

Лекция 15. Интерференция света.
Пространственно-временная
когерентность

Вопросы:

- Интерференция света. Разность фаз и оптическая разность хода
- Расчет интерференционной картины от двух когерентных источников
- Взаимная когерентность световых волн
- Пространственно-временная когерентность

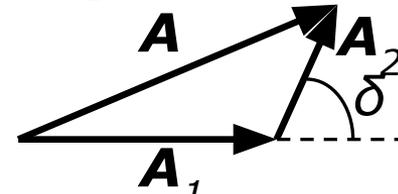
Интерференция света. Разность фаз и оптическая разность хода

- Интерференционное уравнение

Рассмотрим наложение (суперпозицию) двух гармонических световых волн одинаковой частоты ω , которые возбуждают в данной точке пространства колебания одинакового направления с амплитудами A_1 и A_2 , т. е.

$A_1 \cdot \cos(\omega t + a_1)$ и $A_2 \cdot \cos(\omega t + a_2)$. Результирующее колебание с амплитудой A можно определить по теореме косинусов:

$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2 \cdot A_1 \cdot A_2 \cdot \cos \delta$, где $\delta = a_2 - a_1$ - разность фаз возбуждаемых волнами колебаний.



Когерентными волнами называются волны одинаковой частоты, колебания светового вектора в которых отличаются постоянством разности фаз (разность фаз не зависит от времени).

Этому условию удовлетворяют полностью монохроматические волны одинаковой частоты.

Интерференция света. Разность фаз и оптическая разность хода

- Интерференционное уравнение

В случае некогерентных волн разность фаз δ как-то случайно непрерывно изменяется во времени, принимая с равной вероятностью любые значения; при этом среднее по времени значение $\langle \cos \delta \rangle = 0$ и, следовательно, $A^2 = A_1^2 + A_2^2$.

А, так как интенсивность волны $I \sim A^2$, то здесь имеем $I = I_1 + I_2$ (сумма интенсивностей налагаемых волн).

В случае же наложения двух когерентных волн имеем *интерференционное уравнение*:

$$I = \sqrt{I_1 + I_2} \cos \delta \quad (11)$$

В точках пространства, где $\cos \delta > 0$, получаем $I > I_1 + I_2$, т.е. усиление колебаний (появление I_{max}), а там, где $\cos \delta < 0$, имеем $I < I_1 + I_2$, т.е. ослабление колебаний (появление I_{min}).

Явление, возникающее при наложении двух (или более) когерентных волн и заключающееся в получении соответствующей интерференционной картины (т.е. получение в местах наложения волн чередующихся максимумов и минимумов интенсивности) называется **интерференцией**.

Интерференция света. Разность фаз и оптическая разность хода

- Получение интерференционной картины от обычного источника света

Естественный свет, обусловленный обычными некогерентными источниками (не лазерами) не является монохроматичным, так как представляет собой суперпозицию целого огромного множества элементарных цугов волн, испускаемых возбужденными атомами (независимо и случайным образом) излучающего тела; причем фазы колебаний отдельных цугов никак не урегулированы и меняются случайным образом. В связи с этим возникает трудность в получении интерференционной картины от двух (и более) обычных источников.

Однако когерентные световые волны можно получить даже от обычных источников. Для этого волну, излучаемую одним источником (обычная лампа), разделяют оптическим способом (с помощью отражений и преломлений) на две части (два луча) и затем накладывают их друг на друга подходящим способом. «Расщепленные» лучи пройдут разные оптические пути $n_i r_i$ и будут обладать **оптической разностью хода**:

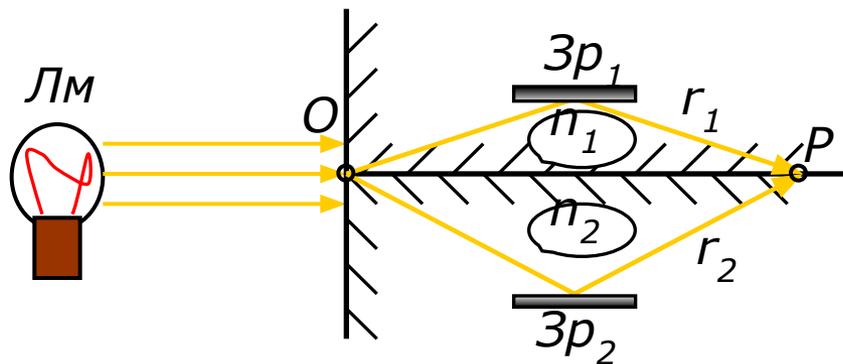
$$\Delta = n_2 \cdot r_2 - n_1 \cdot r_1 \quad (11)$$

