

Земной шар радиуса R вращается равномерно с угловой скоростью ω . Вдоль меридиана движется автомобиль с постоянной скоростью u относительно Земли. Определить абсолютную скорость и абсолютное ускорение автомобиля, приняв его за материальную точку. Автомобиль находится на широте α .

Решение.

Свяжем подвижную систему координат с Землей.

Тогда переносное движение – вращательное с угловой скоростью $\omega_e = \omega$.

Относительная траектория – окружность радиуса R .

По теореме о сложении скоростей:

$$\bar{v}_A = \bar{v}_r + \bar{v}_e$$

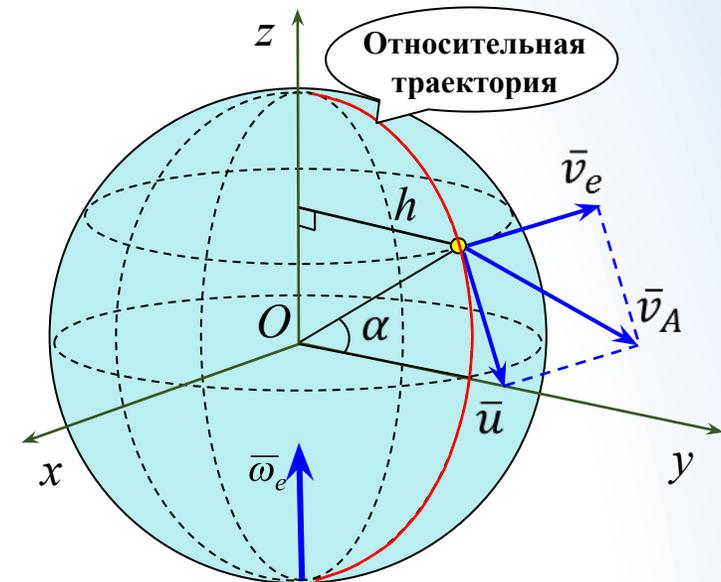
Относительная скорость $\bar{v}_r = \bar{u}$

Переносная скорость направлена по касательной к параллели и равна:

$$v_e = \omega h = \omega R \cos \alpha$$

Поскольку переносная и относительная скорости ортогональны, то:

$$v_A = \sqrt{(v_r)^2 + (v_e)^2} = \sqrt{u^2 + (\omega R \cos \alpha)^2}$$



Дано:

$$\omega(t) = 2t \text{ с}^{-1}, OM(t) = 4t^2 \text{ см. } \alpha = 60^\circ, t = 1 \text{ с.}$$

Определить:

$$v_M, a_M$$

Решение.

Относительное движение – вдоль радиуса

$$v_r = \dot{OM} = 8t; \quad v_r(1) = 8 \text{ см/с}$$

Переносное движение – вращение относительно оси O_1O_2

$$v_e = \omega_e OM \sin \alpha = 2t \cdot 4t^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}; \quad v_e(1) \approx 6,93 \text{ см/с}$$

