

ТЕМА:

Комбинаторные задачи.

Рассмотрим задачу №1.

Государственные флаги многих стран состоят из вертикальных полос разных цветов. Сколько существует различных флагов, состоящих из двух горизонтальных полос одинаковой ширины и разного цвета - белого, красного и синего?

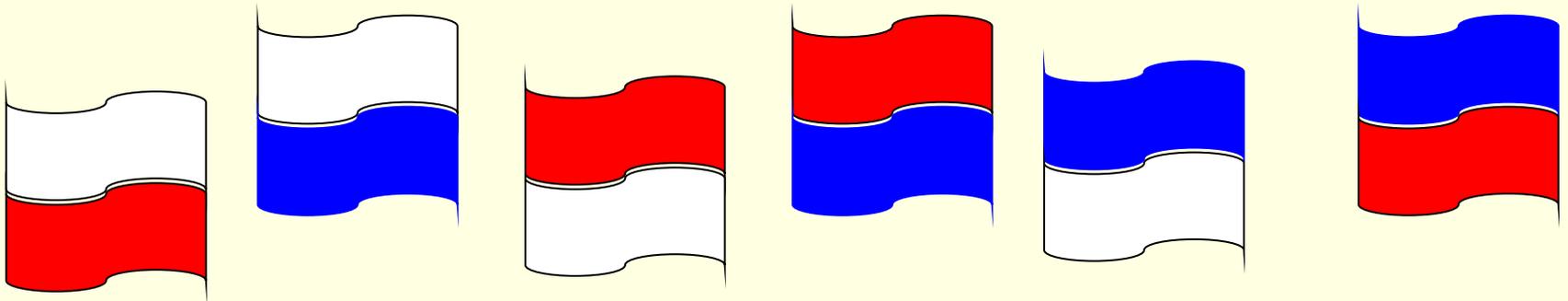
Решение:

Пусть верхняя полоса флага – белая (Б). Тогда нижняя может быть **красной (К)** или **синей (С)**.

Получили две комбинации – два варианта флага.

Если верхняя полоса флага – **красная**, то нижняя может быть **белой** или **синей**. Получили ещё два варианта флага.

Пусть, наконец, верхняя полоса – **синяя**, тогда нижняя может быть **белой** или **красной**. Это ещё два варианта флага.



Всего получили $2 \cdot 3 = 6$ комбинаций – 6 вариантов флагов

Задачи, решая которые приходится составлять различные комбинации из конечного числа элементов и подсчитывать число комбинаций, получили название комбинаторных.

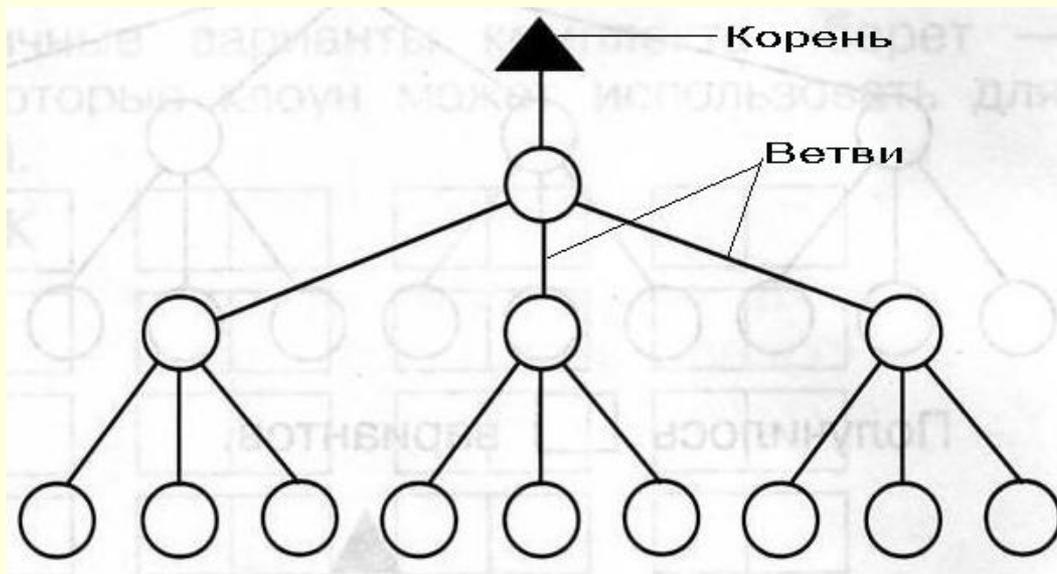
Раздел математики, в котором рассматривают такие задачи, называют комбинаторикой.

Комбинаторика (от латинского combinare) означает "соединять, сочетать".