При этом разность хода Δ не должна быть слишком большой, так как складывающиеся колебания должны принадлежать одному цугу волн

Интерференция света. Разность фаз и оптическая разность хода

- Получение интерференционной картины от обычного источника света

Если разделение на две когерентные волны происходит в точке O границы раздела двух оптических сред (с n_1, n_2), где имеет место общая фаза колебаний $\omega \cdot t$, то в точку наложения P эти волны, пройдя соответствующие пути $n_1 \cdot r_1$ и $n_2 \cdot r_2$, принесут колебания $A_1 \cdot \cos \omega(t + r_1/v_1)$ и $A_2 \cdot \cos \omega(t + r_2/v_2)$. Здесь $v_1 = c/n_1, v_2 = c/n_2$ – фазовые скорости этих волн в соответствующих средах. Следовательно разность фаз колебаний, возбуждаемых этими волнами в точке P будет:



Лм – лампа накаливания
Зр₁, Зр₂ – зеркала

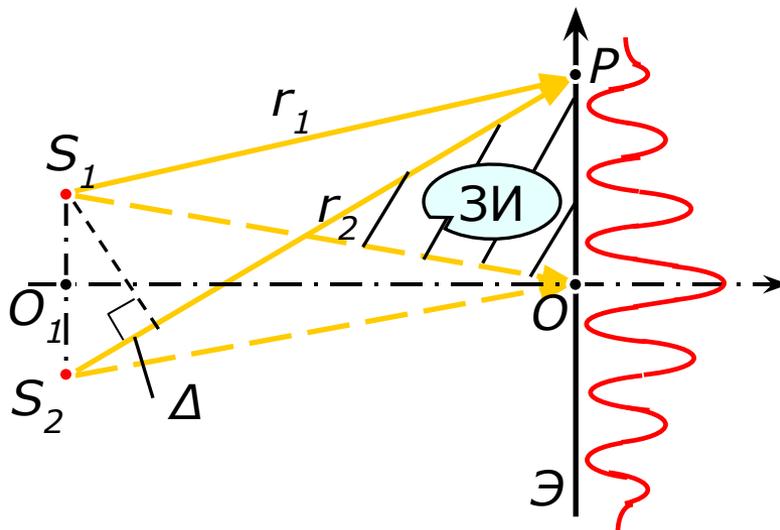
$\delta = \omega(r_2/v_2 - r_1/v_1) = \omega/c \cdot (n_2 \cdot r_2 - n_1 \cdot r_1)$, а заменив $\omega/c = 2\pi/\lambda_0$ и используя (11) для Δ , получаем связь разности фаз и оптической разности хода налагаемых волн:

$$\delta = 2\pi/\lambda_0 \cdot \Delta \quad (12)$$

Расчет интерференционной картины от двух когерентных источников

- Методика расчета интерференционной картины

Образовавшиеся после «расщепления» когерентные волны можно представить («как бы») исходящими из двух точечных источников S_1 и S_2 (действительных или мнимых – это не существенно), которые при условии $\Delta \ll 1$ м - будут когерентными. В области, где эти волны перекрываются – в **зоне интерференции** – должна возникать интерференционная картина, т. е. система чередующихся максимумов и минимумов интенсивности освещенности, которую можно наблюдать на экране (в виде системы светлых и темных полос).



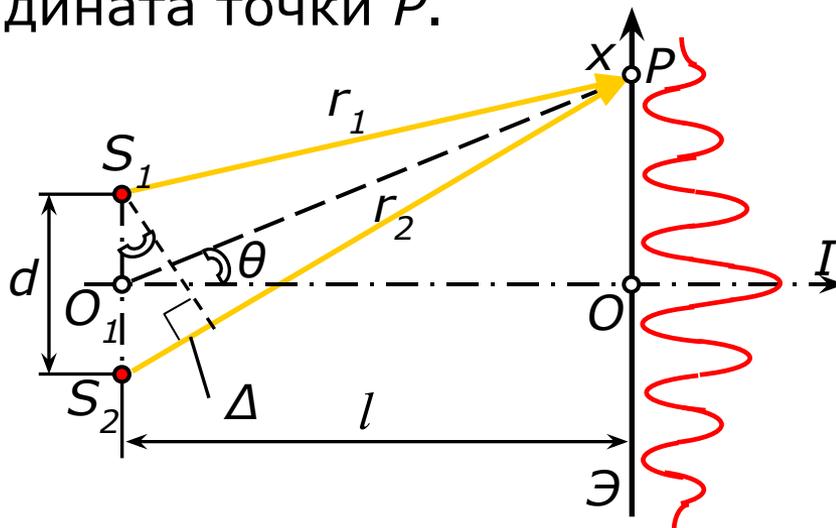
Исследуем картину в точке P экрана. 1) Если оптическая разность хода лучей S_1P и S_2P равна целому числу длин волн: $\Delta_{max} = \pm m \cdot \lambda_0$, где $m=0,1,2,\dots$ (13) то колебания в точке P будут происходить в фазе ($\delta = \pm m \cdot 2\pi$) и условие (13) есть условие возникновения I_{max} .

