

СИММЕТРИЯ МНОГОГРАННИКОВ

1

Оглавление:

2

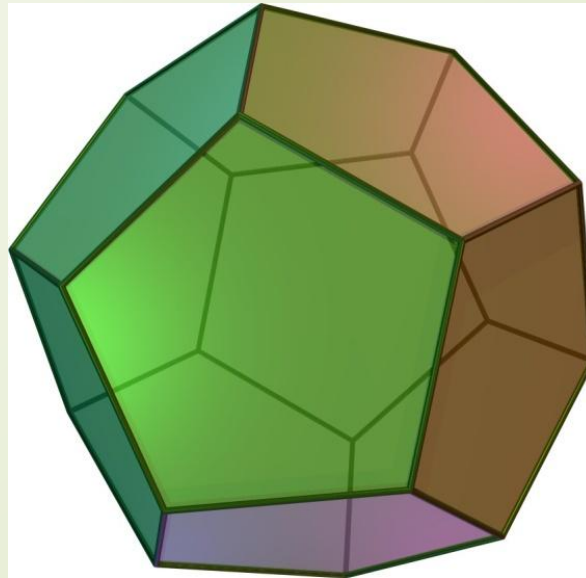
- 1) Общие сведения
- 2) Симметрия куба
- 3) Симметрия прямоугольного параллелепипеда
 - 4) Симметрия параллелепипеда
 - 5) Симметрия прямой призмы
 - 6) Симметрия правильной призмы
 - 7) Симметрия правильной пирамиды

ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

3

Основной интерес к правильным многогранникам вызывает большое число симметрий, которыми они обладают. Под симметрией (или преобразованием симметрии) многогранника мы понимаем такое его движение в пространстве (например, поворот вокруг некоторой прямой, отражение относительно некоторой плоскости и т.д.), которое оставляет неизменными множества вершин, ребер и граней многогранника.

Додекаэдр

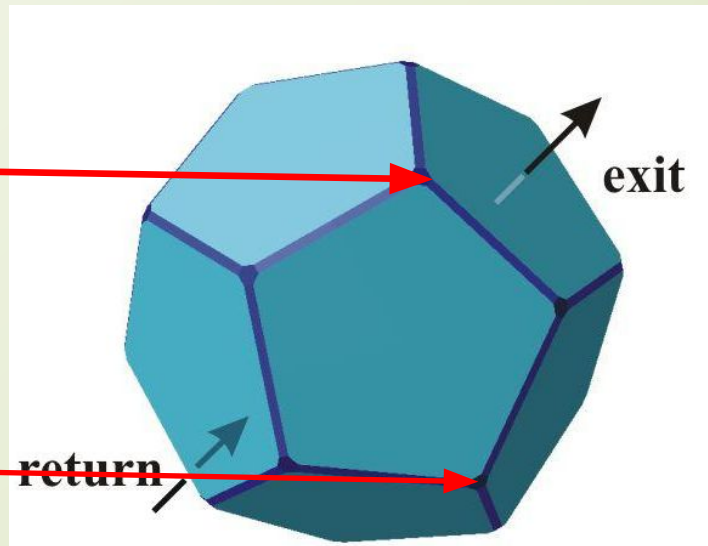
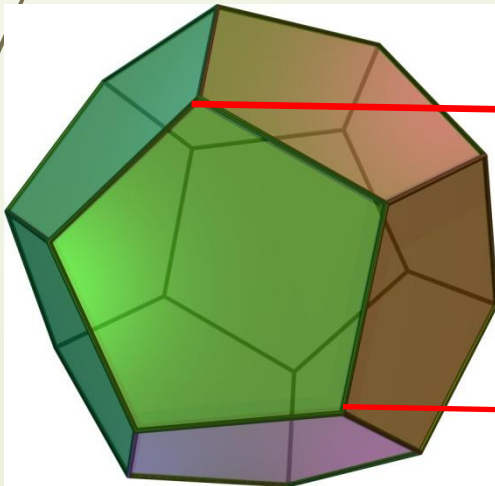


ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

4

Иначе говоря, под преобразованием симметрии вершина, ребро или грань либо сохраняет свое исходное положение, либо переводится в исходное положение другой вершины, другого ребра или другой грани. Существует одна симметрия, которая свойственна всем многогранникам. Речь идет о тождественном преобразовании, оставляющем любую точку в исходном положении.

Додекаэдр (изменил своё положение)



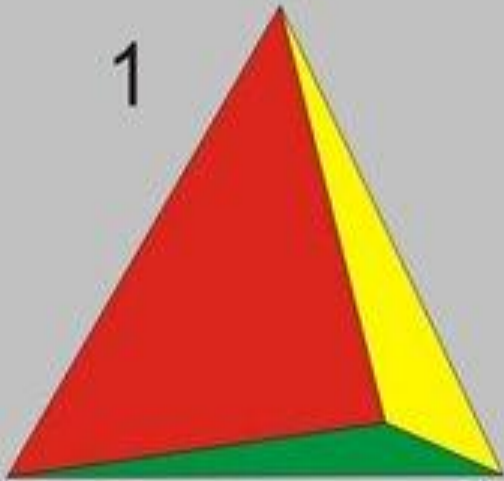
ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

5

ПЛАТОНОВЫ ТЕЛА, или правильные многогранники, имеют в качестве граней правильные многоугольники, причем число граней, примыкающих к каждой вершине, одинаково. Таковы, как показано на рисунке, тетраэдр, куб (или гексаэдр), октаэдр, икосаэдр и додекаэдр. Первое число в скобках указывает, сколько сторон у каждой грани, второе - число граней, примыкающих к каждой вершине.

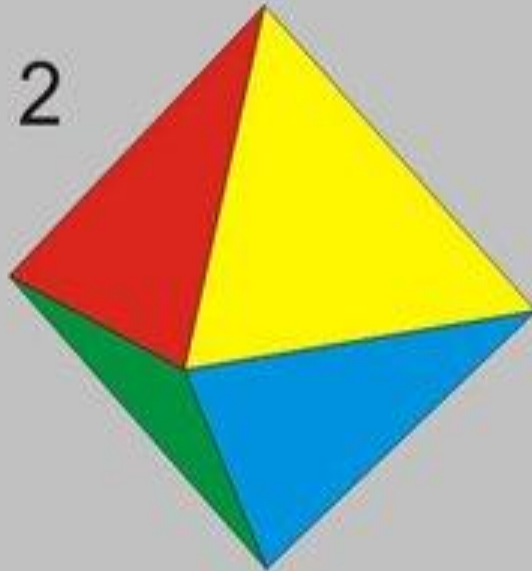
ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