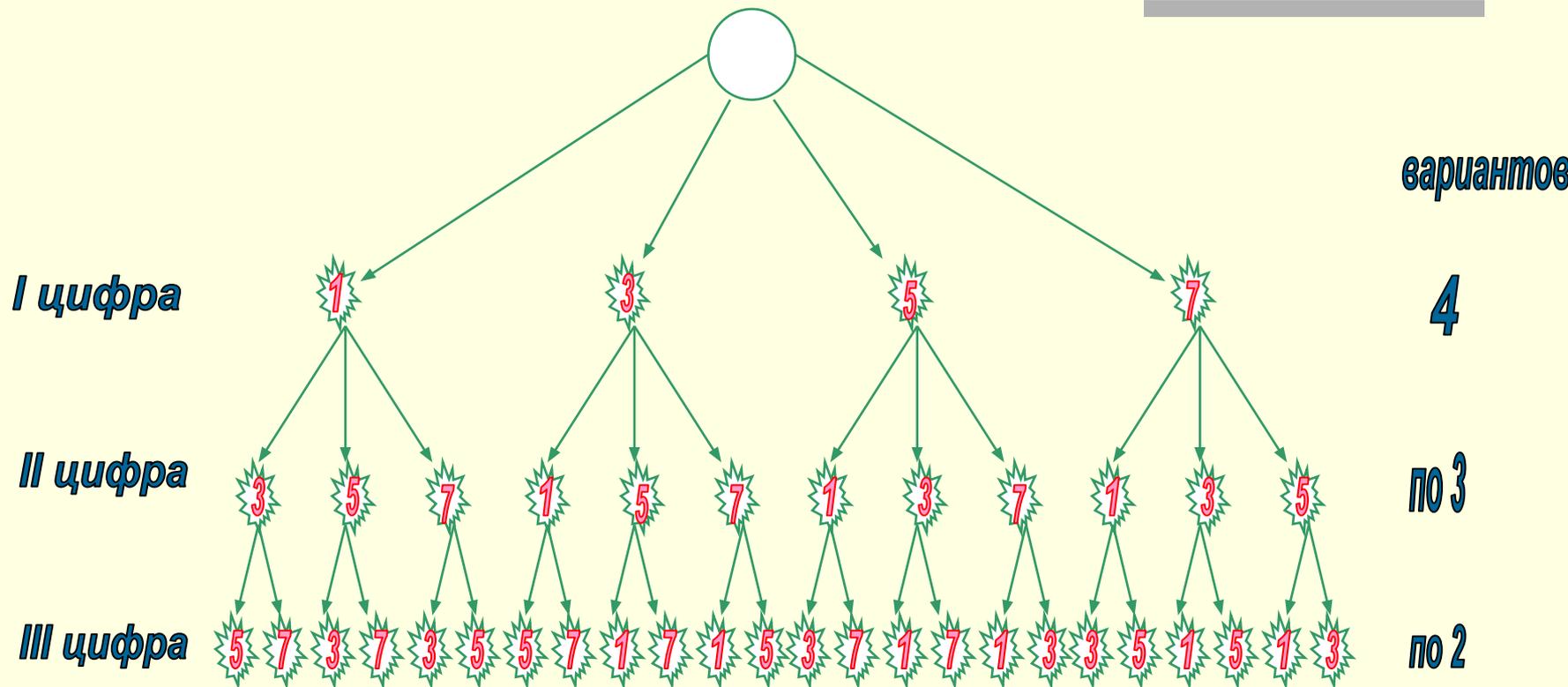
Задача №2.

- **Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 1,3,5,7, используя в записи числа каждую из них не более одного раза?**

ДЕРЕВО ВОЗМОЖНЫХ ВАРИАНТОВ – граф, схема, отражающая структуру задачи, упорядочения многошагового процесса принятия решений. *Ветви* дерева отображают различные события, которые могут иметь место, а *корень* дерева – состояние, в котором возникает необходимость выбора.



Проведенный перебор вариантов проиллюстрируем на схеме называемой деревом возможных вариантов.



**Рассуждая так: первую цифру можно выбрать 4 способами,
вторую цифру уже 3 способами, наконец,
третью двумя способами.**

Т.о. общее число искомых трехзначных чисел равно произведению:

$$4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$$

Выпишем все такие числа.

Пусть на первом месте стоит:

цифра 1, получим

135, 137, 153, 157, 173, 175.

Цифра 3, получим

315, 317, 351, 357, 371, 375.