Расчет интерференционной картины от двух когерентных источников

- Методика расчета интерференционной картины

А при условии: $\Delta_{min} = \pm(m + 1/2) \cdot \lambda_0$ (14)
 возникают I_{min} (колебания приходят в точку P в противофазе,
 т. е. их $\delta = \pm(2 \cdot m + 1) \cdot \pi$).

В практически важных случаях (для наблюдения четкой картины) необходимо обеспечить следующие условия: расстояние между источниками $d \ll l$ – удаления источников от экрана; угол θ – мал. При этом оптическая разность хода рассматриваемых лучей $\Delta = r_2 - r_1 = d \cdot \sin\theta \approx d \cdot \theta$, так как $\sin\theta \approx \theta$, а также $\text{tg}\theta \approx \theta$ и по определению $\text{tg}\theta = x/l$, где x – координата точки P .



Заменив θ в выражении для Δ на x/l и воспользовавшись условием (13) для I_{max} , можно определить координаты максимумов: $x_{max} = \pm m \cdot (l/d) \cdot \lambda_0$ (15)
 Аналогично с учетом (14) можно получить координаты минимумов: $x_{min} = \pm(m + 1/2)(l/d) \cdot \lambda_0$ (16)

Расчет интерференционной картины от двух когерентных источников

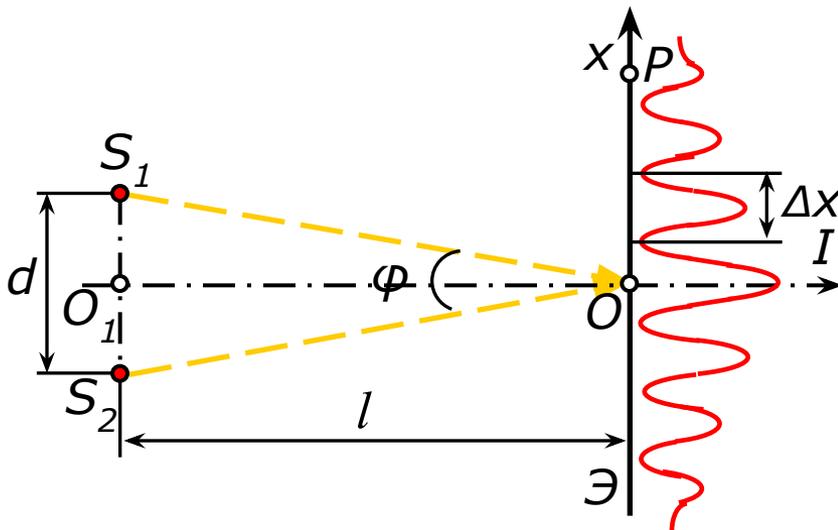
- Методика расчета интерференционной картины

В точке O экрана наблюдается центральный максимум нулевого порядка ($m = 0$).

Ширина интерференционной полосы Δx , иначе говоря расстояние между соседними минимумами интенсивности, определяется по формуле: $\Delta x = (l/d) \cdot \lambda_0$ (17)

Последнюю формулу с учетом угла наблюдения когерентных источников $\varphi \approx d/l$ можно переписать как

