

#БЕСЕДУЮТ МАТЕМАТИКИ

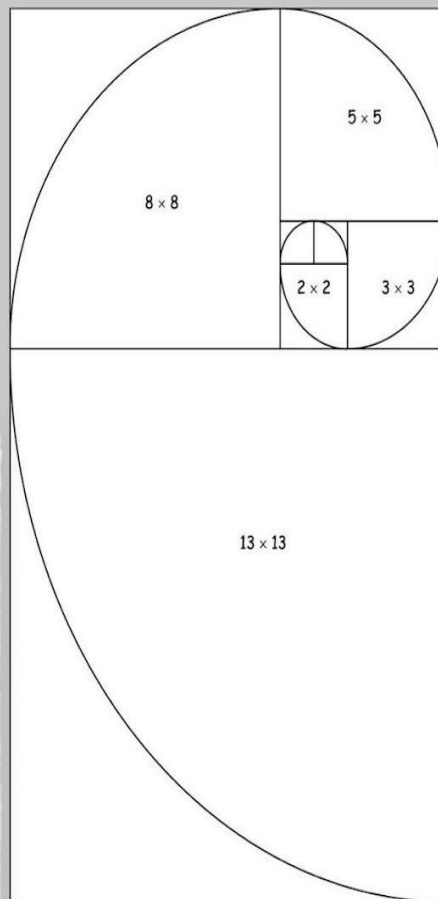
20.11.2019

ЧИСЛА

ФИБОНАЧЧИ



ЛЕОНАРДО ПИЗАНСКИЙ (ЛАТ. LEONARDUS PISANUS, ИТАЛ. LEONARDO PISANO) –
ПЕРВЫЙ КРУПНЫЙ МАТЕМАТИК СРЕДНЕВЕКОВОЙ ЕВРОПЫ.
НАИБОЛЕЕ ИЗВЕСТЕН ПОД ПРОЗВИЩЕМ **ФИБОНАЧЧИ**.



The Fibonacci Sequence

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377...

$$1+1=2$$

$$1+2=3$$

$$2+3=5$$

$$3+5=8$$

$$5+8=13$$

$$8+13=21$$

$$13+21=34$$

$$21+34=55$$

$$34+55=89$$

$$55+89=144$$

$$89+144=233$$

$$144+233=377$$

Числа Фибоначчи

Происхождение последовательности:

Последовательность была известна в Древней Индии, но более широко известна стала при жизни ее основного исследователя – Леонардо Пизанского, более известного, как **Фибоначчи** (1202 год).

Он рассматривал применение этой последовательности в задаче об идеализированной паре кроликов, о которой дальше...