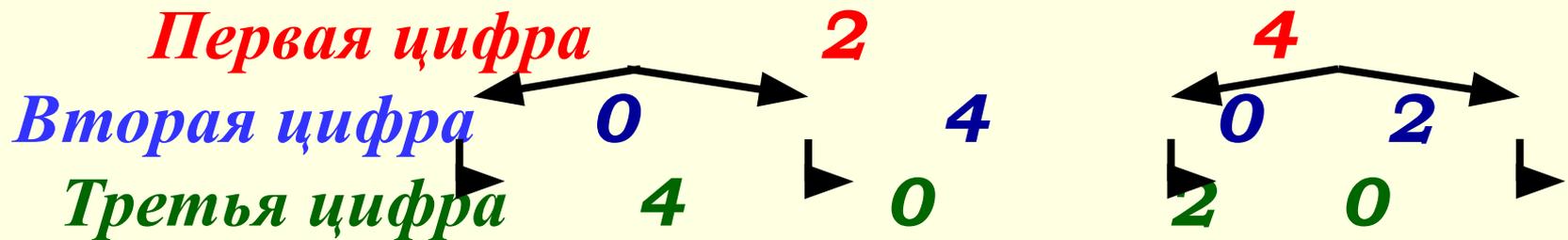
Цифра 5, получим

513, 517, 531, 537, 571, 573.

Цифра 7, получим

713, 715, 731, 735, 751, 753.

Задача 3: Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 0, 2, 4, если цифры в записи числа не повторяются?



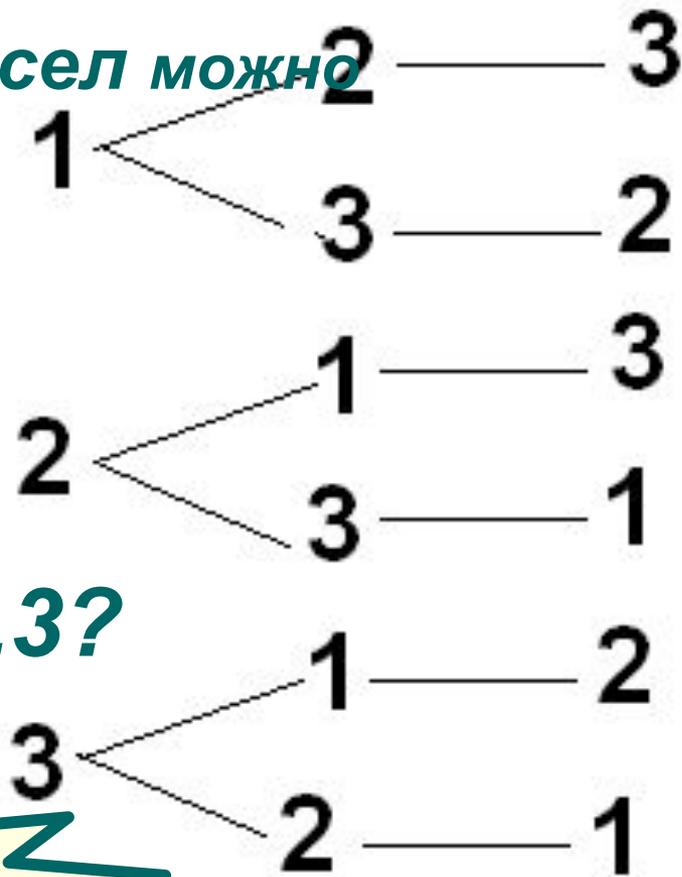
Решение: 204, 240, 402, 420 – 4
числа

Задача № 4.

Сколько четырёхзначных чисел можно
составить, используя

цифры 1,2,3,4?

Сколько трёхзначных чисел можно получить, используя цифры 1,2,3?



6

24

Это числа:
123, 132, 213,
231, 312, 321

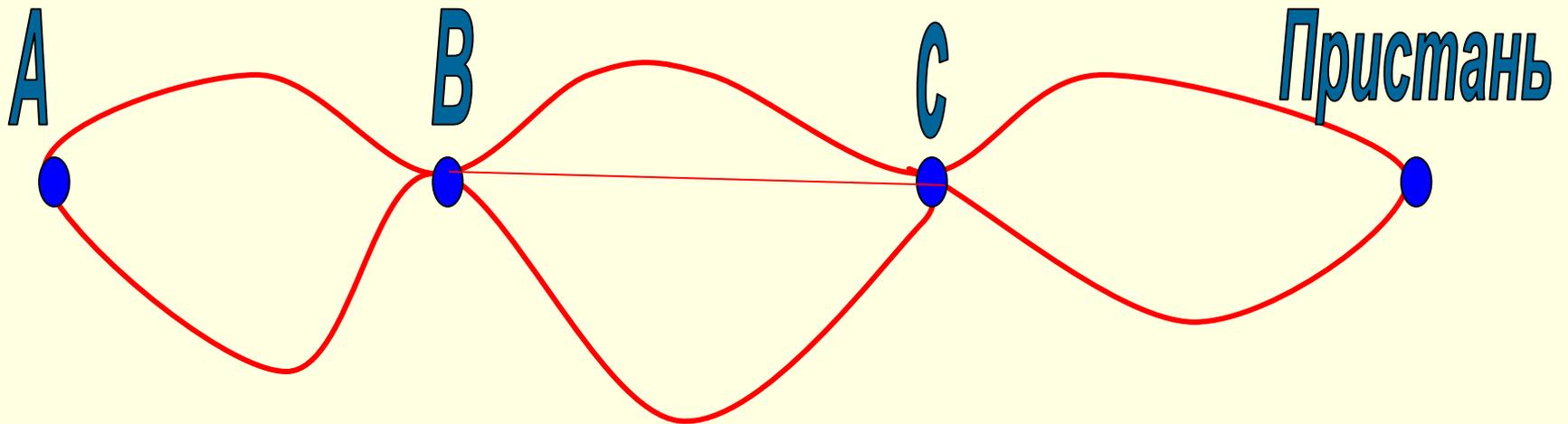
Мы нашли ответ на поставленный вопрос, используя так называемое комбинаторное правило умножения.