1



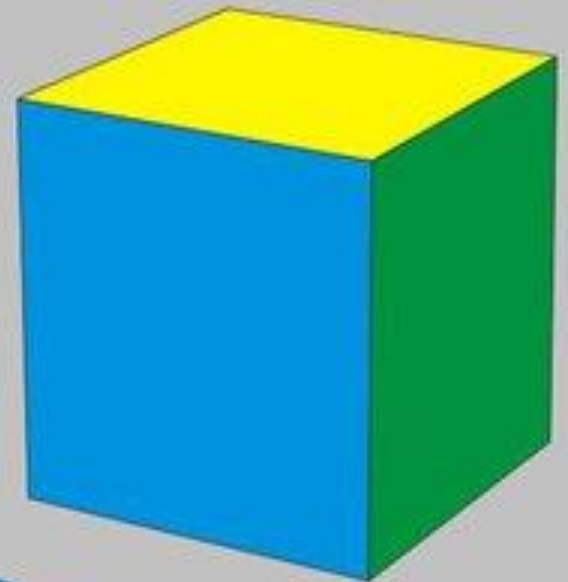
Тетраэдр {3,3}

2



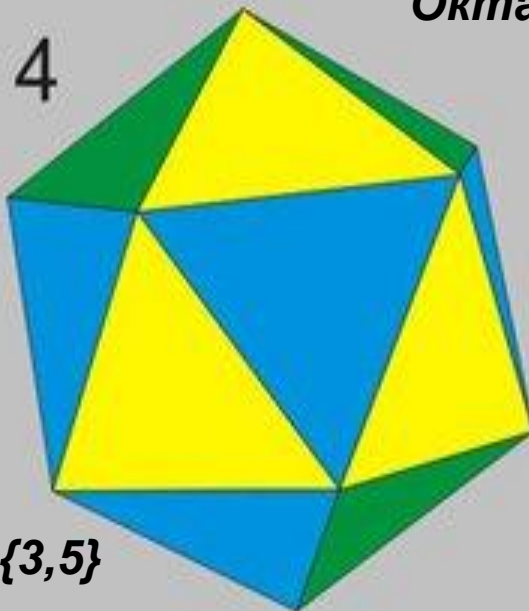
Октаэдр {3,4}

3



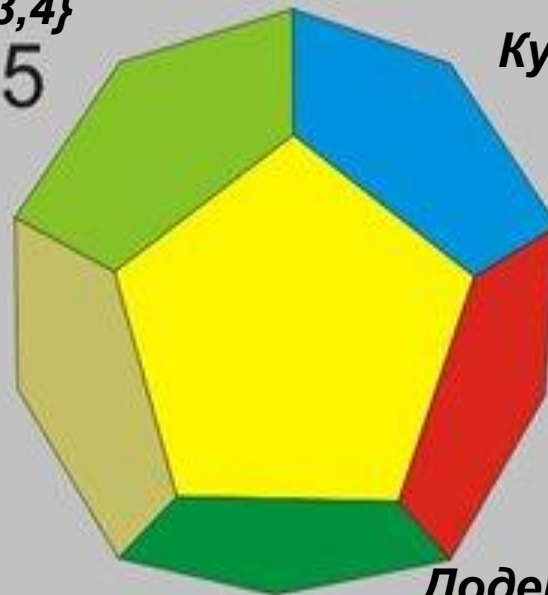
Куб {4,3}

4



Икосаэдр {3,5}

5



Додекаэдр {5,3}

ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

7

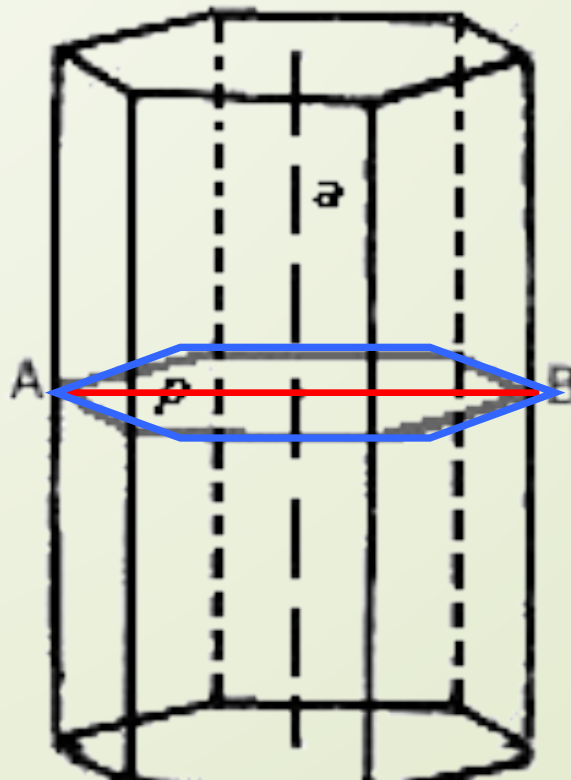
С самым распространенным примером симметрии мы встречаемся в случае прямой правильной n -угольной призмы. Пусть a – прямая, соединяющая центры оснований. Поворот вокруг a на любое целое кратное угла $360/n$ градусов является симметрией. Пусть, далее, p – плоскость, проходящая посередине между основаниями параллельно им.



ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

8

- Отражение относительно плоскости p (движение, переводящее любую точку A в точку B , такую, что p пересекает отрезок AB под прямым углом и делит его пополам) – еще одна симметрия.



ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

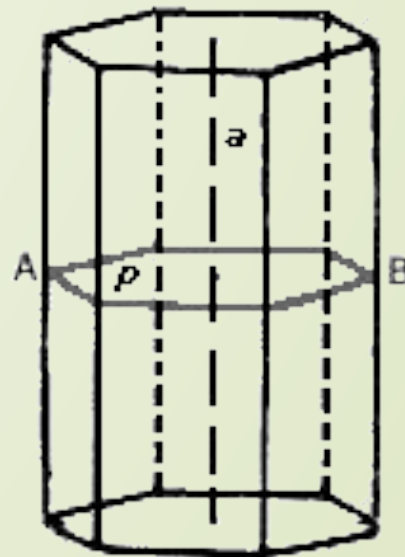
Элементы симметрии правильных многогранников

	тетраэдр	октаэдр	икосаэдр	гексаэдр	додекаэдр
Центры симметрии	-	1	1	1	1
Оси симметрии	3	9	15	9	15
Плоскости симметрии	6	9	15	9	15

ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

10

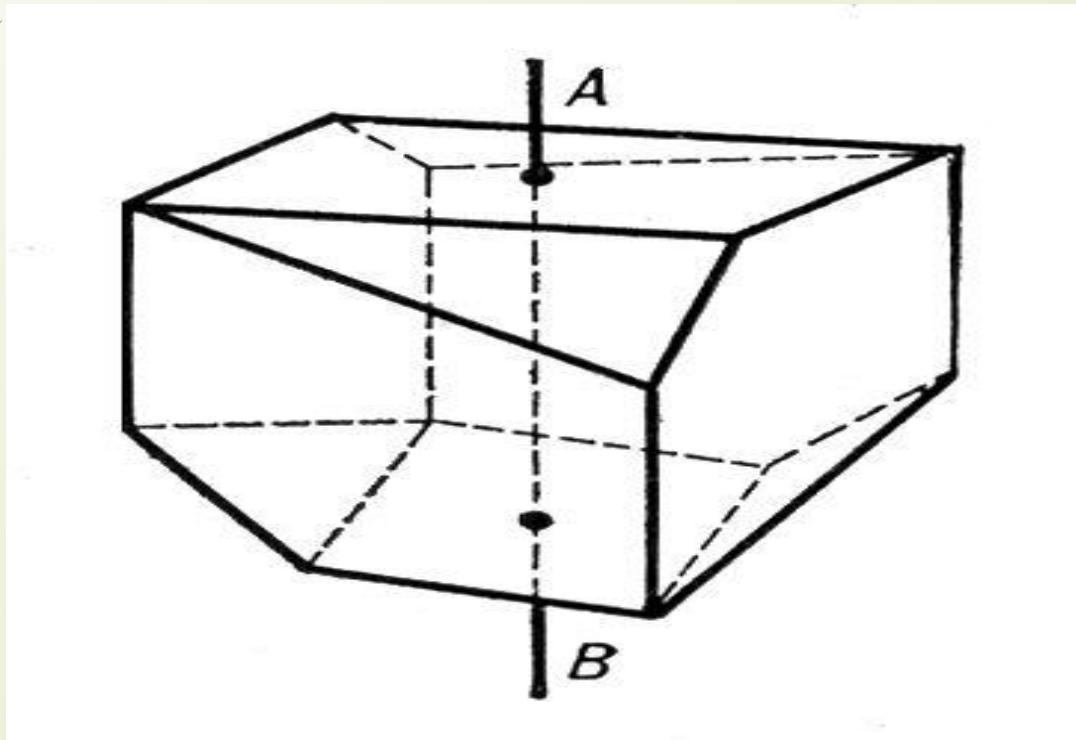
Любую симметрию многогранника можно представить в виде произведения отражений. Под произведением нескольких движений многогранника здесь понимается выполнение отдельных движений в определенном заранее установленном порядке. Например, упоминавшийся выше поворот на угол $360/n$ градусов вокруг прямой a есть произведение отражений относительно любых двух плоскостей, содержащих a и образующих относительно друг друга угол в $180/n$ градусов.



ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

11

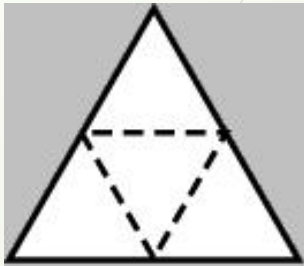
Симметрия, являющаяся произведением четного числа отражений, называется прямой, в противном случае – обратной. Таким образом, любой поворот вокруг прямой – прямая симметрия. Любое отражение есть обратная симметрия.



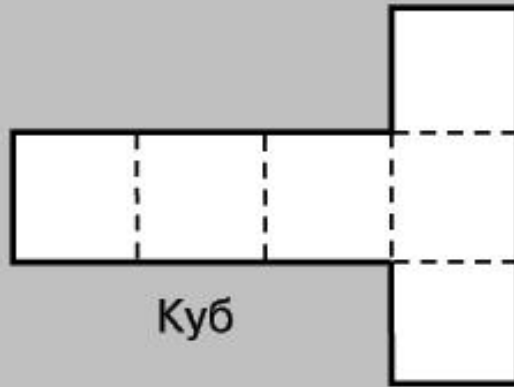
ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

РАЗВЕРТКИ ПЯТИ ПРАВИЛЬНЫХ МНОГОГРАННИКОВ.

