

**Государственное Бюджетное
Образовательное Учреждение
Лицей №1523 г.Москвы**

Геометрия

8 класс

Теоретический материал

**© Хомутова Лариса Юрьевна
Крайко Мария Александровна**

Тема 3: Площади фигур. Теорема Пифагора.

**Понятие площади
многоугольника.**

**Площадь параллелограмма и
треугольника.**

1. Понятие площади. Равновеликие фигуры.

Площадь многоугольника — это величина той части плоскости, которую занимает многоугольник.

За единицу измерения площадей принимают квадрат, сторона которого равна единице измерения отрезков.

При таком определении площадь фигур измеряют в квадратных единицах ($см^2$, $км^2$, $га=100м^2$).

Площадь квадрата со стороной a равна a^2 .

Фигуры, имеющие равные площади, называются **равновеликими**.

Замечание: Равные фигуры имеют равные площади, то есть равные фигуры равновелики. Но равновеликие фигуры далеко не всегда равны (например, на рисунке 3 изображены квадрат и равнобедренный треугольник, составленные из равных прямоугольных треугольников (кстати, такие *фигуры* называют ***равносоставленными***); понятно, что квадрат и треугольник равновелики, но не равны, поскольку не совмещаются наложением).

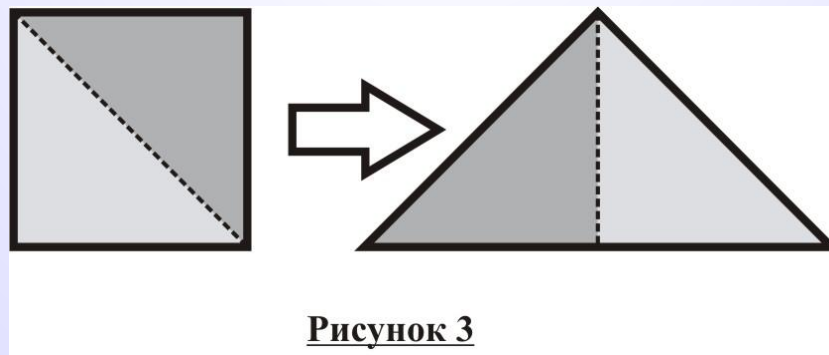


Рисунок 3

2. Площадь прямоугольника. Площадь параллелограмма.

Формула для вычисления площади прямоугольника: Площадь прямоугольника равна произведению двух его смежных сторон (рисунок 4).

Дано:

$ABCD$ - прямоугольник;
 $AD=a$, $AB=b$.

Доказать:

$$S_{ABCD} = a \cdot b.$$

Доказательство:

1. Удлиним сторону AB на отрезок $BP=a$, а сторону AD – на отрезок $DV=b$. Построим параллелограмм $APRV$ (рисунок 4). Поскольку $\angle A=90^\circ$, $APRV$ – прямоугольник. При этом $AP=a+b=AV$, $\Rightarrow APRV$ – квадрат со стороной $(a+b)$.
2. Обозначим $BC \cap RV = T$, $CD \cap PR = Q$. Тогда $BCQP$ – квадрат со стороной a , $CDVT$ – квадрат со стороной b , $CQRT$ – прямоугольник со сторонами a и b .

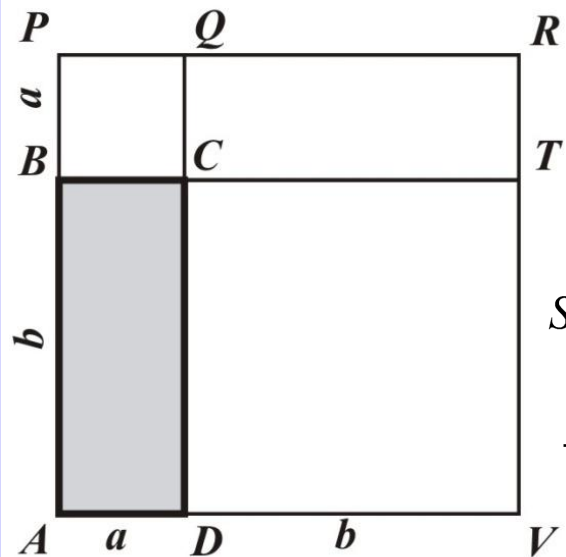


Рисунок 4

Формула для вычисления площади параллелограмма:

Площадь параллелограмма равна произведению его высоты на основание (рисунок 5).