Пусть имеется n элементов и требуется выбрать один за другим некоторые k элементов. Если первый элемент можно выбрать n_1 способами, после чего второй элемент можно выбрать из оставшихся элементов n_2 способами, затем третий элемент n_3 способами и т. д., то число способов, которыми могут быть выбраны все k элементов, равно произведению

$$n_1 \cdot n_2 \cdot n_3 \cdot \dots \cdot n_k .$$

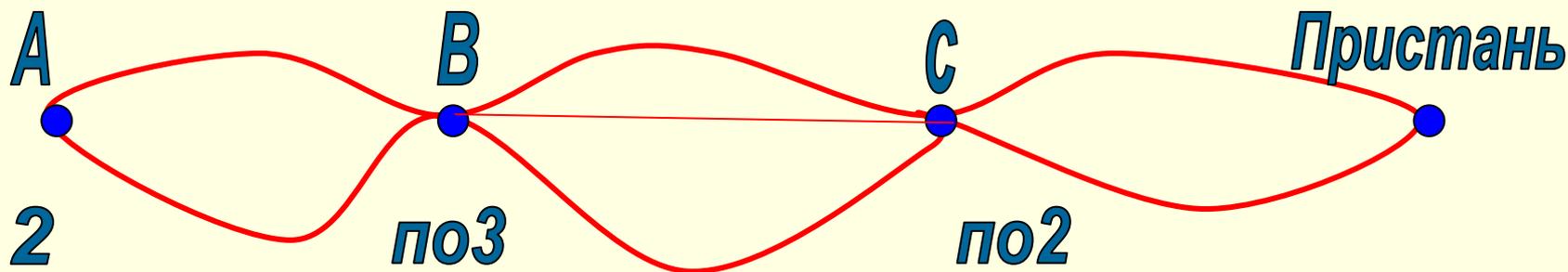
Задача № 5.

- Из города *A* в город *B* ведут две дороги, из города *B* в город *C* – три дороги, из города *C* до пристани – две дороги. Туристы хотят проехать из города *A* через города *B* и *C* к пристани. Сколькими способами они могут выбрать маршрут.



Решение:

Путь из *A* в *B* туристы могут выбрать двумя способами. Далее в каждом случае они могут проехать из *B* в *C* тремя способами. Значит имеются $2 \cdot 3$ вариантов маршрутов из *A* в *C*. Так как из *C* на пристань можно попасть двумя способами, то всего существует $2 \cdot 3 \cdot 2$, т.е. 12, способов выбора туристами маршрута из города *A* к пристани.



Задача 6. Сколько четных двузначных чисел можно составить из цифр 0, 1, 2, 4, 5, 7?

	0	2	4
1	10	12	14
2	20	22	24
4	40	42	44
5	50	52	54
7	70	72	74

Решение:

**Первые цифры искомых чисел: 1, 2, 4, 5, 7,
второй цифрой искомых чисел могут быть: 0, 2, 4.**

$5 \cdot 3 = 15$ двузначных чисел

Правило треугольника

- **Задача 7:** Встретились 5 друзей и обменялись рукопожатиями. Сколько всего сделано рукопожатий?

• **Решение.**

	1	2	3	4	5
1	-	+	+	+	+
2	-	-	+	+	+
3	-	-	-	+	+
4	-	-	-	-	+
5	-	-	-	-	-

Ответ: 10 рукопожатий.

Сколько пятизначных можно составить используя цифры 7; 8; 9 (цифры могут повторяться)?