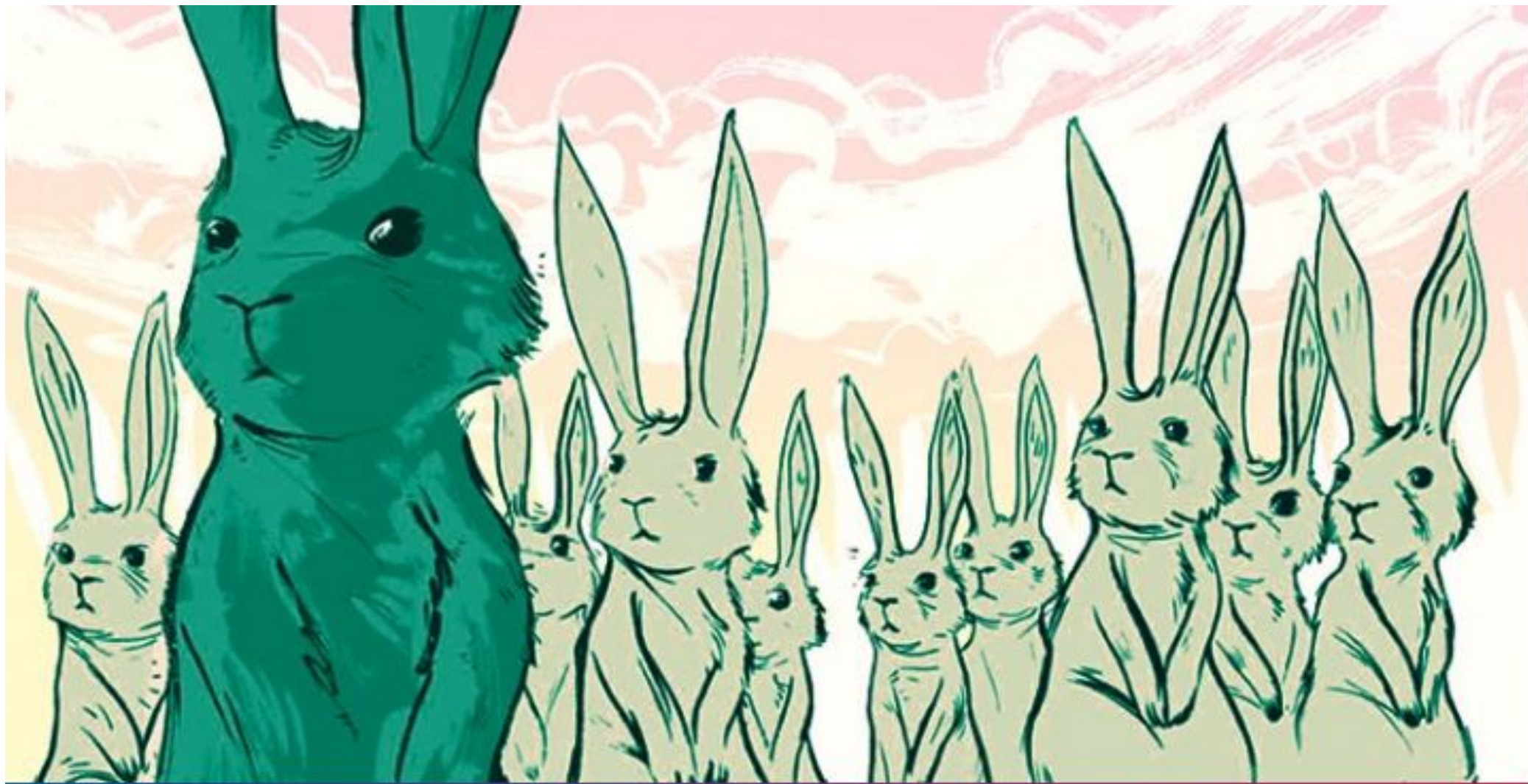
Формула последовательности:

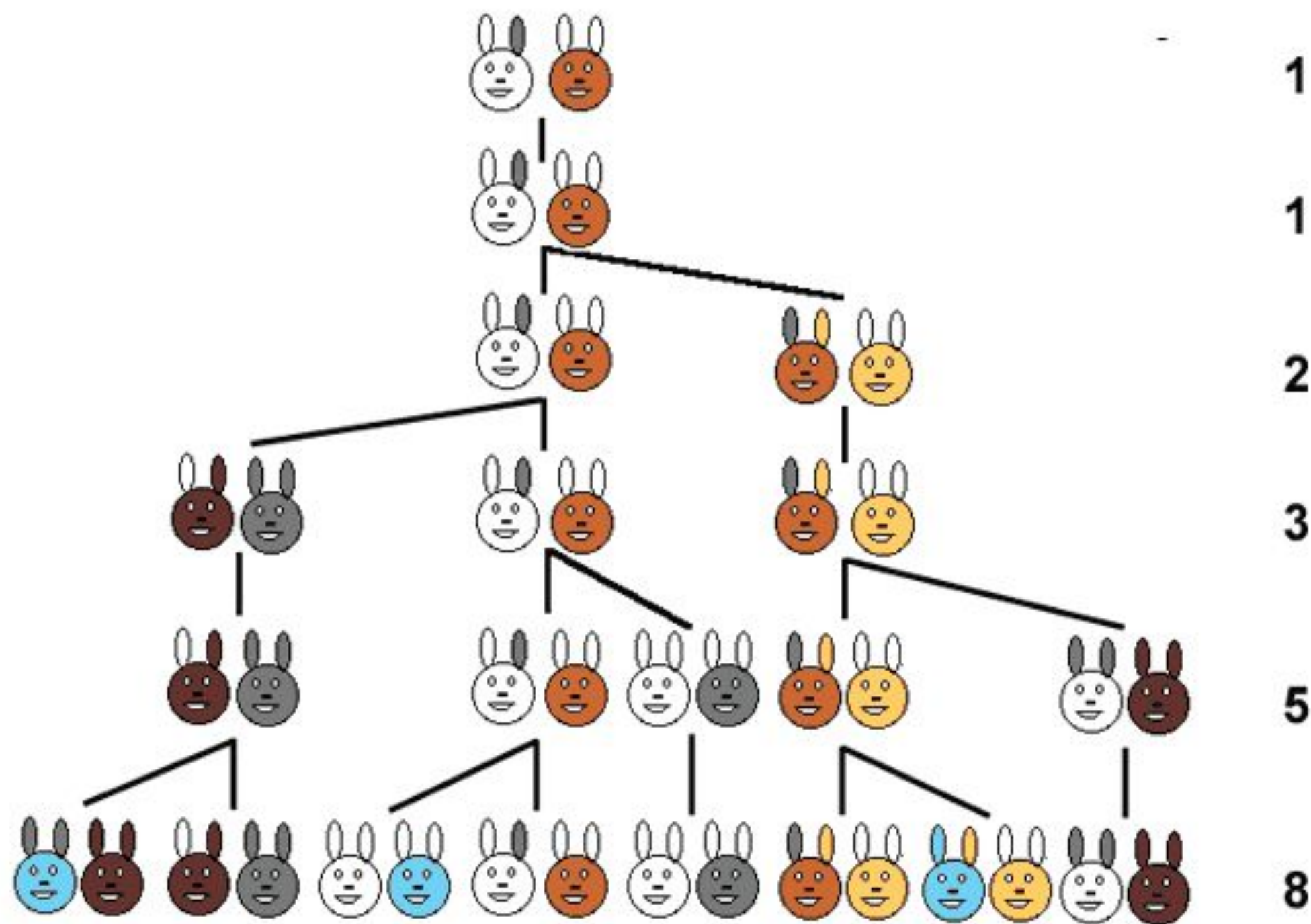
$$F_n + F_{n+1} = F_{n+2}$$

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987...

Задача про кроликов





Задача про кроликов Решение

Решение:

Имеем:

- Одну пару кроликов в начале первого месяца, которая спаривается в конце месяца
- Две пары кроликов во втором месяце (первая пара и потомство)
- Три пары кроликов в третьем месяце (первая пара, потомство первой пары с прошлого месяца и новое потомство)
- Пять пар кроликов в четвёртом месяце (первая пара, первое и второе потомство первой пары, третье потомство первой пары и первое потомство второй пары)

Из этого следует, что количество кроликов в месяц «n» = количеству кроликов прошлого месяца + количество новых пар кроликов, то есть, формула: $F_n + F_{n+1} = F_{n+2}$.

Так как спрашивается, сколько кроликов будет через год, в качестве ответа будет 14 число последовательности (не учитывается в задаче первое число – 1), **377 (пар)**, т.е. **754** кролика.

Числа Фибоначчи. Свойства

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987...

**Если сложить все члены последовательности , то легко
можно вычислить их сумму**

$$\bullet F_1 + F_2 + F_3 + \dots + F_n = F_{n+2} - 1.$$

**1. А если сложить все члены последовательности с
нечетными индексами ?**

**2. А если сложить все члены последовательности с четными
индексами ?**

Интересные свойства последовательности чисел Фибоначчи.

Символическая запись

- $F_1 + F_2 + F_3 + \dots + F_n = F_{n+2} - 1.$
- $F_1 + F_3 + F_5 + \dots + F_{2n-1} = F_{2n}.$
- $F_2 + F_4 + F_6 + \dots + F_{2n} = F_{2n+1} - 1.$

Свойства последовательности:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987...

- $(F_n)^2 + (F_{n+1})^2 + 2(F_n * F_{n+1}) = \underline{\hspace{2cm}}$

- $F_{n+1}F_{n+2} - F_nF_{n+3} =$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Числа Фибоначчи – простейшая последовательность чисел, однако она имеет множество неожиданных и интересных свойств.

МУЗЫКАЛЬНАЯ ПАУЗА



ТРЕУГОЛЬНИК ПАСКАЛЯ

19 июня 1623 г - 19 августа 1662 г.