$$v_M = \sqrt{v_r^2 + v_e^2} \approx 10,58 \text{ см/с}$$

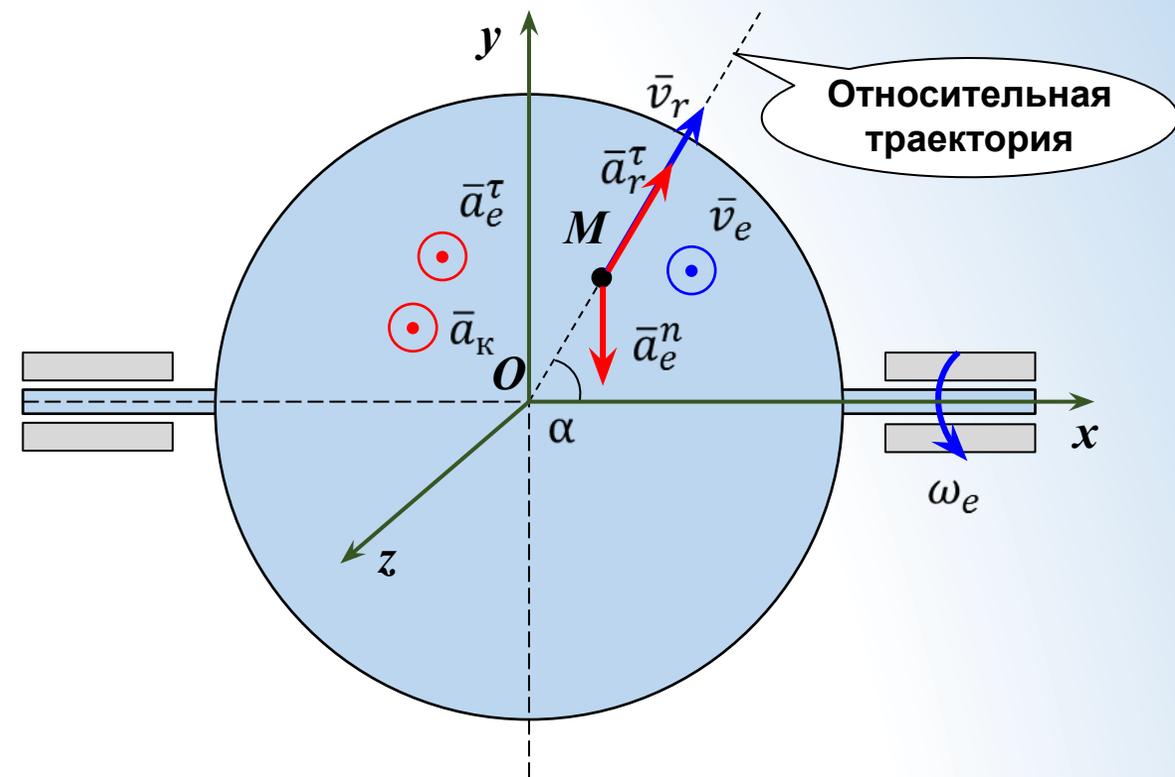
$$a_r^{\tau} = \ddot{OM} = 8 \text{ см/с}^2$$

$$a_e^n(t) = \omega_e^2 OM \sin \alpha = 4t^2 \cdot 4t^2 \frac{\sqrt{3}}{2} = 8\sqrt{3} \text{ см/с}^2 \approx 13,86 \text{ см/с}^2$$

$$\varepsilon_{ez} = \dot{\omega}_e = 2 \text{ рад/с}^2$$

$$a_e^{\tau}(t) = \varepsilon_e \cdot OM \sin \alpha = 2 \cdot 4t^2 \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3} \text{ см/с}^2 \approx 6,9 \text{ см/с}^2$$

$$\bar{a}_K = 2\bar{\omega}_e \times \bar{v}_r; \quad a_K = 2\omega_e \cdot v_r \sin \alpha = 2 \cdot 2t \cdot 8t \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 27,71 \text{ см/с}^2$$



$$a_M = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} =$$

$$= \sqrt{(a_r^{\tau} \cos \alpha)^2 + (a_r^{\tau} \sin \alpha - a_e^n)^2 + (a_e^{\tau} + a_K)^2} \approx 35,54 \text{ см/с}^2$$

Дано: $v_r = 2 \text{ м/с}$, $R = 0,5 \text{ м}$, $v_c = 4 \text{ м/с}$, $a_c = 1 \text{ м/с}^2$.

Определить: v_M, a_M

Решение:

Переносное движение – плоское (качение колеса).

$$\omega_e = \frac{v_c}{R} = \frac{4}{0,5} = 8 \text{ рад/с}, \quad \varepsilon_e = \frac{a_c}{R} = \frac{1}{0,5} = 2 \text{ рад/с}^2$$

Относительная траектория – окружность.

$$\bar{v}_M = \bar{v}_r + \bar{v}_e$$

$$v_e = \omega_e MP = 8 \text{ м/с},$$

$$v_M = v_r + v_e = 2 + 8 = 10 \text{ м/с}$$

$$\bar{a}_M = \bar{a}_r + \bar{a}_e + \bar{a}_k$$

$$\bar{a}_M = \bar{a}_r^n + \bar{a}_r^\tau + (\bar{a}_c + \bar{a}_{MC}^n + \bar{a}_{MC}^\tau)_e + \bar{a}_k$$

$$a_r^\tau = 0, \quad a_r^n = \frac{v_r^2}{R} = \frac{2^2}{0,5} = 8 \text{ м/с}^2$$

$$a_{MC}^\tau = \varepsilon_e R = 1 \text{ м/с}^2 \quad a_{MC}^n = \omega_e^2 R = 32 \text{ м/с}^2$$

$$a_k = 2\omega R = 2 \cdot 8 \cdot 2 = 32 \text{ м/с}^2$$

$$a_M = \sqrt{(a_r^n + a_{MC}^n + a_k)^2 + (a_c + a_{MC}^\tau)^2} \approx 72,03 \text{ м/с}^2$$