$$\Delta x \approx \lambda_0 / \varphi \quad (18)$$

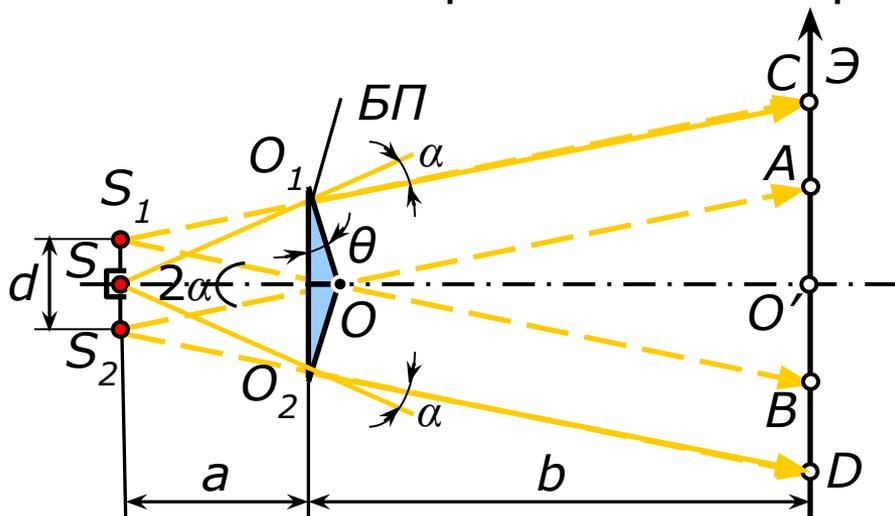


Замечание: В случае распространения света в среде с показателем преломления n в формулах (13 - 18) следует вместо λ_0 подставлять $\lambda = \lambda_0 / n$ - длину волны в данной среде.

Расчет интерференционной картины от двух когерентных источников

- Пример расчета интерференционной картины

В оптической схеме «бипризма Френеля» для разделения исходной световой волны на две когерентные волны используют двойную призму *БП* с малым преломляющим углом θ ($\theta \leq 10$ уг. мин). Источником света является ярко освещенная щель *S*, параллельная преломляющему углу бипризмы. При условии, что углы падения лучей от щели *S* на грань призмы – достаточно малы (удаление призмы *a* от щели большое), все лучи отклонятся (преломятся) каждой из половин призмы на одинаковый угол $\alpha = (n - 1) \cdot \theta$, где *n* – показатель преломления призмы.



Образуются когерентные волны, исходящие из мнимых источников S_1 и S_2 (находятся в одной плоскости со щелью *S*), в форме конусов CS_1B и AS_2D .

Расстояние между когерентными источниками: $d = 2 \cdot a \cdot \operatorname{tg} \alpha \approx 2 \cdot a \cdot \alpha = 2 \cdot a \cdot (n - 1) \cdot \theta$; удаление источников от экрана: $l = a + b$.

Расчет интерференционной картины от двух когерентных источников

- Пример расчета интерференционной картины

В результате наложения когерентных волн в пространстве за бипризмой формируется зона интерференции *ЗИ*, которая образует на экране *Э* интерференционную картину шириной:

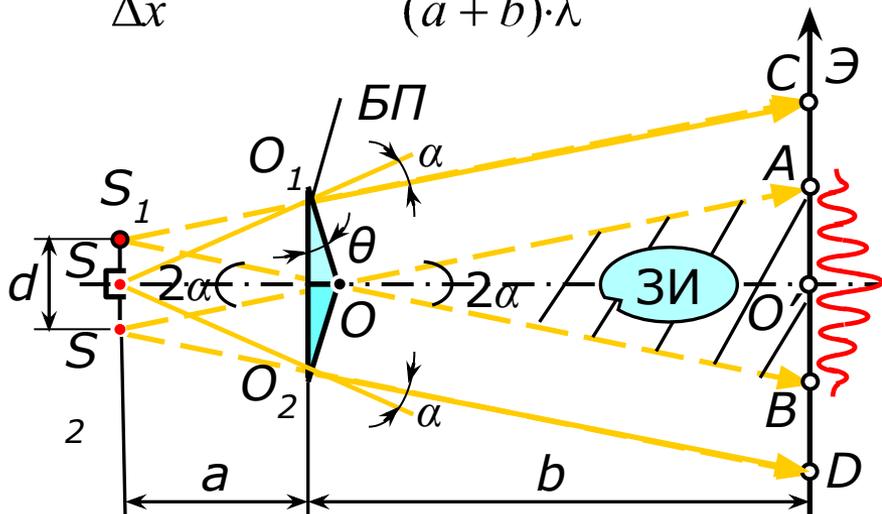
$$AB = 2 \cdot b \cdot \operatorname{tg} \alpha \approx 2 \cdot b \cdot \alpha = 2 \cdot b \cdot (n - 1) \cdot \theta$$

Используя стандартную формулу (17), определяем ширину интерференционной полосы:

$$\Delta x = (l/d) \cdot \lambda = \frac{a + b}{2 \cdot a \cdot (n - 1) \cdot \theta} \cdot \lambda$$

Полное число наблюдаемых полос в картине определяется как:

$$N = \frac{AB}{\Delta x} = \frac{2 \cdot b \cdot (n - 1) \cdot \theta \cdot 2 \cdot a \cdot (n - 1) \cdot \theta}{(a + b) \cdot \lambda} = \frac{4 \cdot a \cdot b \cdot (n - 1)^2 \cdot \theta^2}{(a + b) \cdot \lambda}$$



Взаимная когерентность световых волн

Принято называть **когерентностью** согласованное протекание нескольких колебательных или волновых процессов.