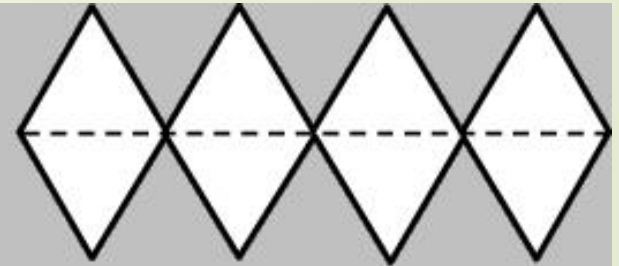
12



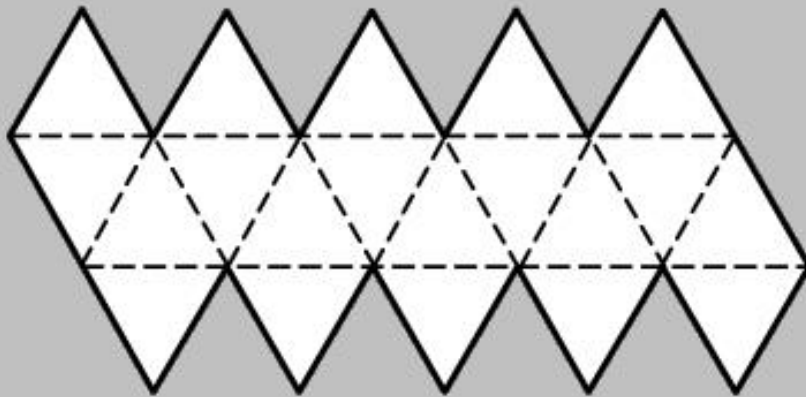
Тетраэдр



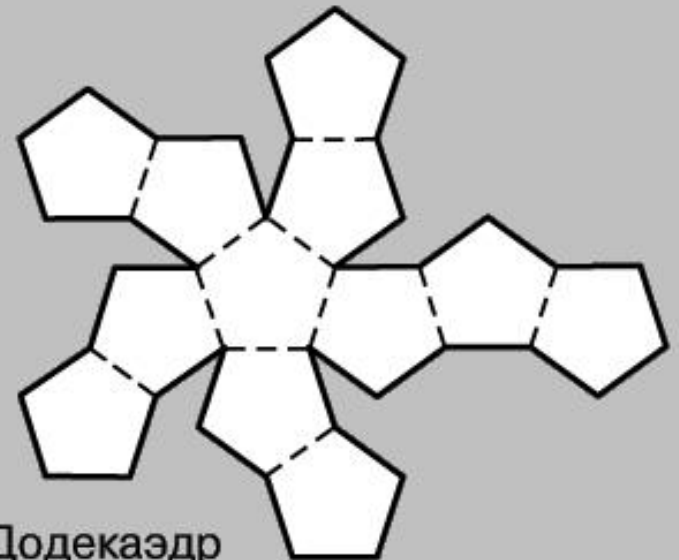
Куб



Октаэдр



Икосаэдр

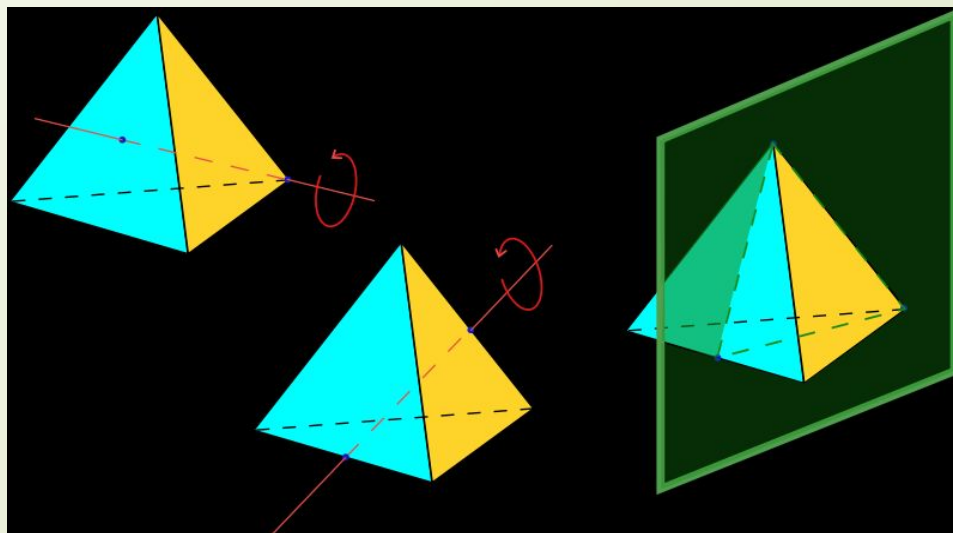


Додекаэдр

ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

13

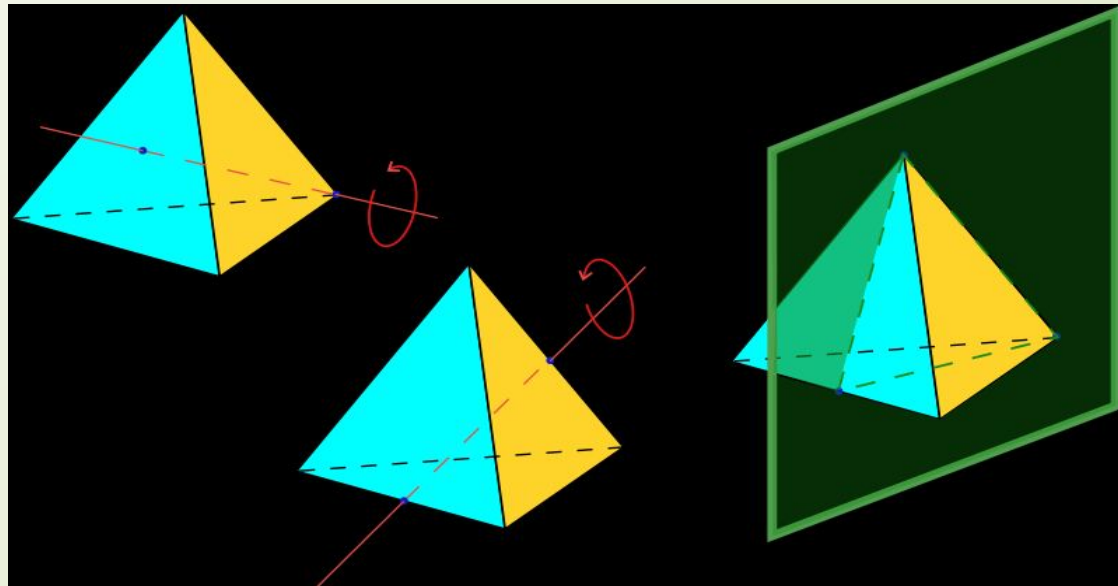
Рассмотрим подробнее симметрии тетраэдра, т.е. правильного многогранника. Любая прямая, проходящая через любую вершину и центр тетраэдра, проходит через центр противоположной грани. Поворот на 120 или 240 градусов вокруг этой прямой принадлежит к числу симметрий тетраэдра. Так как у тетраэдра 4 вершины (и 4 грани), то мы получим всего 8 прямых симметрий. Любая прямая, проходящая через центр и середину ребра тетраэдра проходит через середину противоположного ребра.



ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

14

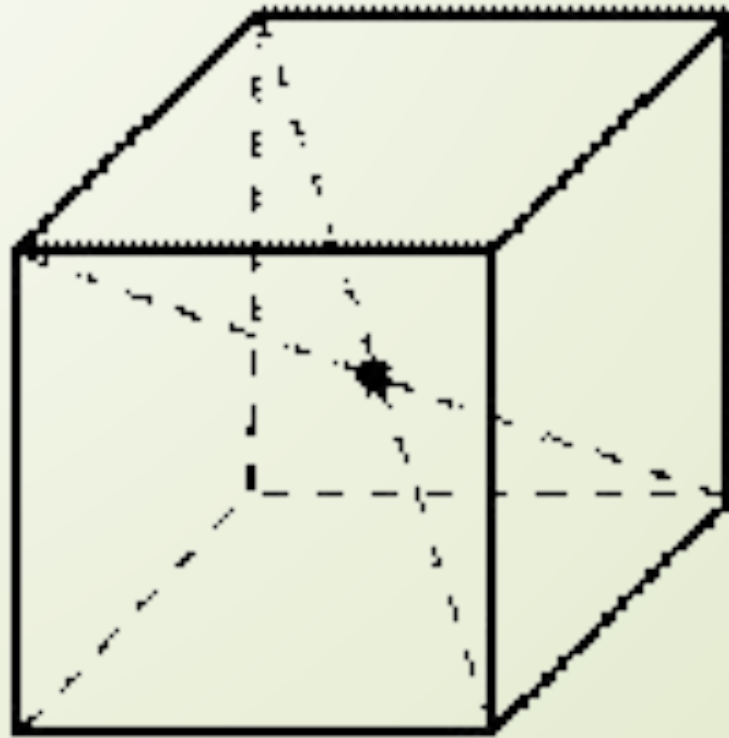
Поворот на 180 градусов (полуоборот) вокруг такой прямой также является симметрией. Так как у тетраэдра 3 пары ребер, мы получаем еще 3 прямые симметрии. Следовательно, общее число прямых симметрий, включая тождественное преобразование, доходит до 12. Можно показать, что других прямых симметрий не существует и что имеется 12 обратных симметрий. Таким образом, тетраэдр допускает всего 24 симметрии.