Доказательство:

Дано:

$ABCD$ – п/г;

$BH \perp AD$,

$H \in AD$.

Доказать:

$$S_{ABCD} = AD \cdot BH.$$

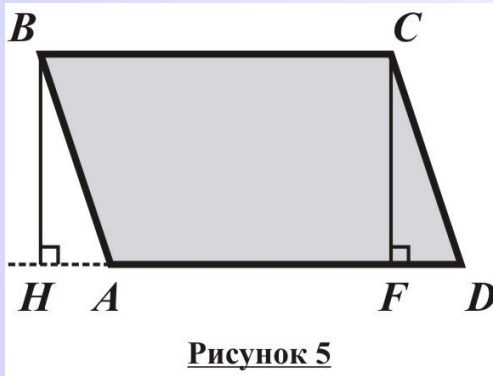
1. Проведем к основанию AD высоту CF (рисунок 5).

2. $BC \parallel HF, BH \parallel CF, \Rightarrow BCFH$ - п/г по определению.

$\angle H = 90^\circ, \Rightarrow BCFH$ – прямоугольник.

3. $BCFH$ – п/г, $\Rightarrow$ по свойству п/г $BH = CF, \Rightarrow$
 $\triangle BAH = \triangle CDF$ по гипотенузе и катету ($AB = CD$ по св-ву п/г, $BH = CF$).

$$\begin{aligned} S_{ABCD} &= S_{ABCF} + S_{\triangle CDF} = S_{ABCF} + S_{\triangle BAH} = \\ &= S_{BCFH} = BH \cdot BC = BH \cdot AD \end{aligned}$$



3. Площадь треугольника.

Формула для вычисления площади треугольника: Площадь треугольника равна половине произведения его высоты на основание (рисунок 6).

Дано:

$\triangle ABC$;

$BD \perp AC, D \in AC$.

Доказать:

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BD$$

Доказательство:

1. Достроим $\triangle ABC$ до п/г $ABKC$ путем проведения через вершину B прямой $BK \parallel AC$, а через вершину C – прямой $CK \parallel AB$ (рисунок 6).

2. $\triangle ABC = \triangle KCB$ по трем сторонам (BC – общая, $AB = KC$ и $AC = KB$ по св-ву п/г), $\Rightarrow$

$$S_{\triangle ABC} = S_{\triangle KCB} = \frac{1}{2} \cdot S_{ABKC} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BD$$

#

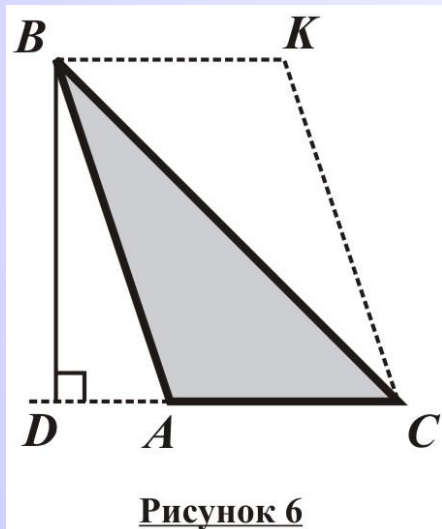


Рисунок 6

Следствие 1 (формула для вычисления площади прямоугольного треугольника): Поскольку в п/у Δ -ке один из катетов является высотой, проведенной ко второму катету, площадь п/у Δ -ка равна половине произведения его катетов, на рисунке 7

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC$$

Следствие 2: Если рассмотреть п/у ΔABC с высотой AH , проведенной к гипотенузе BC , то

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot AH, \Rightarrow AH = \frac{AB \cdot AC}{BC}$$

Таким образом, *в п/у Δ -ке высота, проведенная к гипотенузе, равна отношению произведения его катетов к гипотенузе.* Это соотношение достаточно часто используется при решении задач.

