

Изучение величин: Объём

Подготовила:

Студентка 2го курса ПИ ВЛГУ, группы НОЛк-219

Гринева Диана Александровна

Что есть «Объём», и как он появился?

- **Объем** – вместимость геометрического тела, т. е. части пространства, ограниченной одним или несколькими замкнутыми поверхностями. Вместимость или емкость выражается числом кубических единиц, помещаемых в объеме.
- Человеку необходимо было измерять сыпучие физические величины и жидкости. Для этого он начал использовать все то, что имелось у него в быту (ведра, сосуды и другие емкости). Таким образом, люди научились измерять объемы.

Меры объёма в Древней Руси

- В Древней Руси для меры жидкости чаще всего употреблялись бочка, ведро, корчага. Наибольшее распространение получило ведро - вмещало около 9,8кг воды, одна бочка содержала 10 ведер, корчага — 1,5-1,75 ведра. Деление на более мелкие меры проводилось по двоичному принципу: ведро делили на 2 полуведра или на 4 четверти ведра или на 8 полу четвертей, а также на кружки и чарки.

Меры объёмов в Западной Европе

В Западной Европе бытовали свои собственные меры объемов:

- – Баррель – мера вместимости и объема, применяемая в США, Англии и ряде стран, использующих английскую систему мер. В США различают Баррель сухой, равный 115,628 дм³, и Баррель нефтяной, равный 158,988 дм³. Английский Баррель (для сыпучих веществ) равен 163,65 дм³.
- – Бушель – мера объема жидкостей и сыпучих веществ в Англии и США. 1 Бушель (брит.) = 36,3687 л; 1 Бушель (США) = 35,2393 л.

- – Кварта – единица объема (емкости, вместимости), применяемая в США, Великобритании и др. странах. 1 Кварта = $1/4$ галлона или 2 пинтам. Американская Кварта для жидкостей = 0,9463 дм³, для сыпучих веществ = 1,1012 дм³. Английская имперская Кварта = 1,1365 дм³.

Прежняя русская мера жидкостей – кружка – также иногда называлась Кварта; в Польше Кварта = 1 л.

- – Пинта – единица объема (вместимости) жидкостей и сыпучих веществ, применяемая в странах, использующих английские меры. В Великобритании 1 Пинта = $1/8$ галлона = 0,568261 дм³. В США различают жидкую Пинту, равную $1/8$ американского галлона = 0,473179 дм³, и сухую Пинту, равную $1/64$ американского бушеля = 0,550614 дм³. Пинта применялась также в др. странах до введения в них метрической системы мер, напр. во Франции 1 Пинта = 0,931389 дм³, в Нидерландах 1 Пинта = 0,6063 дм³.

Возникновение СИ

- Каждое государство имело свою собственную систему мер, что препятствовало межгосударственной торговле, тормозило развитие ремёсел и промышленности. Таким образом, люди пришли к идее создания общей для всех системе мер.
- В настоящее время СИ принята в качестве основной системы единиц большинством стран. Метрические единицы широко используются по всему миру в научных целях и в повседневной жизни. В СИ основная единица измерения объема – кубический метр, а также производные от неё: кубический сантиметр, литр (кубический дециметр) и т.д.

Изучение объёма

- На сегодняшний день объём, как одну из величин, изучают дети в начальной школе. В методике изучения объёма выделяются следующие этапы:

1. Введение понятия с опорой на жизненные ситуации:

- Учитель приносит на урок различные сосуды: стакан, ведро, банку. Дети сравнивают их и при сравнении размера, учитель сообщает, что в математике, говоря о размере сосудов, мы подразумеваем их вместимость или ёмкость.

2. Сравнение сосудов по ёмкости разными способами:

- А) « **на глаз** » Показываем сосуды, контрастные по объему (стакан и ведро). Формулируется вывод с помощью термина;
-
- Б) **переливанием в другой сосуд**. На столе широкий, но низкий сосуд и высокий, но узкий. В них жидкость: ёмкость какого сосуда больше? После дискуссии жидкость по очереди переливается из каждого сосуда в третий **сосуд-посредник** и ставится отметка, после чего проводится сравнение отметок и делается вывод;
 - В) **использование мерок**. В качестве мерок используют маленькие чашечки. Проводится несколько опытов измерения емкости различными мерками.

3. Введение единой меры емкости.

- Показывается на примере ситуации, что в жизни неудобно использовать разные мерки, нужна единая мера.
-
- Вводится **литр**. Показывается литровая банка и затем проводится практическая работа по определению ёмкости сосудов в литрах (например 3л, 5л, 7 л). Для этого в класс приносят такие сосуды, как банки, ведра и т.д. Практически доказывается, что 5 стаканов составляют 1 литр.