СИММЕТРИЯ КУБА

15

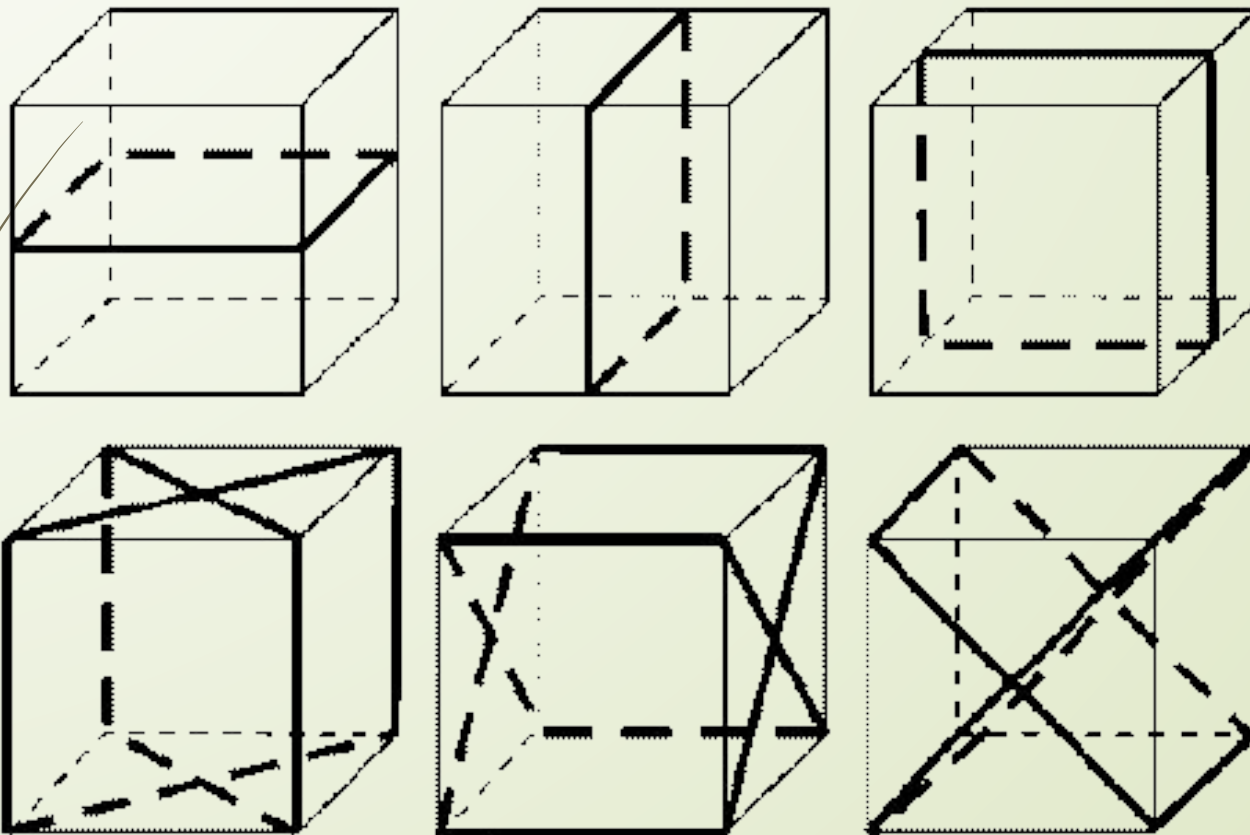
1. Центр симметрии — центр куба (точка пересечения диагоналей куба).



СИММЕТРИЯ КУБА

16

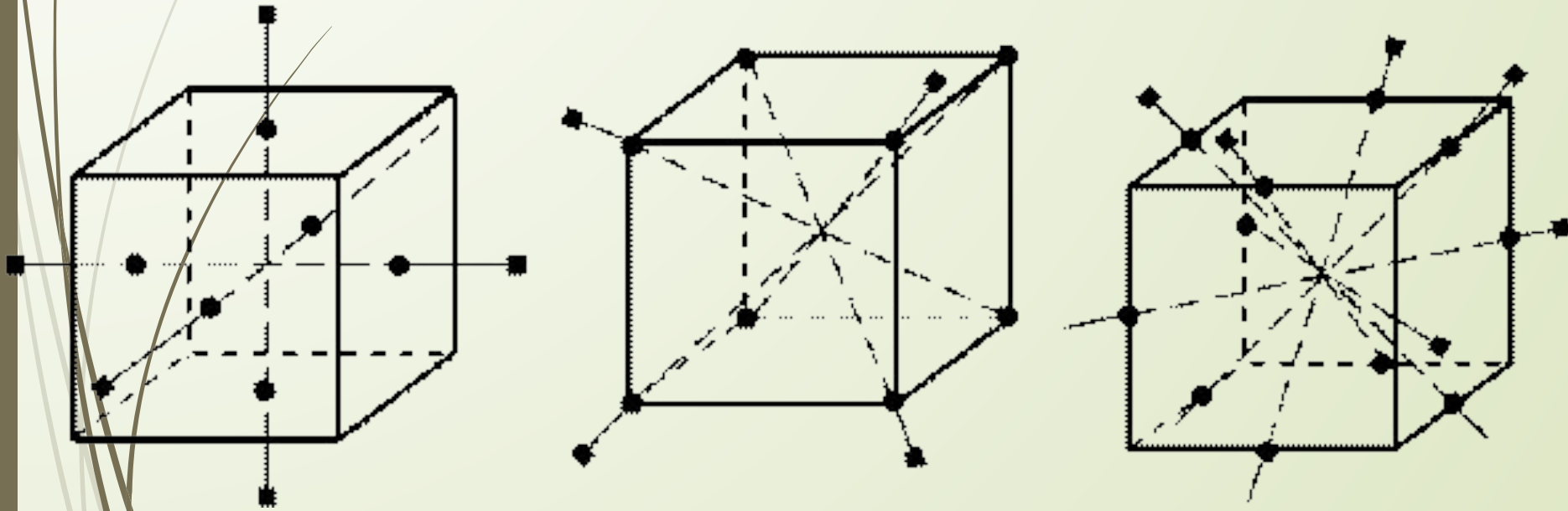
2. Плоскости симметрии: три плоскости симметрии, проходящие через середины параллельных ребер; шесть плоскостей симметрии, проходящие через противоположные ребра.



СИММЕТРИЯ КУБА

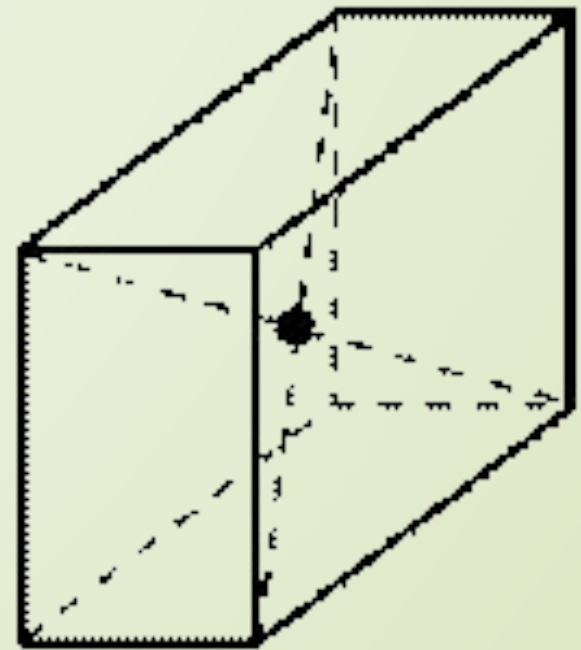
17

3. Оси симметрии: три оси симметрии, проходящие через центры противоположных граней; четыре оси симметрии, проходящие через противоположные вершины; шесть осей симметрии, проходящие через середины противоположных ребер.