**математик, физик, писатель и
религиозный философ**

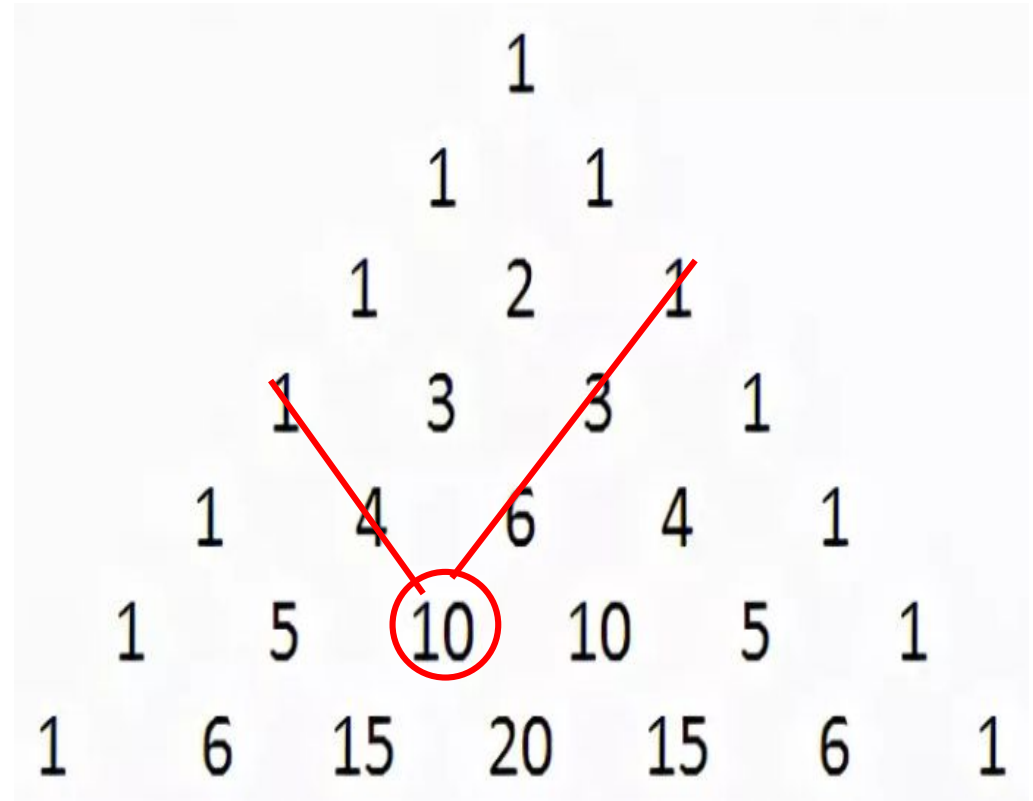


Треугольник Паскаля

[illegible]