4. Сложение и вычитание величин, выраженных в литрах.

- Решаются задачи.

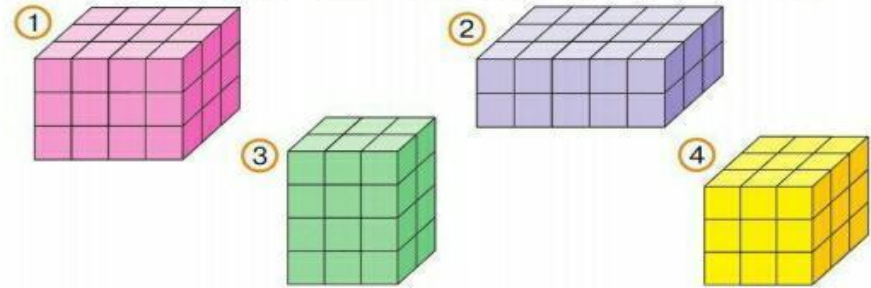
Изучение объёма по различным программам

- Однако в разных школьных программах применяются разные методы по изучению данной величины. Далее мы рассмотрим способы изучения объёма у авторов различных учебников.

Истомина Н.Б.

- По данной программе понятие объёма вводится в 4ом классе, при изучении трёхмерных геометрических фигур, анализируя которые приходят к выводу о единицах измерения объёма – кубический сантиметр и дециметр. После чего даются задачи на работу с этими величинами и закрепление понятия об объёме.

120. Найди объём каждого прямоугольного параллелепипеда, если ребро каждого куба, из которых они составлены, равно 1 см.



121. Масса воды в литровой банке равна 1 кг. Чему равна масса воды в пол-литровой банке? Чему равна масса воды в стакане, если в него помещается $\frac{1}{4}$ л воды? $\frac{1}{5}$ л воды?

122. В литровой банке помещается 1 кг 200 г мёда. Какова масса мёда, который поместится в пол-литровой банке? Чему равна масса мёда в кружке, если в неё помещается $\frac{1}{4}$ литровой банки мёда? $\frac{1}{5}$ литровой банки мёда?



1 л



$\frac{1}{2}$ л



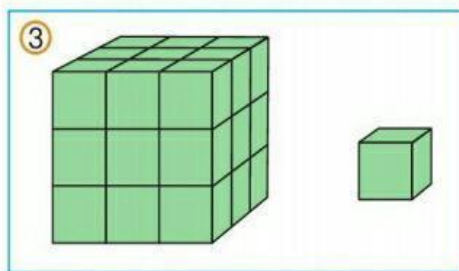
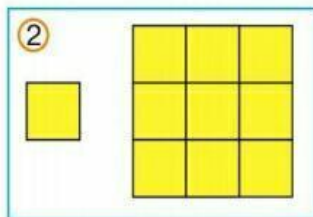
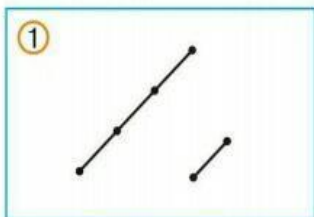
$\frac{1}{4}$ л



$\frac{1}{5}$ л

117. За 5 м ткани заплатили на 2400 р. 60 к. больше, чем за 2 м такой же ткани. По какой цене продавалась ткань? Сколько денег нужно заплатить за 7 м такой же ткани?

118. По какому признаку составлены пары фигур?



• Сравни свой ответ с рассуждениями Маши и Миши.



Я думаю, что в каждой группе есть маленькая фигура и большая.



Ты рассуждаешь, как в первом классе! Я думаю, что в каждой группе изображены фигура и мерка, с помощью которой можно измерить величину этой фигуры.



Какой ты молодец! Действительно, маленький отрезок — это единица длины — сантиметр. С её помощью можно измерить длину большого отрезка. Маленький квадрат — единица площади — квадратный сантиметр. Пользуясь этой единицей, можно измерить площадь большого квадрата. Но что можно сказать о кубах?



Я думаю, что маленький куб — тоже мерка, с помощью которой можно измерять объёмы геометрических тел.