СИММЕТРИЯ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ПАРАЛЛЕЛЕПИДЕДА

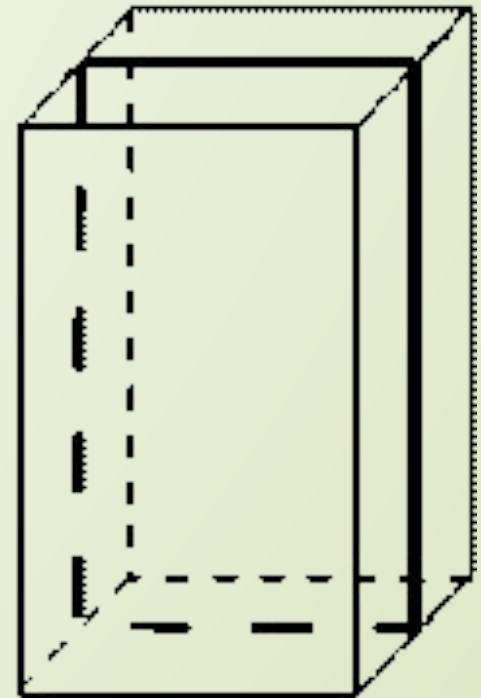
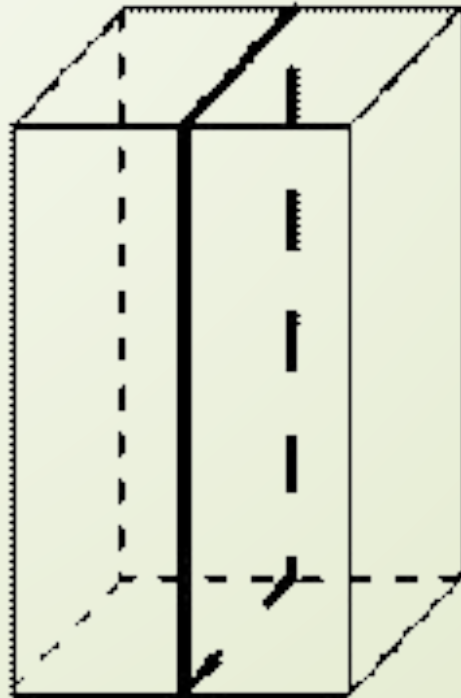
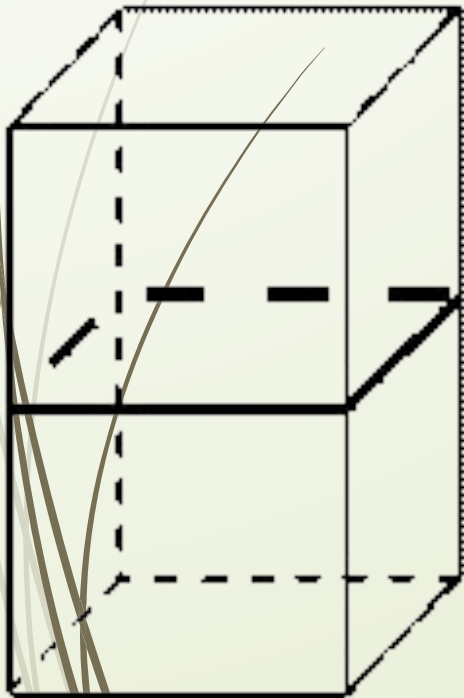
1. Центр симметрии — точка пересечения диагоналей прямоугольного параллелепипеда.



СИММЕТРИЯ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ПАРАЛЛЕЛЕПИДЕДА

19

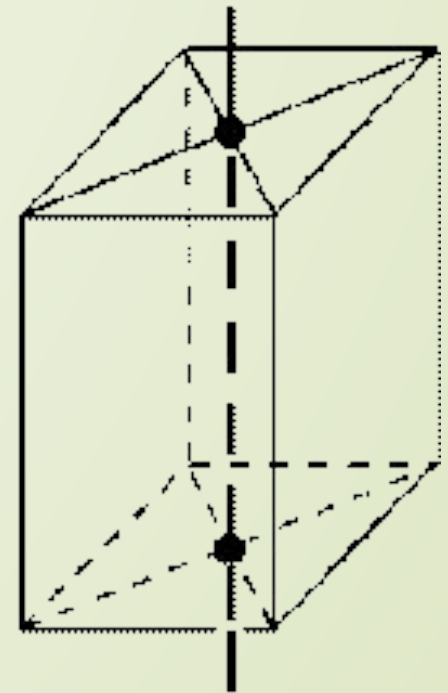
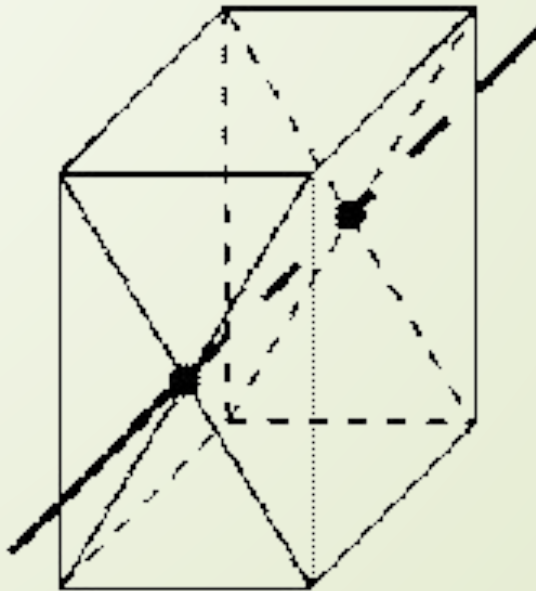
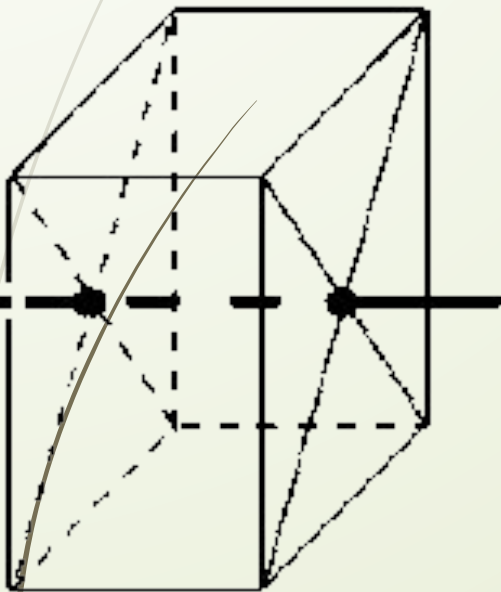
- 2. Плоскости симметрии: три плоскости симметрии, проходящие через середины параллельных ребер.



СИММЕТРИЯ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДА

20

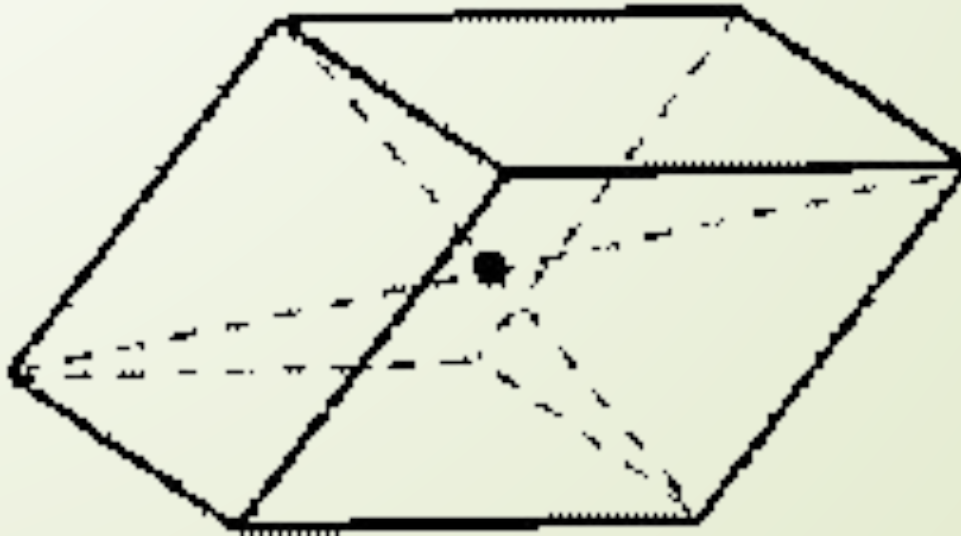
3. Оси симметрии: три оси симметрии, проходящие через точки пересечения диагоналей противоположных граней.