*Как видим, в этой задаче перебор довольно
затруднителен. Решим задачу иначе.*

*На первом месте может стоять
любая из трех цифр – 3 варианта.*

*На втором месте может стоять
любая из трех цифр – 3 варианта.*

*На третьем месте может стоять
любая из трех цифр – 3 варианта.*

*На четвертом месте может
стоять любая из трех цифр –
3 варианта.*

*На пятом месте может
стоять любая из трех цифр –
3 варианта.*

$$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 243$$

№8

Театральную сцену освещают 3 прожектора разных цветов: белый, красный, зеленый. Каждый включается и выключается по отдельности. Сколько имеется вариантов освещения сцены?

Решение:

Обозначим:

б – белый прожектор;

к – красный прожектор;

з – зеленый прожектор.

Тогда возможны варианты:

все прожекторы погашены (–) 1 вариант;

горит один прожектор (б, к, з) – 3 варианта;

горит два прожектора (бк, бз, кз) – 3 варианта;

горит три прожектора (бкз) – 1 вариант.

$1 + 3 + 3 + 1 = 8$ (вариантов) – освещения всего.

Ответ: 8 вариантов

Задачи

1. Мастер должен обшить 12 стульев обшивкой красного, коричневого и зелёного цвета. Сколькими способами он может это сделать?

Ответ: $12 \cdot 3 =$

2. Сколькими способами можно выбрать гласную и согласную буквы из слова «правило»?

Ответ: $3 \cdot 4 =$

3. На первой полке стоит 5 книг, а на второй 10. Сколькими способами можно выбрать одну книгу с первой полки и одну со второй?

Ответ: $5 \cdot 10 =$

4. Сколько существует пятизначных чисел, которые одинаково читаются слева направо и справа налево?

Ответ: $9 \cdot 10 \cdot 10 =$
 900

Решение комбинаторных задач

Выпишите все возможные двузначные и трёхзначные числа, которые можно составить из цифр 0, 1, 2, 3, используя каждую цифру в записи числа только один раз. Сколько всего таких чисел?

9 – двузначных и 18 – трехзначных.

?

Сколькими способами можно разменять 10 р. монетами по 1, 2 и 5 р.? (Считайте, что имеется необходимое число монет каждого достоинства.)

10 способами



?

• Способы решения комбинаторных задач

- Перебор возможных вариантов.
- Таблицей.
- Дерево возможных вариантов.
- Правило умножения.
- Правило треугольника.

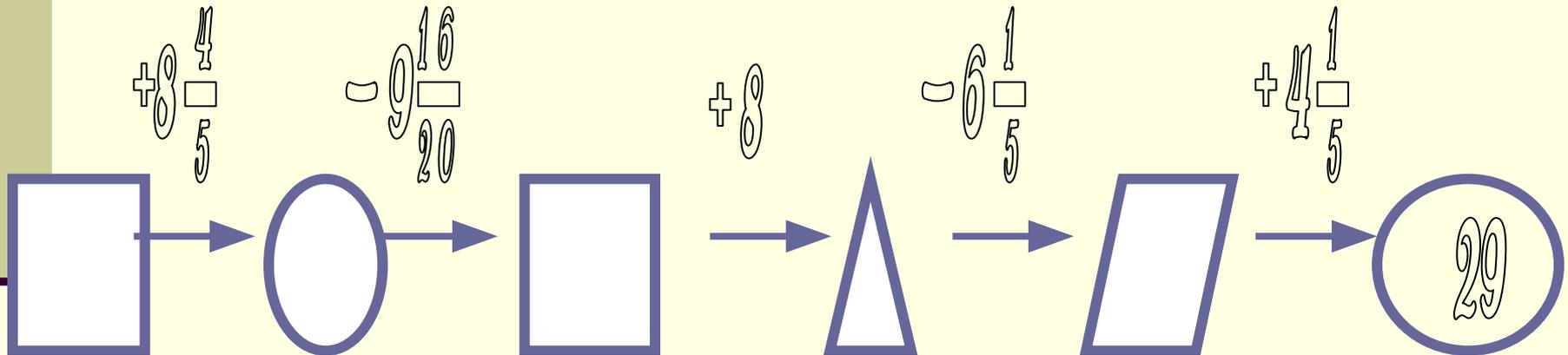
Домашнее задание

- Пункт учебника 10.4 внимательно прочитайте,
- Решить задачи №№1 – 6 с последующих слайдов.
- Оформить решение комбинаторной задачи и выполнить письменно проверку с помощью вычисления числовых цепочек .

Задание №1.

Сколько существует флагов составленных из трех горизонтальных полос одинаковой ширины и различных цветов - белого, зеленого, красного и синего?

Решив задачу, проверьте ответ, найдя пропущенные числа.