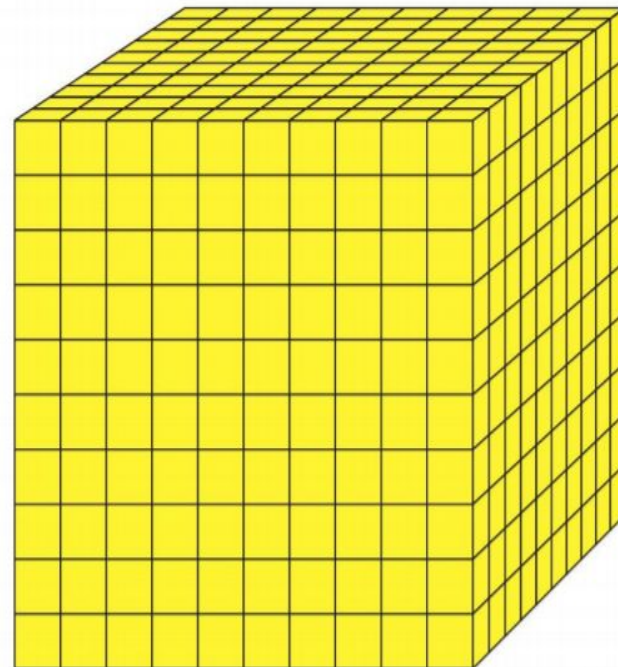
Я поняла! Нужно посчитать, сколько маленьких кубов уложится в большом, и мы узнаем объём большого куба. Но как называется эта мерка?

Если измерить длину ребра маленького куба, то нетрудно догадаться.



Объём куба, у которого длина ребра равна 1 см, называется **кубическим сантиметром**. **Кубический сантиметр — единица объёма**. Её обозначают см^3 .

119. Догадайся, чему равен объём данного куба?



Я думаю, нужно измерить длину ребра куба. Она равна 1 дм. Значит, объём этого куба равен **одному кубическому дециметру**.



Кубический дециметр — единица объёма. Её обозначают дм^3 . Эту единицу объёма по-другому называют **литр**.

Аргинская И.И.

- Введение понятие объёма по этой программе происходит почти также, как и по программе Истоминой – в 4ом классе при изучении трёхмерных геометрических фигур, вводя кубический сантиметр и дециметр. Однако в отличии от Истоминой, здесь также выводят правило нахождения объёма куба и прямоугольного параллелепипеда.

306

1) Какая связь между единицами измерения длины и единицами измерения площади?

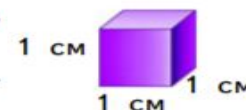
1 мм и 1 мм² 1 см и 1 см² 1 дм и 1 дм²
1 м и 1 м² 1 км и 1 км²

2) Подумай, какими единицами удобно измерять объём. Объясни своё мнение.

Объём измеряют кубическими миллиметрами, кубическими сантиметрами, кубическими дециметрами, кубическими метрами и даже кубическими километрами.

3) Какую единицу объёма изображает куб на рисунке?

Наименование этой единицы измерения объёма записывается так:



1 куб. см, или 1 см³.



4) Запиши наименования остальных единиц измерения объёма.

5) Подумай, скольким кубическим сантиметрам равен объём коробки из задания № 301.

307

1) Выполни указанные действия.

$$\begin{aligned} 6\,005 \cdot 69 - 782 : 23 \\ 932 \cdot 79 + (571 - 263) \cdot 64 \\ 906 \cdot 52 + 568 \cdot 35 \end{aligned}$$

2) Измени порядок действий в выражениях, не меняя чисел и знаков действий.



3) Предложи решить составленные выражения одноклассникам.

- 314 1) Какую площадь (в квадратных сантиметрах) имеет прямоугольник на рисунке?



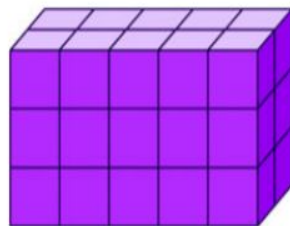
- 2) Сколько кубиков с ребром 1 см поместится в коробке, основание которой равно данному прямоугольнику, а высота 1 см?
3) Проверь свой ответ по чертежу.



- 4) Как ты думаешь, сколько кубиков с ребром 1 см поместится в коробке, высота которой в 3 раза больше коробки, о которой говорится в пункте 2?
5) Ученики сказали, что в новой коробке может поместиться 30 кубиков с ребром 1 см, но объяснили свои ответы по-разному.



Лиза сказала:
«Я сделала такой чертёж и сосчитала все кубики».



Олег дал такой ответ:
«Я знаю, что в коробке высотой 1 см помещается 10 см³, а эта коробка в 3 раза выше. Значит, и кубиков в ней поместится в 3 раза больше, а это 30 см³».



Соня предположила:
«Я думаю, что количество кубических сантиметров, которое поместится в коробке, будет равно произведению её длины, ширины и высоты:
 $5 \cdot 2 \cdot 3 = 30$ (см³)».

Чьи рассуждения удобнее использовать при ответе на вопрос пункта 4?

