



# *Аппроксимация функций*

Выполнили:

Студенты группы


Эс/б-33-о


Велиляев А. С.

Лыжин А. И.

# Аппроксимация

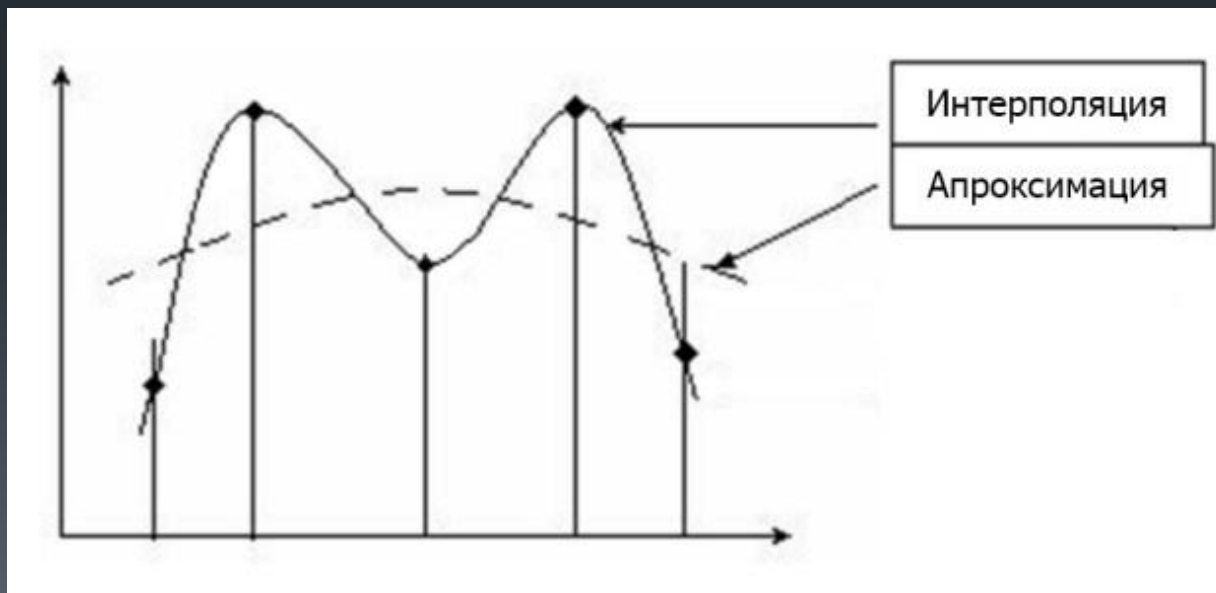
- Аппроксимация (от лат. *proxima* — ближайшая) или приближение — научный метод, состоящий в замене одних объектов другими, в каком-то смысле близкими к исходным, но более простыми.
- Аппроксимацией называется процесс подбора эмпирической формулы  $\varphi(x)$  для установленной из опыта функциональной зависимости  $y=f(x)$ . Эмпирические формулы служат для аналитического представления опытных данных.
- Аппроксимация позволяет исследовать числовые характеристики и качественные свойства объекта, сводя задачу к изучению более простых или более удобных объектов (например, таких, характеристики которых легко вычисляются или свойства которых уже известны)

- 
- Обычно задача аппроксимации распадается на две части. Сначала устанавливают вид зависимости  $y=f(x)$  и, соответственно, вид эмпирической формулы, то есть решают, является ли она линейной, квадратичной, логарифмической или какой-либо другой. После этого определяются численные значения неизвестных параметров выбранной эмпирической формулы, для которых приближение к заданной функции оказывается наилучшим. Если нет каких-либо теоретических соображений для подбора вида формулы, обычно выбирают функциональную зависимость из числа наиболее простых, сравнивая их графики с графиком заданной функции.

- 
- После выбора вида формулы определяют ее параметры. Для наилучшего выбора параметров задают меру близости аппроксимации экспериментальных данных. Во многих случаях, в особенности, если функция  $f(x)$  задана графиком или таблицей (на дискретном множестве точек), для оценки степени приближения рассматривают разности  $f(x_i) - \varphi(x_i)$  для точек  $x_0, x_1, \dots, x_n$ .
  - Обычно определение параметров при известном виде зависимости осуществляют по методу наименьших квадратов. При этом функция  $\varphi(x)$  считается наилучшим приближением к  $f(x)$ , если для нее сумма квадратов невязок  $\delta_i$  или отклонений «теоретических» значений  $\varphi(x_i)$ , найденных по эмпирической формуле, от соответствующих опытных значений  $y_i$  имеет наименьшее значение по сравнению с другими функциями, из числа которых выбирается искомое приближение.

