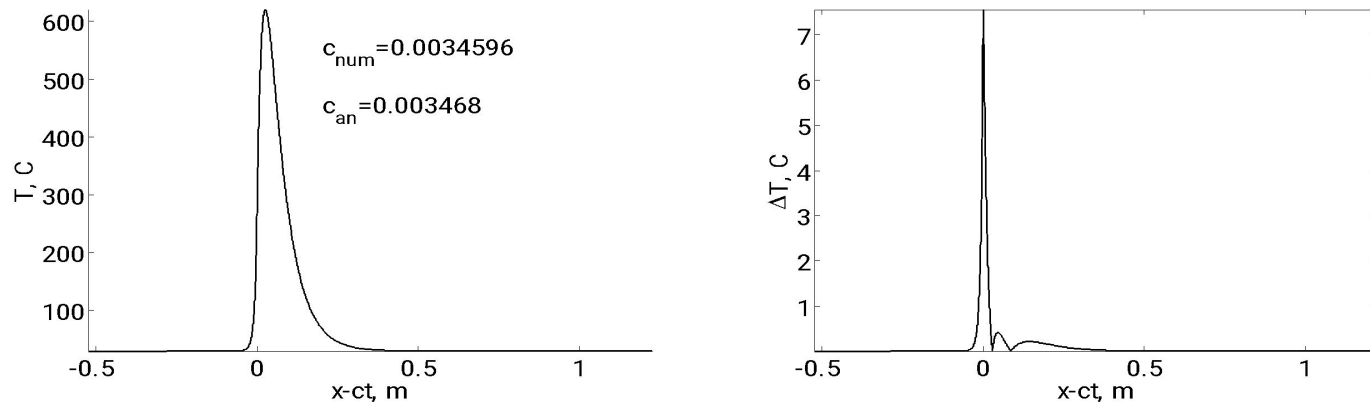
$$\frac{Q\left(-c_{K\alpha}^2 \sqrt{\frac{4k_\alpha + c_{K\alpha}^2}{c_{K\alpha}^2}} + 2 + c_{K\alpha}^2\right)}{2\left(1 + c_{K\alpha}^2(1 - k_\alpha)\right) \sqrt{\frac{4k_\alpha + c_{K\alpha}^2}{c_{K\alpha}^2}}} = 1 \quad (4.14)$$

ГЛАВА 4. Численное и аналитическое моделирование распространения стационарной волны горения в слое лесных горючих материалов

Скорость распространения волны горения будет иметь следующий вид:

$$c_{K\alpha} = \begin{cases} \sqrt{\frac{Q_1^2 - 4k_\alpha - 1 + \sqrt{((Q_1 - 1)^2 - 8k_\alpha)(Q_1 + 1)^2}}{2(Q_1 + k_\alpha + 1)}}, & Q_1 \geq \sqrt{8k_\alpha} + 1 \\ 0, & Q_1 < \sqrt{8k_\alpha} + 1 \end{cases} \quad (4.15)$$

$$Q_1 = Q - 2k_\alpha \quad (4.16)$$



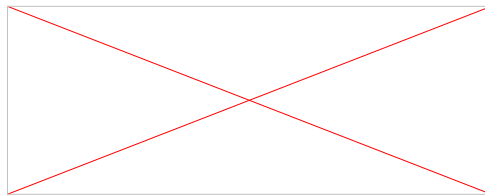
Численное и аналитическое решение задачи о распространении волны горения и структура погрешности численного решения

ГЛАВА 4. Численное и аналитическое моделирование распространения стационарной волны горения в слое лесных горючих материалов