- 6) Увеличь высоту коробки из задания № 301 в 2 раза, узнай её объём способом, предложенным Олегом.

Проверь, справедливо ли утверждение Сони.

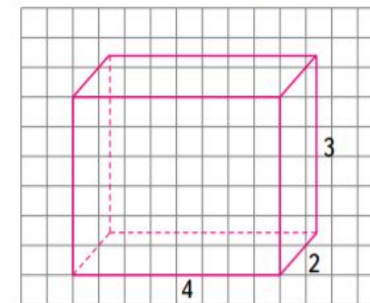
- 315 1) Сравни задачи. Что ты о них можешь сказать?

а) Путешественник проехал 720 км за день, что составило $\frac{5}{9}$ всего пути. Сколько километров ему осталось проехать?

б) Путешественник проехал 720 км. Из них $\frac{5}{9}$ всего пути он проехал в первый день. Сколько километров он проехал после этого?

- 2) Реши задачи. Чем похожи их решения? Чем различаются? Объясни свой ответ.

- 323 1) Рассмотрим чертёж коробки, размеры которой указаны в сантиметрах. Сколько кубиков объёмом 1 см³ поместится в этой коробке?



- 2) Найди значение произведения длины, ширины и высоты коробки. Получилось то же число?
3) Верен ли следующий вывод?

Объём прямоугольной призмы равен значению произведения её длины, ширины и высоты.



- 4) Формула объёма прямоугольной призмы выглядит так:

$$V = a \cdot b \cdot c$$

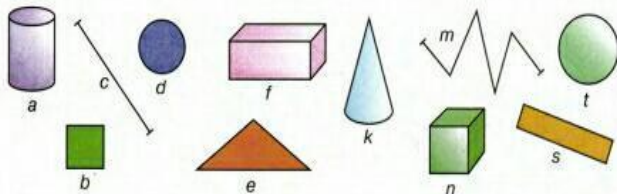
Запиши размеры прямоугольных призм из № 301, 310, 314 в таблицу и найди объёмы этих призм.

№	Длина (a)	Ширина (b)	Высота (c)	Объём (V)
301				
310				
314				

Петерсон Л.Г.

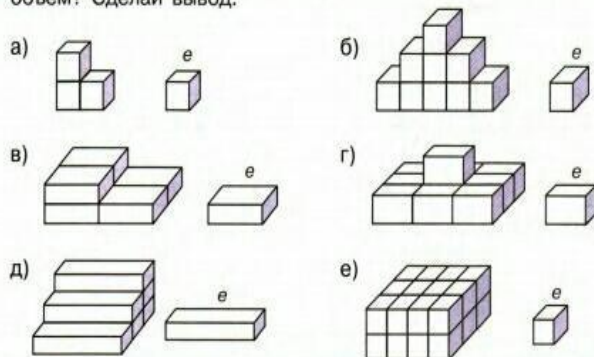
- В этой же программе изучение объёма начинается во 2ом классе, здесь рассматривают кубические сантиметр, дециметр и метр в виде кубиков - 1 см^3 - это куб с ребром 1 см. После этого сообщается, что $1\text{ дм}^3=1\text{ л}$. Также даются несколько задач по этой теме.

- 1 Найди на рисунке линии, плоские и пространственные фигуры. Какие величины служат для их измерения? Что они показывают?



Какие единицы измерения длины, площади, объёма ты знаешь?

- 2 Найди объёмы фигур, используя указанные мерки. Как измерить объём? Сделай вывод.



Объём фигуры – это величина, которая показывает, больше или меньше места фигура занимает в пространстве.

Чтобы измерить объём фигуры, надо выбрать мерку (единицу измерения) и узнать, сколько раз она содержится в измеряемой фигуре.



$$V = 12e$$



Единицы объёма



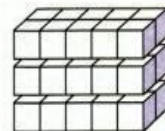
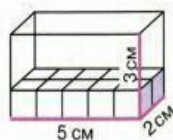
Кубический метр (1 м^3) – это куб со стороной 1 м.

Кубический дециметр (1 дм^3) – это куб со стороной 1 дм.

Кубический сантиметр (1 см^3) – это куб со стороной 1 см.



- 3 Рассмотрим рисунок и определи, какие числа пропущены. Как найти объём прямоугольного параллелепипеда (коробки)? Сделай вывод.



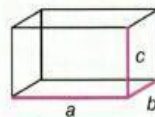
Площадь основания (дна) коробки равна $5 \cdot 2 = \dots \text{ см}^2$.

Значит, на основание можно поставить ... кубиков.

По высоте коробки можно выложить ... таких слоёв.