Различают: **временную** и **пространственную когерентность**.

Степень согласованности колебательных (волновых) процессов называют **степенью когерентности**.

Так как в общем случае реальные световые волны не являются ни строго когерентными (когда у них разность фаз $\delta = \text{const}$ во времени), ни строго некогерентными (когда δ – var хаотически во времени), они – частично когерентны (для них $-1 < \cos\delta < 1$), то при суперпозиции двух таких волн наблюдаются максимумы и минимумы интенсивности, которые зависят от времени:

$$\begin{cases} I_{\max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 \cdot I_2} \cdot |\gamma_{12}(\tau)| \\ I_{\min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 \cdot I_2} \cdot |\gamma_{12}(\tau)| \end{cases} \quad (19)$$

где $|\gamma_{12}(\tau)|$ – **степень взаимной когерентности** двух волн; причем при $|\gamma_{12}(\tau)| = 1$ имеем полностью когерентные волны, при $|\gamma_{12}(\tau)| = 0$ – полностью некогерентные волны и при $0 < |\gamma_{12}(\tau)| < 1$ – частично когерентные волны.

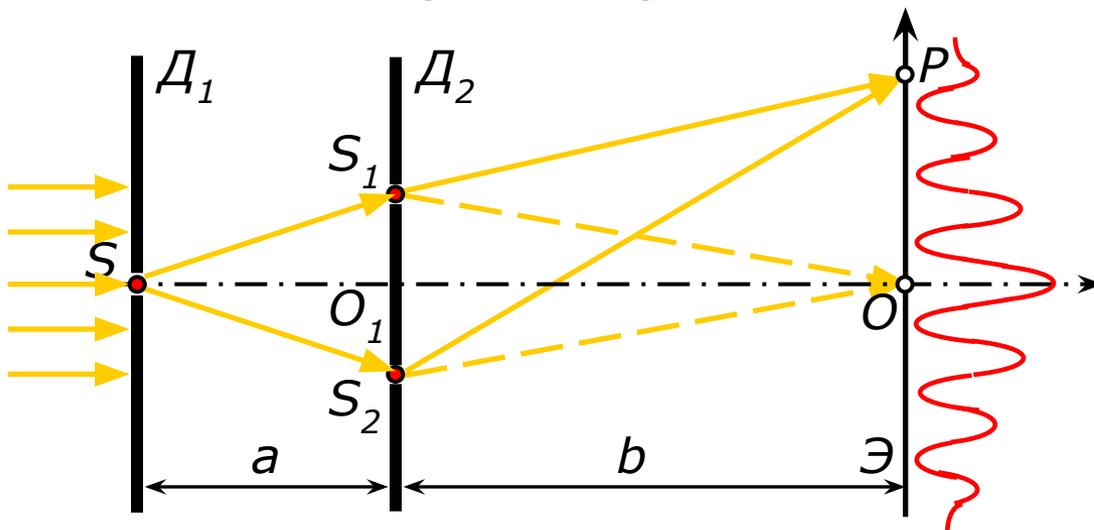
Пространственно-временная когерентность

- Временная когерентность

Замечание: Степень взаимной когерентности $|\gamma_{12}|$ зависит:
1) от свойств источников света (их **степени монохроматичности** $\lambda/\Delta\lambda$); 2) от **времени запаздывания** τ (т.е. разности времен распространения света от каждого источника до точки наблюдения).

Напоминание: Интерференция наблюдается только в случае, когда оптическая разность хода когерентных лучей Δ или, иначе говоря, их запаздывание τ с приходом в точку наблюдения – не слишком велики.