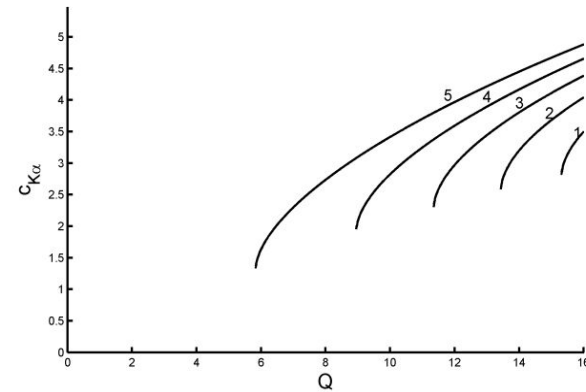
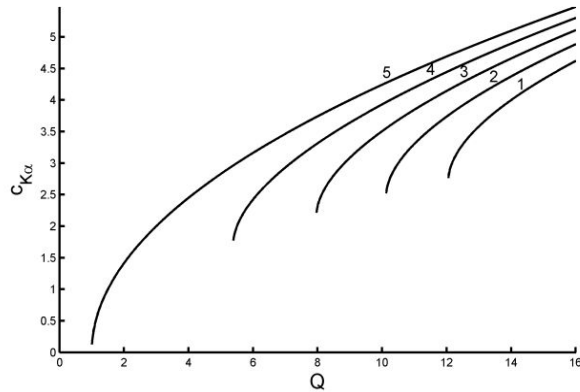
$$\begin{cases} \frac{1}{c_{K\alpha}^2} \theta'' - \theta' - k_\alpha \theta = \left(Q - \frac{F}{c_{K\alpha}} \right) \rho_v' \\ \theta(-\infty) = \theta(+\infty) = 0 \end{cases} \quad \rho_v = \begin{cases} 1, t \leq 0 \\ e^{-t}, t > 0 \end{cases} \quad (4.11)$$

Итерационный процесс для i -й итерации определен соотношением:

$$c_{K\alpha, i-1} = c_{K\alpha} (Q_{F, i-1})$$



ГЛАВА 4. Численное и аналитическое моделирование распространения стационарной волны горения в слое лесных горючих материалов



Зависимость скорости распространения пламени по слою ЛГМ от теплового эффекта реакции горения

Спасибо за внимание

Справка

ГЛАВА 2. ВЛИЯНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК ЛЕСНОЙ РАСТИТЕЛЬНОСТИ И СПОСОБОВ ПОДАЧИ ВОДЫ НА ДИНАМИКУ РАСПРОСТРАНЕНИЯ И ТУШЕНИЯ ПОЖАРА

Уравнение неразрывности газовой фазы

$$\frac{\partial \rho_5}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_5 U)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_5 W)}{\partial z} = Q$$

Уравнения сохранения количества движения

$$\frac{\partial(\rho_5 U)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_5 U^2)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_5 UW)}{\partial z} = -\frac{\partial P}{\partial x} - \rho_5 Sc_d U \sqrt{U^2 + W^2} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_t \frac{\partial U}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu_t \frac{\partial U}{\partial z} \right),$$

$$\frac{\partial(\rho_5 W)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_5 UW)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_5 W^2)}{\partial z} = -\frac{\partial P}{\partial z} - \rho_5 Sc_d W \sqrt{U^2 + W^2} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_t \frac{\partial W}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu_t \frac{\partial W}{\partial z} \right) - \rho_5 g,$$

Уравнение сохранения концентраций компонентов газовой фазы

$$\frac{\partial(\rho_5 C_\alpha)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_5 C_\alpha U)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_5 C_\alpha W)}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho_5 D_t \frac{\partial C_\alpha}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho_5 D_t \frac{\partial C_\alpha}{\partial z} \right) + R_{5\alpha}, \quad \alpha = \overline{1,2},$$

Уравнение сохранения энергии

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \left(\left(\sum_{i=1}^4 \rho_i \varphi_i c_{pi} + \rho_5 c_{p5} \right) T \right)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_5 c_{p5} UT)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_5 c_{p5} WT)}{\partial z} = \\ & = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_t \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda_t \frac{\partial T}{\partial z} \right) + q_1 R_1 - q_2 R_2 + q_3 R_3 - q_4 R_4 + q_5 R_5 + \\ & + k_s (c U_R - 4\sigma T^4) + f(x, z, t) T_e c_{p4}, \end{aligned}$$

Математическая модель лесного пожара

Уравнение сохранения концентраций компонентов газовой фазы

$$\frac{\partial(\rho_5 C_\alpha)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_5 C_\alpha U)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_5 C_\alpha W)}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho_5 D_t \frac{\partial C_\alpha}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho_5 D_t \frac{\partial C_\alpha}{\partial z} \right) + R_{5\alpha}, \quad \alpha = \overline{1,2},$$

массовые скорости образования компонентов газовой фазы

$$R_{51} = -R_3 - \frac{R_5 M_1}{2M_2}, \quad R_{52} = (1 - \alpha_c) \nu_\Gamma R_1 - R_5$$