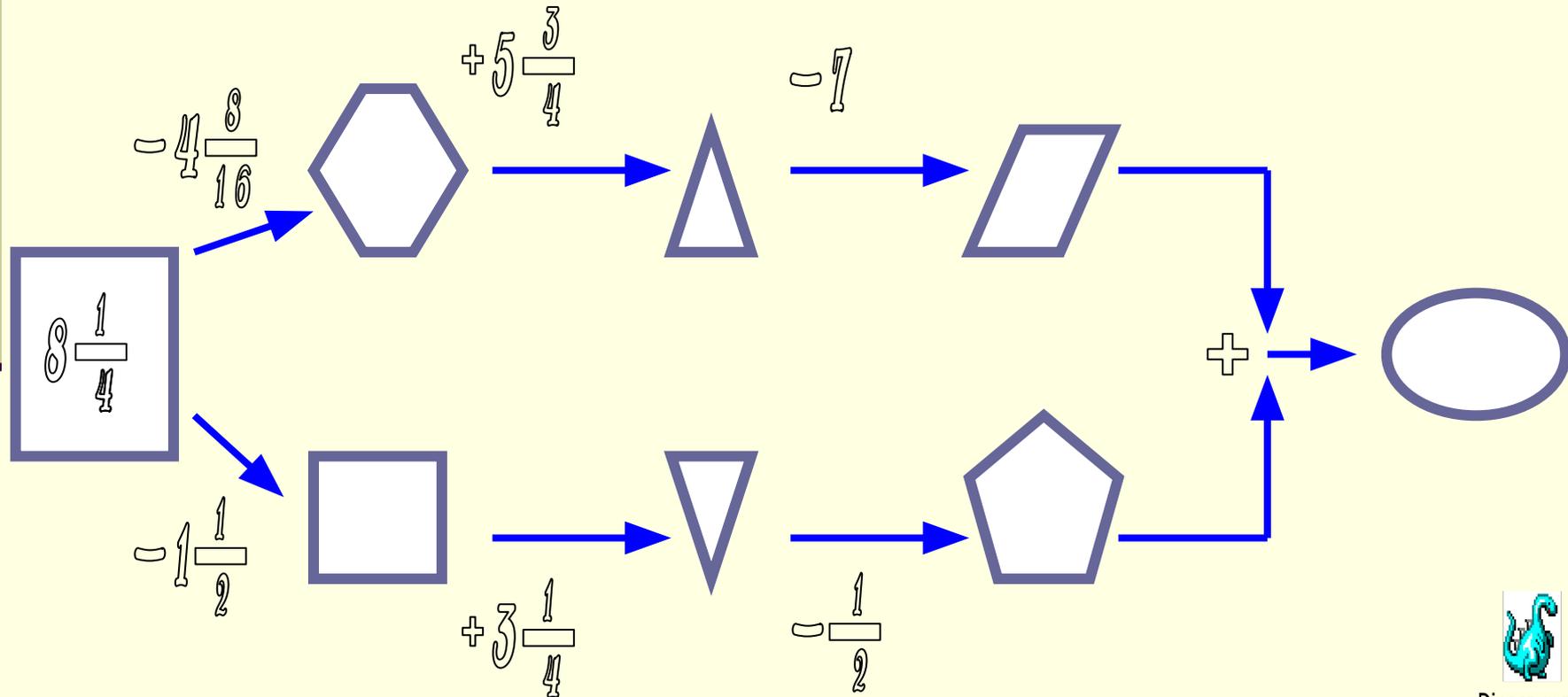
Есть ли среди этих флагов Государственный флаг Российской Федерации?



Задание №2.

Сколько различных трехзначных чисел (без повторения цифр) можно составить из нечётных цифр, которые являются кратными 5.

Проверь ответ, найдя пропущенные числа.



Задание №3.