Опыт Юнга (часть 1)

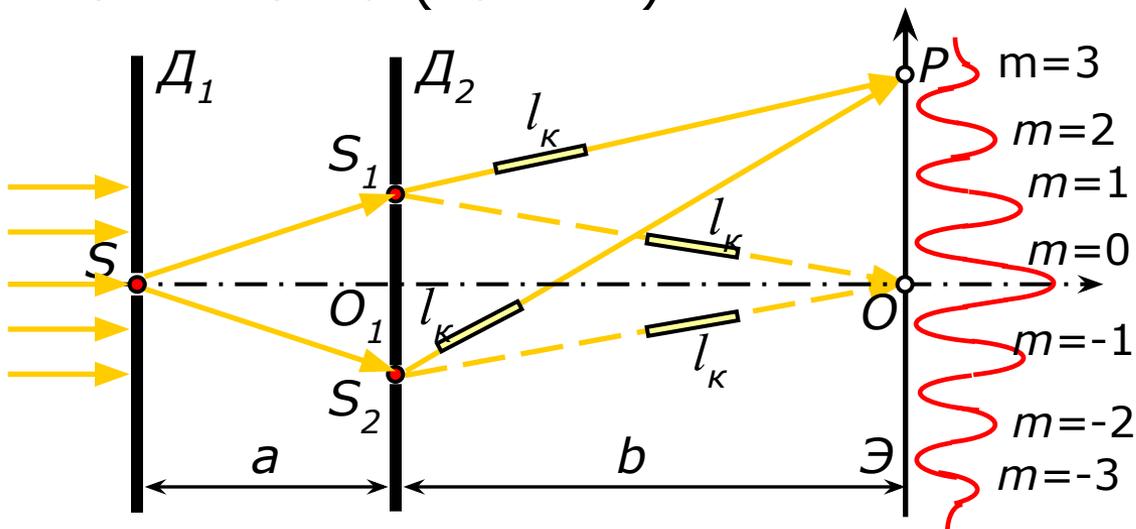


Сначала яркий пучок некогерентного света падает на идеально узкую щель S диафрагмы D_1 . Затем расходящийся пучок освещает диафрагму D_2 с двумя узкими щелями S_1 и S_2 , которые уже работают как пара когерентных источников.

Пространственно-временная когерентность

• Временная когерентность

Опыт Юнга (часть 1)



Четкая интерференционная картина наблюдается на экране \mathcal{E} только до некоторого порядка, например $m=3$, а далее она размывается.

Дифрагированные лучи S_1P и S_2P , попадающие в точку P экрана, становятся практически некогерентными (их степень когерентности $|\gamma_{12}| \rightarrow 0$). Иначе, пока их разность хода Δ не превышала величины $m \cdot \lambda$ (т.е. $\Delta \leq m \cdot \lambda$), налагаемые колебания в какой-то степени еще были когерентными.

Следовательно, вдоль распространения волны когерентными между собой будут только участки волны, заключенные в этом интервале длины; данный интервал называют **длиной когерентности**:

где m – максимальный порядок видимой интерференционной полосы.

$$l_k = m \cdot \lambda \quad (20)$$

Пространственно-временная когерентность

- Временная когерентность

Опыт Юнга (часть 1)

Выходящие из щелей лучи S_1P и S_2P – изначально когерентны и обладают длиной когерентности l_k , но по мере их распространения к точке P и далее, у них растет разность хода Δ (по сравнению с лучами, попадающими в центральную область экрана), их участки когерентности постепенно сдвигаются относительно друг друга и, начиная с точки P , перестают перекрывать друг друга. В результате здесь накладываются уже некогерентные колебания, и интерференционные полосы исчезают.

Часто используют **понятие временной когерентности**, которой характеризуют сохранение взаимной когерентности при временном запаздывании двух волн, полученных от одного источника (или от одной точки волнового поля).

Количественной характеристикой здесь служит **время когерентности** τ_k – это минимальное запаздывание τ , для которого степень взаимной когерентности $|\gamma_{12}(\tau)| = 0$.

Связь длины когерентности и времени когерентности (для вакуума):

(21)

$$l_k = \tau_k \cdot c$$

Пространственно-временная когерентность

- Временная когерентность

Так как реальные источники – не монохроматичны, их свет – это набор монохроматических компонент в некотором конечном интервале длин волн $[\lambda, \lambda + \Delta\lambda]$ (предполагается равномерное распределение компонент по интервалу), а ширина интерференционных полос $\Delta x \sim \lambda$, то у световой волны наряду с основными максимумами I_{max} , обусловленными действием крайних составляющих λ и $(\lambda + \Delta\lambda)$, начинают сказываться (особенно с некоторого $m=3$) дополнительные максимумы, вызванные промежуточными спектральными компонентами λ_i . Эти максимумы постепенно будут заполнять промежутки между основными I_{max} , а этот процесс приведет к «смазыванию» интерференционной картины полос.