Объём равен $(\dots \cdot \dots) \cdot \dots = \dots \text{ см}^3$.

Чтобы найти объём прямоугольного параллелепипеда, можно площадь основания умножить на высоту.



$$V = (a \cdot b) \cdot c$$

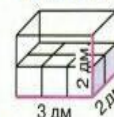
объём

площадь
основания

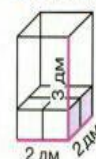
высота

- 4 Вычисли объём коробки с рёбрами 3 дм, 2 дм и 2 дм двумя разными способами. Что ты замечаешь?

1 способ:



2 способ:



- 5 Дно коробки – квадрат со стороной 3 дм, а её высота равна 5 дм. Сколько кубиков с ребром в 1 дм можно в неё положить?
- 6 Коробка имеет длину 2 дм, ширину 4 дм, а высоту 3 дм. Чему равен объём коробки?

- 7 Найди числа, кратные 9, и запиши их в виде $9 \cdot a$:

19 36 49 72 45 29 63 35 54 18 90 27 81

- 8 Составь программу действий и вычисли:

а) $81 : (11 - 2) \cdot 8 + 9 \cdot (14 : 2)$

б) $7 \cdot 8 - (5 \cdot 6 - 12) : 3 - 49 : (7 \cdot 7)$

в) $0 \cdot (6 + 3) + 4 : 4 \cdot (15 - 3 \cdot 2) - 0 : 8$



- 9 Найди пропущенные цифры и сделай проверку:

$$\begin{array}{r} 34\Box \\ + 1\Box5 \\ \hline \Box37 \end{array} \quad \begin{array}{r} \Box46 \\ - 2\Box7 \\ \hline 62\Box \end{array} \quad \begin{array}{r} 87\Box \\ - 3\Box5 \\ \hline \Box45 \end{array} \quad \begin{array}{r} \Box69 \\ + 4\Box2 \\ \hline 71\Box \end{array}$$

- 10 Вычисли наиболее простым способом:

$73 + (246 + 27)$ $64 + 209 + 36 + 71$ $(42 + 79) + (21 + 8)$

- 11 Упрости выражения, используя свойства сложения:

$a + 5 + 7$ $8 + 4 + b$ $6 + k + 9$ $8 + m + 7 + 2$

- 12 Сколькими способами можно разложить 5 одинаковых ручек в 2 пенала?



Моро М.И.

- Здесь же понятие об объёме дается ещё в 1ом классе, однако, в отличие от предыдущих программ, вводится понятие «ёмкость сосуда» и единицы измерения — литры. Речи о кубических сантиметрах/дециметрах/метрах не ведётся. Также даются задания на работу с литрами.



СРАВНИ.
КАКОЕ
РАВЕНСТВО
СЛЕДУЮЩЕЕ?

$$\begin{array}{l} 9 - 2 = \square \\ 9 - 4 = \square \\ 9 - 6 = \square \end{array}$$

Литр

Узнаем, как можно определять вместимость сосудов в литрах (при числах записывают 1 л, 3 л).



3 л



1 л



1 л

- Измерь, сколько стаканов воды в литровой банке, в бидоне, в кастрюле.
- В ведро входит 10 л воды. Сколько литров воды можно долить в ведро, если в нём 6 л? 9 л? 7 л?
- В банке 3 л молока, а в бидоне на 4 л больше. Сколько литров молока в бидоне? Сколько литров молока в банке и бидоне вместе?
- В пакете 1 л вишневого сока. Это 5 стаканов. Ваня выпил утром 2 стакана сока и вечером ещё 1 стакан. Сколько всего стаканов сока он выпил? Сколько стаканов сока осталось?

$$\begin{array}{lll} 5. & 10 - 6 + 4 & 2 - 2 + 6 & 9 - 6 + 4 \\ & 10 - 9 + 6 & 7 + 1 - 1 & 9 - 7 + 2 \end{array}$$

6.	Уменьшаемое		9	10		9	
	Вычитаемое	2	3		5		7
	Разность	6		4	2	2	3

«Проверочные работы», с. 32, 33.

Подводя итоги

- Наиболее подробно объём изучается по программам Истоминой, Аргинской и Петерсон, что обуславливается уже имеющимися представлениями о различных величинах, а также знании и умении работать с такими величинами, как сантиметр/дециметр/метр на момент обучения в 3-м-4-ом классах, в то время как по программе Моро впервые понятие об объёме даётся «вскользь», вследствие несформированности понятия о вышеперечисленных единицах измерения, а также незакреплённых(или отсутствующих) знаний о таких величинах, как длина и площадь.

Благодарю за внимание