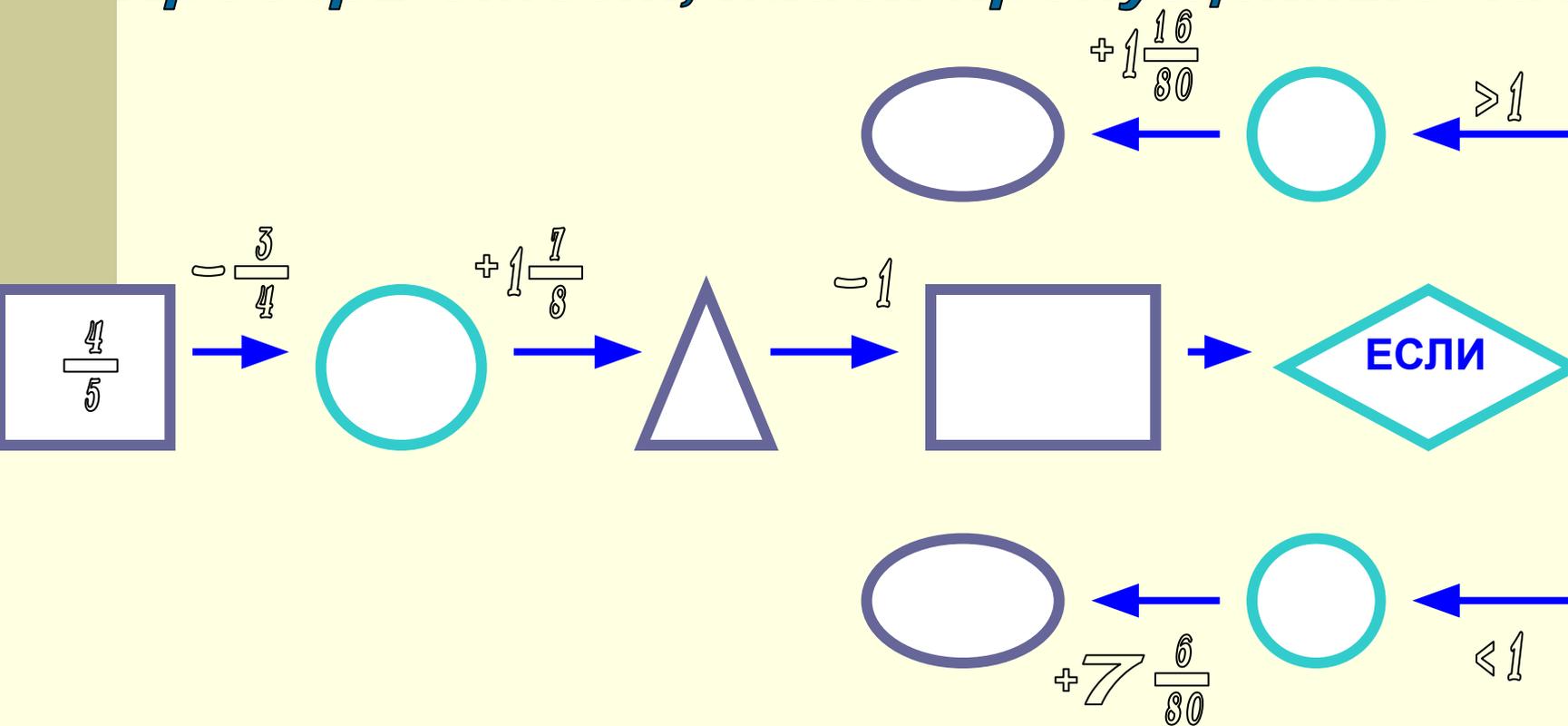
В школьной столовой предлагают два первых блюда: борщ и лапша

- и четыре вторых блюда: пельмени, котлеты, гуляш, рыба.

Сколько обедов из двух блюд может заказать посетитель?

Перечислите их.

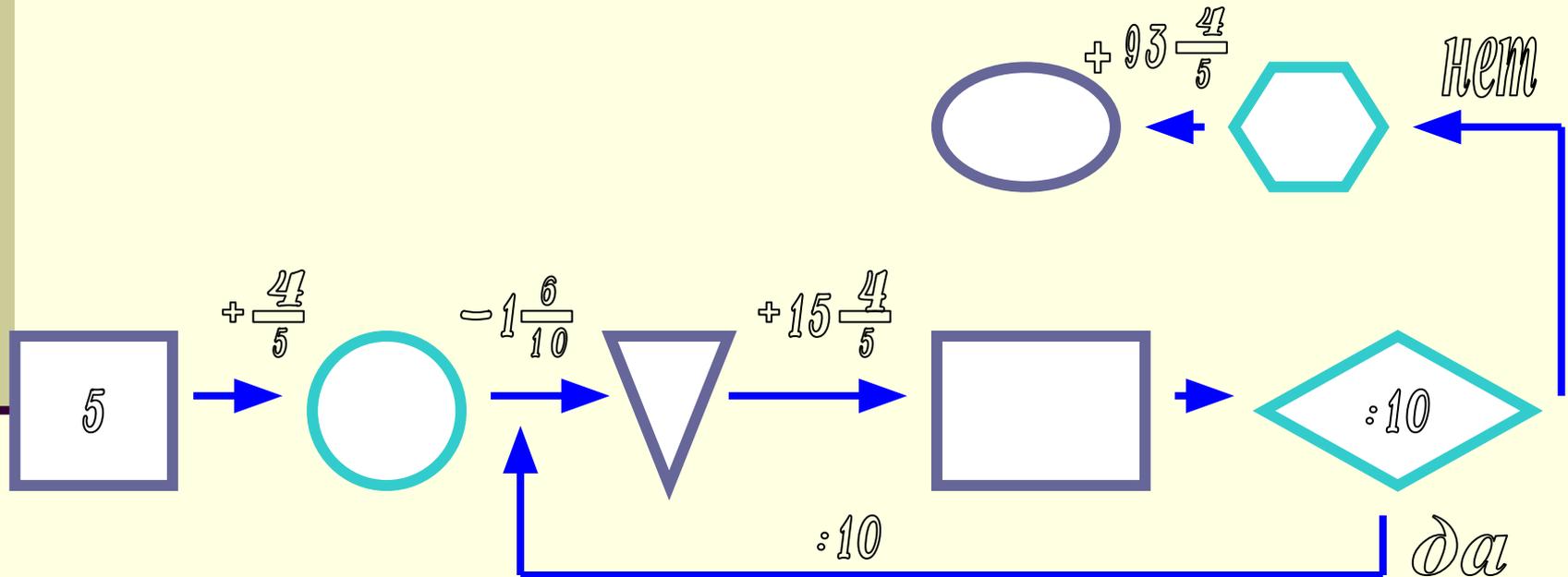
Проверь ответ, найдя пропущенные числа.