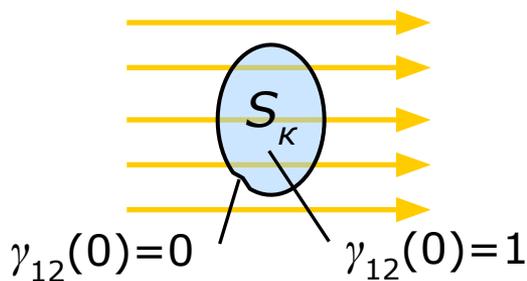
Таким образом, условием исчезновения четких полос является равенство: $m \cdot (\lambda + \Delta\lambda) = (m+1) \cdot \lambda$, где m – максимальный наблюдаемый порядок в картине; при этом I_{max} m -го порядка от длины волны $(\lambda + \Delta\lambda)$ наложится на I_{max} $(m+1)$ -го порядка от длины λ . Разрешив последнее равенство относительно порядка $m = \lambda / \Delta\lambda$, где справа стоит степень монохроматичности источника, согласно (20) получим $I_k = m \cdot \lambda = \lambda^2 / \Delta\lambda$ (22)

Пространственно-временная когерентность

- Пространственная когерентность

Пространственной когерентностью пучка световых лучей характеризуют наличие взаимной когерентности двух лучей, взятых из различных точек сечения пучка. При этом взаимная когерентность проверяется по интерференции при запаздывании $\tau = 0$, т.е. в системе (19) для I_{max} и I_{min} используется степень взаимной когерентности $|\gamma_{12}(0)|$.

Количественной характеристикой пространственной когерентности может служить **площадь когерентности** S_K – это ограниченная кривой $|\gamma_{12}(0)| = 0$ площадь нормального сечения пучка лучей, в пределах которой степень когерентности принимает значения от 1 (внутри сечения) до 0 (на границе сечения).



Замечания: Так как строго монохроматический пучок лучей, испускаемый точечным источником, всегда когерентен, то он имеет неограниченную площадь $S_K \rightarrow \infty$.

С увеличением размеров реального источника площадь когерентности сужается.

Пространственно-временная когерентность

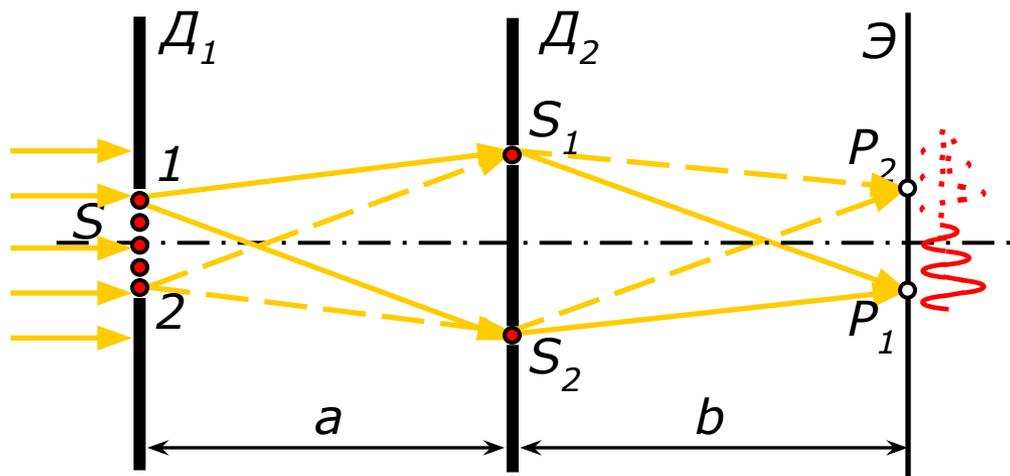
- Пространственная когерентность

Опыт Юнга (часть 2)

Продолжая рассмотрение опыта Юнга, исследуем влияние ширины щели S (как источника света) на результирующую интерференционную картину.

Увеличение размера щели, как и уменьшение степени монохроматичности света, ведет к ухудшению (размыванию) интерференционных полос и в пределе - к их исчезновению.

Пусть падающее на диафрагму D_1 излучение - монохроматическое, а щель S - широкая.



Результирующую картину на экране \mathcal{E} можно представить как наложение картин от бесконечно узких щелей, на которые мысленно разобьем всю щель S .