СИММЕТРИЯ ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДА

21

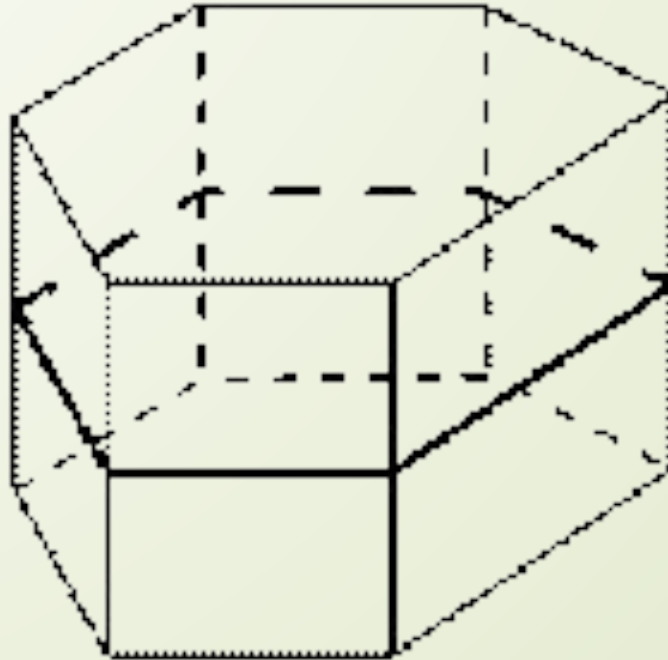
1. Центр симметрии — точка пересечения диагоналей параллелепипеда.



СИММЕТРИЯ ПРЯМОЙ ПРИЗМЫ

22

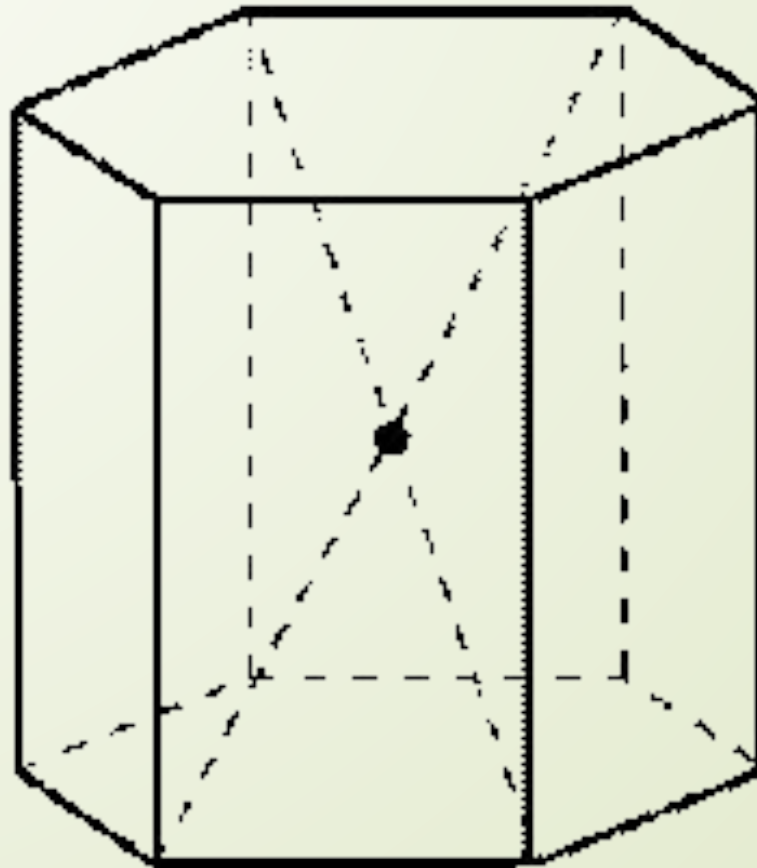
□ 2. Плоскость симметрии, проходящая через середины боковых ребер.



СИММЕТРИЯ ПРАВИЛЬНОЙ ПРИЗМЫ

23

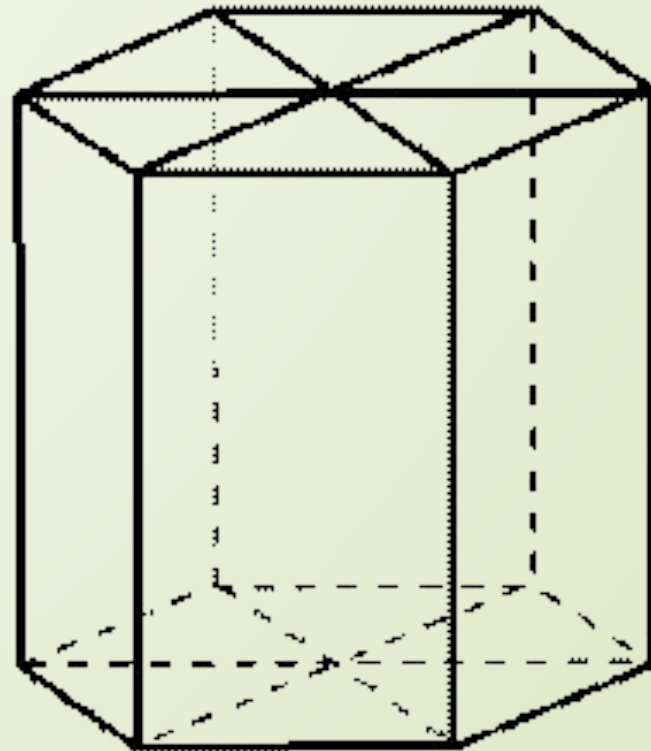
1. Центр симметрии при четном числе сторон основания — точка пересечения диагоналей правильной призмы.