Задание №4.

Учащиеся 6 класса решили обменяться фотографиями.

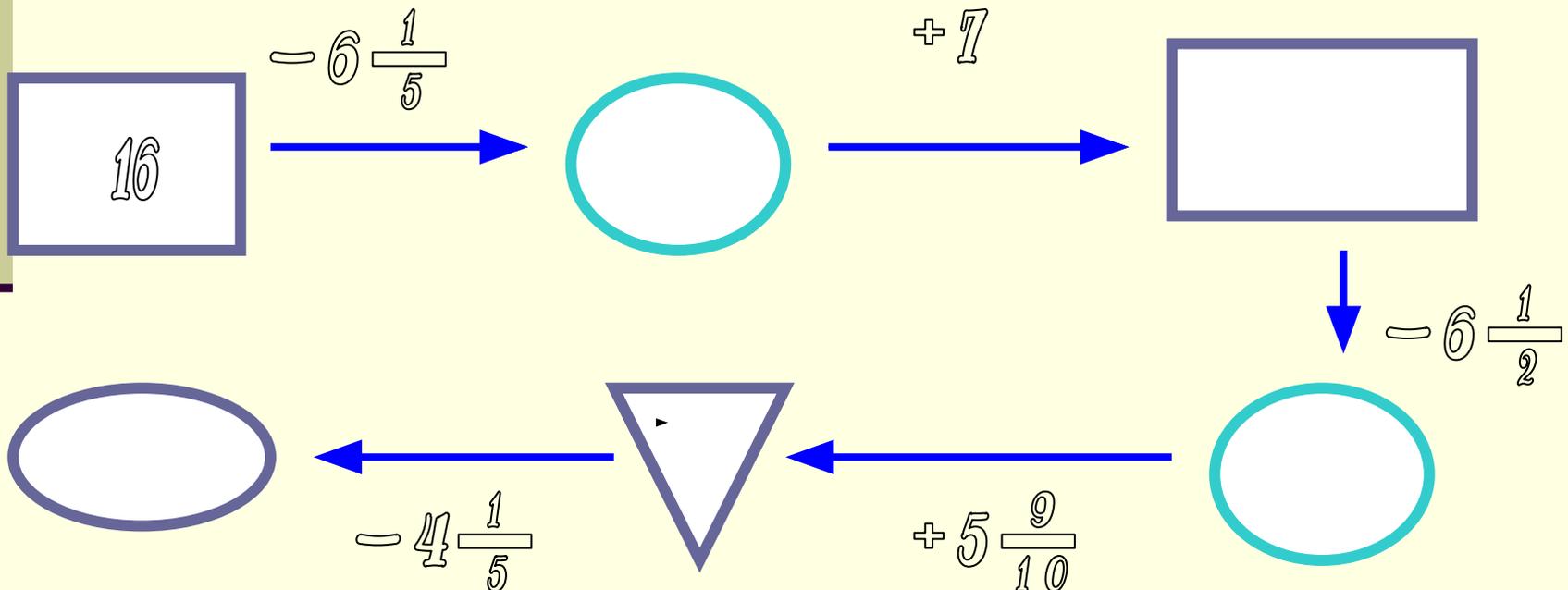
Сколько фотографий для этого потребуется, если в классе 11 учащихся.
Проверь ответ, найдя пропущенные числа.



Задание №5.

Из села Терновка в село Родничок ведут 3 дороги,
а из села Родничок в город Балашов - 4 дороги.
**Сколькими способами можно попасть из с.Терновка
в г.Балашов через с.Родничок?**

Проверь ответ, найдя пропущенные числа.



Задание №6.

В кафе имеются 4 первых блюда,
5 вторых и 2 третьих.

Сколькими способами посетители
кафе могут выбрать обед, состоящий
из первого, второго и третьего блюд?

Проверь ответ, найдя пропущенные числа.