Пусть положение максимумов на экране от «щели» у края 1 показано

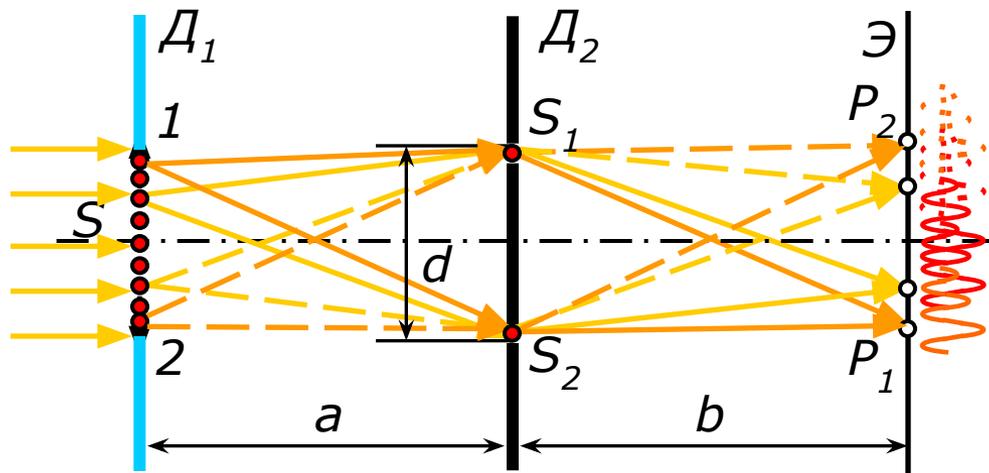
сплошной линией, а максимумы от «щели» у края 2 будут смещены вверх и показаны пунктирной линией.

Пространственно-временная когерентность

- Пространственная когерентность

Опыт Юнга (часть 2)

Промежутки между этими максимумами заполняются максимумами от промежуточных «щелей» (между краями 1 и 2 щели S). При расширении щели S расстояния между максимумами от ее крайних элементов будут увеличиваться, а интервалы между соответствующими картинами все больше будут заполняться дополнительными максимумами. Результирующая картина сильно усложняется и становится нечеткой.



Это явление можно толковать иначе: интерференционная картина исчезает потому, что вторичные источники S_1 и S_2 становятся некогерентными. Здесь обычно говорят о **ширине когерентности** падающей

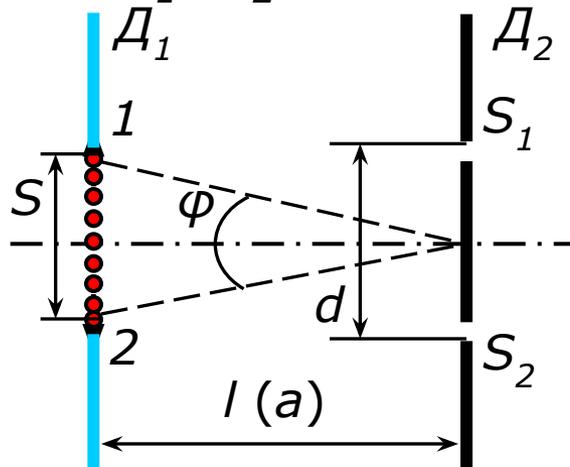
на щели S_1 и S_2 волны, т.е. такой ширине h_k , на которой отдельные участки волны в достаточной степени когерентны между собой. В данной установке следует принять: $h_k \approx d$.

Пространственно-временная когерентность

• Пространственная когерентность

Опыт Юнга (часть 2)

В случае $a = b$ и ширине щели S , равной ширине интерференционной полосы Δx , интервал между максимумами от края 1 щели будет целиком заполнен максимумами от ее остальных элементов, и интерференционные полосы исчезнут. А так как $\Delta x = l/d \cdot \lambda$, то из последних равенств и условий следует: $h_{\text{КОГ}} \approx d = \lambda \cdot l / \Delta x = \lambda \cdot l / S = \lambda / (S/l) = \lambda / \varphi$, где φ – угловая ширина щели S относительно диафрагмы со щелями (S_1, S_2).



Общие выводы

Для получения устойчивой четкой интерференционной картины с использованием обычных источников света необходимо:

1) исходную волну расщепить подходящим способом на две части (луча), которые затем в области перекрытия дадут систему полос,

но лишь при условиях: 2) $l_{\text{КОГ}} > \Delta$; $h_{\text{КОГ}} > d$.

Замечание. В расчетах обычно закладывают: $l_{\text{КОГ}} \geq 2 \cdot \Delta$; $h_{\text{КОГ}} \geq 2 \cdot d$.