СИММЕТРИЯ ПРАВИЛЬНОЙ ПРИЗМЫ

24

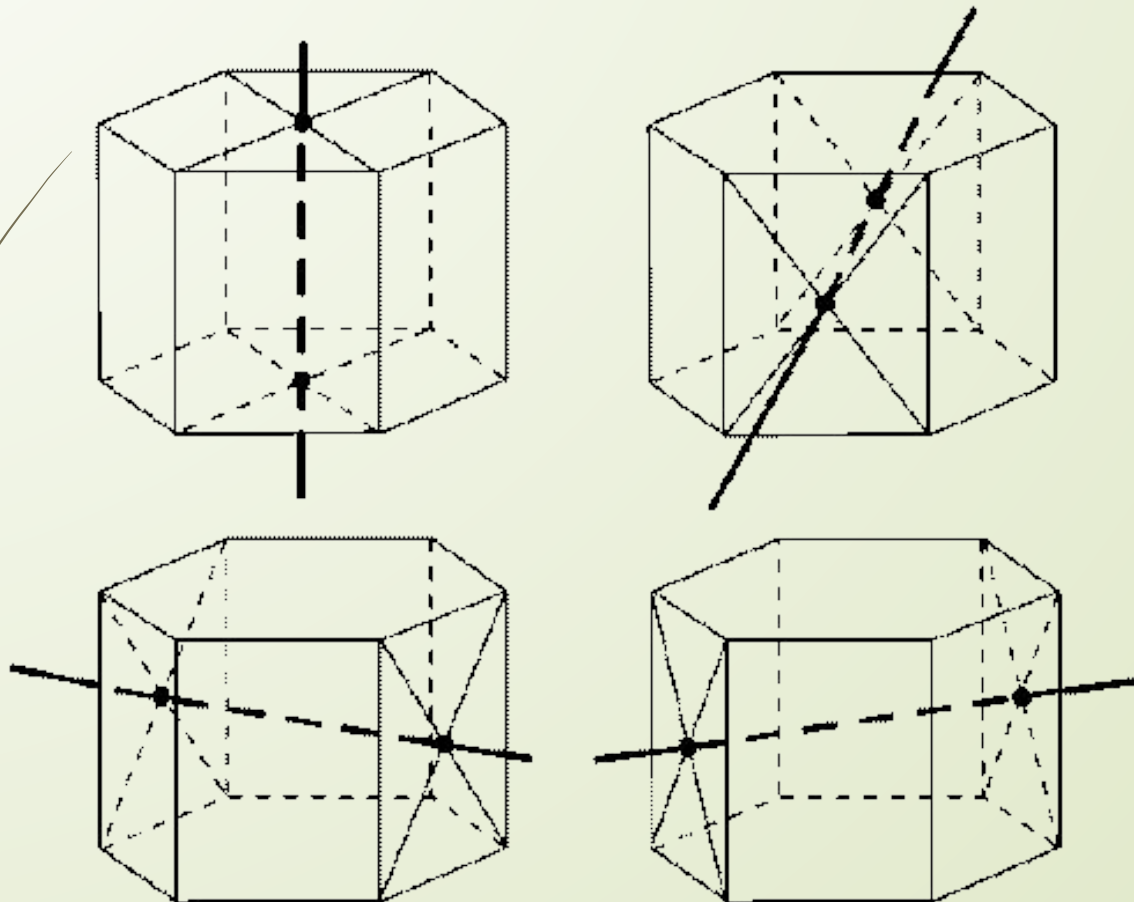
2. Плоскости симметрии: плоскость, проходящая через середины боковых ребер; при четном числе сторон основания — плоскости, проходящие через противоположные ребра.



СИММЕТРИЯ ПРАВИЛЬНОЙ ПРИЗМЫ

25

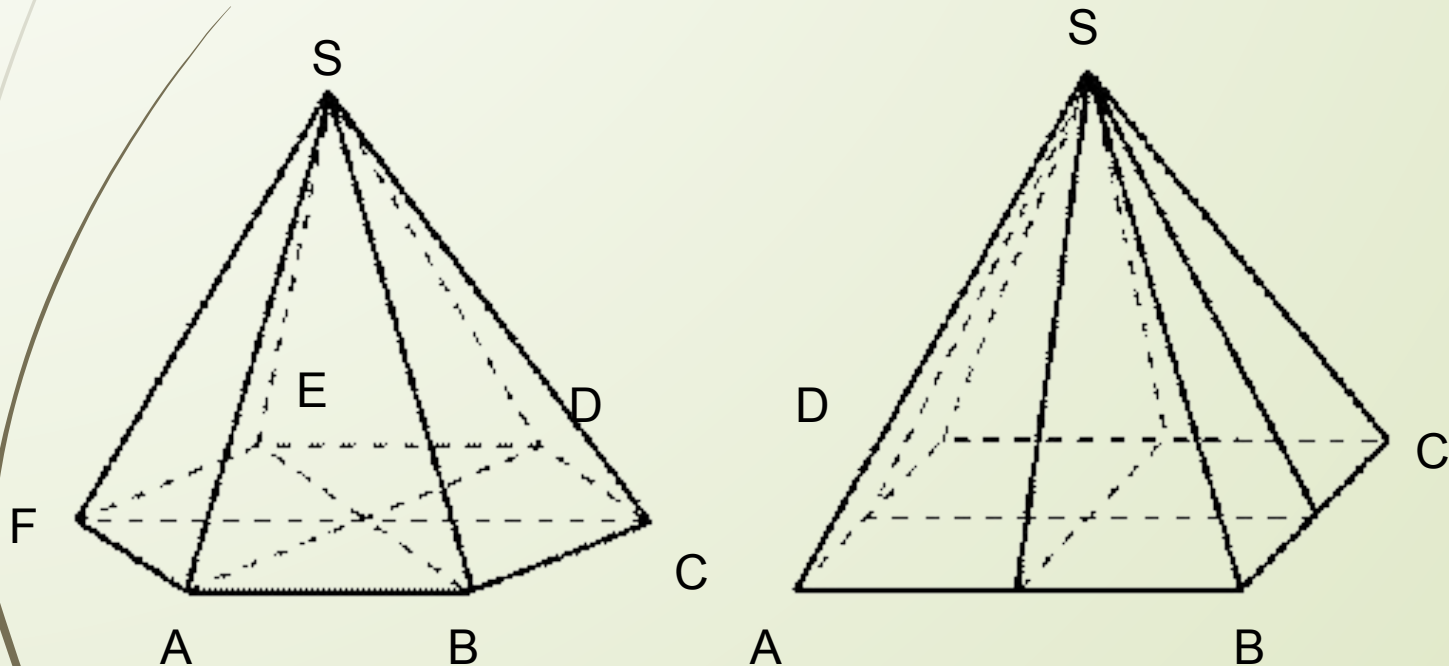
3. Оси симметрии: при четном числе сторон основания — ось симметрии, проходящая через центры оснований, и оси симметрии, проходящие через точки пересечения диагоналей противоположащих боковых граней.



СИММЕТРИЯ ПРАВИЛЬНОЙ ПИРАМИДЫ

26

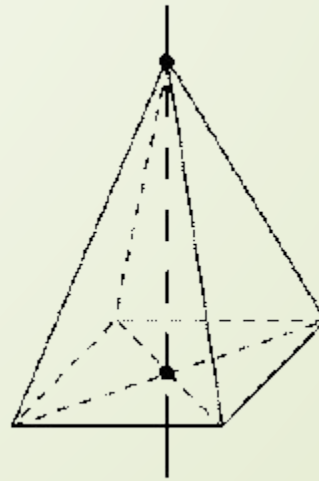
1. Плоскости симметрии: при четном числе сторон основания — плоскости, проходящие через противоположные боковые ребра; и плоскости, проходящие через медианы, проведенные к основанию противоположных боковых граней.



СИММЕТРИЯ ПРАВИЛЬНОЙ ПИРАМИДЫ

27

2. Ось симметрии: при четном числе сторон основания — ось симметрии, проходящая через вершину правильной пирамиды и центр основания.



**Спасибо за ваше
внимание.
Доброго дня.**