массовые скорости реакций горения летучих продуктов пиролиза

$$R_5 = \begin{cases} k_5 M_2 T^{-2.25} \exp\left(-\frac{E_5}{RT}\right) x_1^{0.25} x_2, & x_1 \geq 0.05 \\ k_5 M_2 T^{-2.25} \exp\left(-\frac{E_5}{RT}\right) x_1 x_2, & x_1 < 0.05 \end{cases},$$

$$x_i = \frac{C_i}{\sum_{k=1}^3 \frac{C_k}{M_k} M_i}, \quad Q = (1 - \alpha_c) R_1 + R_2 + R_4 + \frac{M_c}{M_1} R_3$$

Математическая модель лесного пожара

уравнение сохранения объемных долей компонентов твердой фазы

$$\rho_1 \frac{\partial \varphi_1}{\partial t} = -R_1, \quad \rho_2 \frac{\partial \varphi_2}{\partial t} = -R_2, \quad \rho_3 \frac{\partial \varphi_3}{\partial t} = \alpha_c R_1 - \frac{M_c}{M_1} R_3$$

массовая скорость реакции пиролиза сухого органического вещества ЛГМ

$$R_1 = k_1 \rho_1 \varphi_1 \exp\left(-\frac{E_1}{RT}\right)$$

массовая скорость реакции испарения влаги

$$R_2 = k_2 \rho_2 \varphi_2 T^{-0.5} \exp\left(-\frac{E_2}{RT}\right)$$

массовая скорость реакции горения конденсированных продуктов пиролиза

$$R_3 = k_3 S_\sigma \rho_5 \varphi_3 C_1 \exp\left(-\frac{E_3}{RT}\right)$$

Уравнение состояния газовой фазы

$$P = \frac{\rho_5 RT}{M}$$

Алгебраические соотношения

$$\frac{1}{M} = \sum_{\alpha=1}^3 \frac{C_\alpha}{M_\alpha}, \quad \sum_{\alpha=1}^3 C_\alpha = 1, \quad \sum_{i=1}^4 \varphi_i = 1, \quad \varphi_4 = 0$$

$$R_4 = \begin{cases} \frac{1}{q_4} T'' \left(\sum_{i=1}^4 \rho_i \varphi_i c_{pi} + \rho_5 c_{p5} \right), \text{ при } \varphi_4 > 0 \text{ и } T = T_b \\ f(x, z, t), \text{ при } \varphi_4 = 0 \text{ и } T > T_b \\ 0, \text{ при } \varphi_4 = 0 \text{ или } T < T_b \end{cases}$$

Граничные и начальные условия

$$z = h_{\max} : T = T_e, U = U_e, W = \frac{P - P_e}{P} \sqrt{\frac{RT}{M}}, C_\alpha = C_{\alpha e}, \alpha = \overline{1,2}, U_R = U_{Re},$$

$$x = 0 : T = T_e, U = \frac{z}{h_{\max}} U_e - \frac{P - P_e}{P} \sqrt{\frac{RT}{M}}, W = 0, C_\alpha = C_{\alpha e}, \alpha = \overline{1,2}, U_R = U_{Re},$$

$$x = x_{\max} : T = T_e, U = \frac{z}{h_{\max}} U_e + \frac{P - P_e}{P} \sqrt{\frac{RT}{M}},$$

$$W = 0, C_\alpha = C_{\alpha e}, \alpha = \overline{1,2}, U_R = U_{Re},$$

$$G : D_t = 0, \mu_t = 0, \lambda_t = 0, U = 0, W = 0, \frac{\partial U_R}{\partial \bar{n}} = 0,$$

где G – твёрдая граница, \bar{n} – вектор нормали к границе.

$$T_e = 300K, c_{1e} = 0,23, c_{2e} = 1 * 10^{-4}, c_{3e} = 1 - c_{1e} - c_{2e},$$

$$\varphi_{1e} = 6 * 10^{-3}, \varphi_{2e} = 2 * 10^{-4}, \varphi_{3e} = 2 * 10^{-7}, \varphi_{4e} = 0, P_e = 1,01 * 10^5 \text{ Па},$$

$$\rho_1 = 360 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}, \rho_2 = 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}, \rho_3 = 200 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}, \rho_4 = 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$