# Аппроксимация в Matlab

- Относительно интерполяции, аппроксимация получила более широкое распространение. Сущность этого метода состоит в том, что табличные данные аппроксимируют кривой, которая не обязательно должна пройти через все узловые точки, а должна как бы сгладить все случайные помехи табличной функции.



## ■ МНК (Метод Наименьших Квадратов)

- Одним из самых популярных методов аппроксимации в Matlab и в других средах, это Метод Наименьших Квадратов ( МНК ). В этом методе при сглаживании опытных данных аппроксимирующую кривую стремятся провести так, чтобы её отклонения от табличных данных по всем узловым точкам были минимальными.
- Суть МНК заключается в следующем: для табличных данных, полученных в результате эксперимента, отыскать аналитическую зависимость, сумма квадратов уклонений которой от табличных данных во всех узловых точках была бы минимальной.
- Аппроксимация в Matlab по МНК осуществляется с помощью функции **polyfit**. Функция **p = polyfit(x, y, n)** находит коэффициенты полинома **p(x)** степени **n**, который аппроксимирует функцию **y(x)** в смысле метода наименьших квадратов. Выходом является строка **p** длины **n+1**, содержащая коэффициенты аппроксимирующего полинома.

# Пример использования в Matlab

- Найти  $y(0.25)$  путём построения аппроксимирующего полинома методом наименьших квадратов согласно данным:

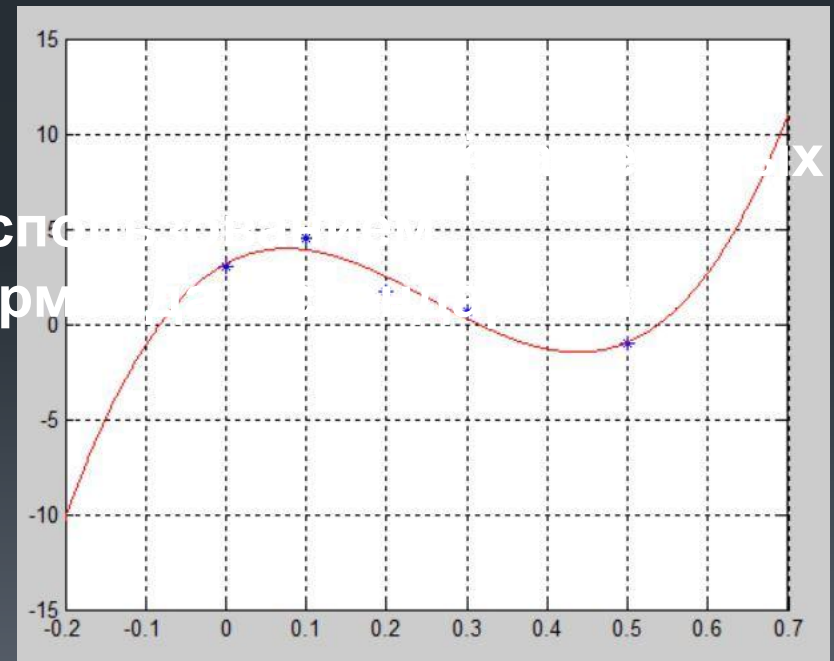
$x$ : 0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.5

$y$ : 3, 4.5, 1.7, 0.7, -1

$p$ : 0.5, 0.8, 1.6, 0.8, 0.1

Построить этот полином без коэффициентов определителя \ операторов.

с использованием  
Вандермонда



- Существует также возможность реализации всего алгоритма через одну функцию, но для преподавателей студентов она скорее всего будет не приемлема. С помощью функции **lsqcurvefit(fun,x0,xdata,ydata)**, где:  
**xdata,ydata** – табличные значения аппроксимируемой функции;  
**x0** – стартовое значение параметров функции;  
**fun** – функция аппроксимации, задаваемая пользователем
- С аналитически-теоретической стороны, существуют такие виды аппроксимации:
  - Аппроксимация ортогональными классическими полиномами.
  - Аппроксимация каноническим полиномом
  - Но на практике их реализацию требуют редко.





*Спасибо за внимание!*