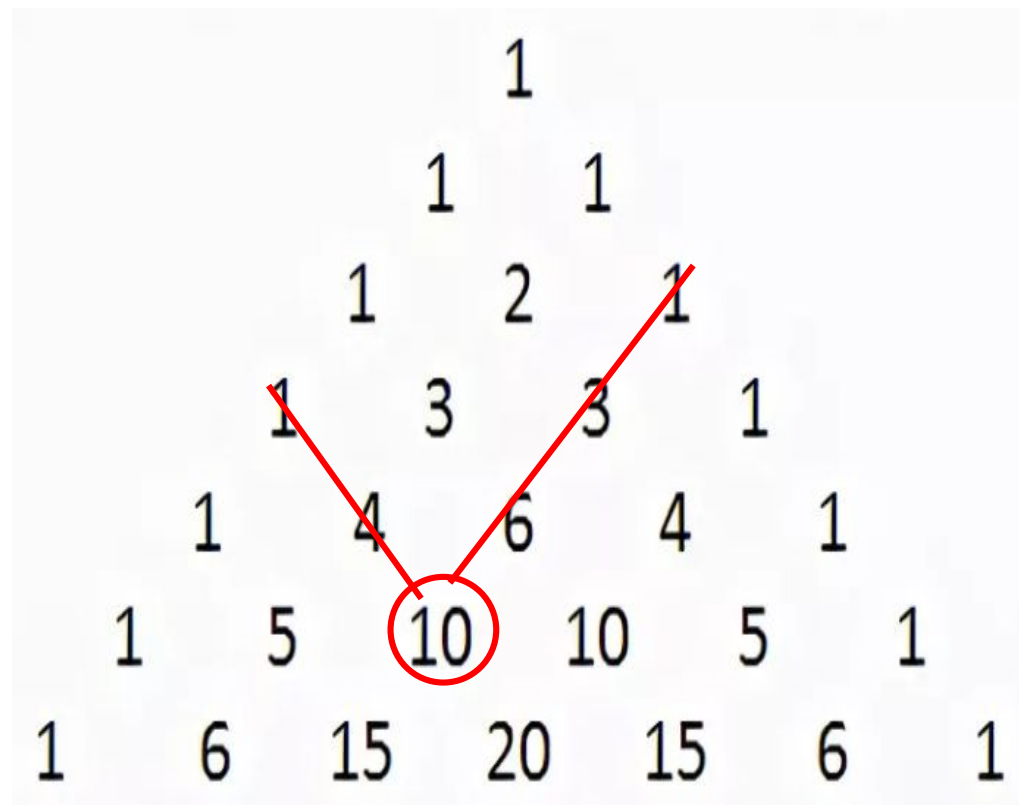
ИЩЕМ СВОЙСТВА

Любой элемент из
треугольника Паскаля,
уменьшенный на единицу,
равен
сумме всех чисел,
расположенных внутри
параллелограмма,
который ограничен левыми
и правыми диагоналями,
пересекающимися на этом
числе.



СВОЙСТВА

1. Два первых диагональных ряда состоят из 1.
2. Два вторых диагональных ряда – натуральный ряд.
3. Сумма чисел n -й строки треугольника Паскаля равна ____
4. Все числа в n -й строке, кроме единиц, делятся на число n , тогда и только тогда, когда n является ____.
5. Любой элемент из треугольника Паскаля, уменьшенный на единицу, равен сумме всех чисел, расположенных внутри параллелограмма, который ограничен левыми и правыми диагоналями, пересекающимися на этом числе.
6. В каждой строке сумма чисел на четных местах равна сумме ____



СВОЙСТВА

1. В строке с номером n :

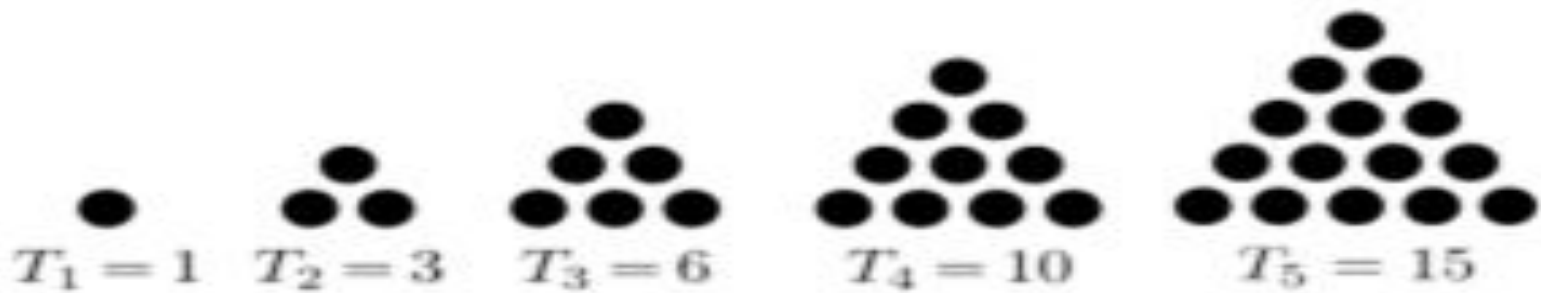
1) первое и последнее числа _____

2) второе и предпоследнее числа _____

3) третье число равно треугольному числу $T_n = n(n+1)/2$

4) четвёртое число является _____.

$$T_n = n(n+1)(n+2)/6$$



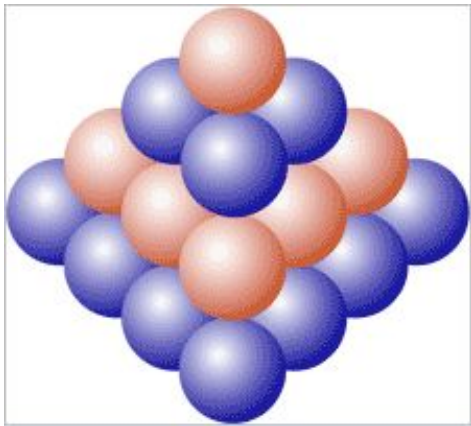
Треугольные числа

0, 1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45, 55, 66, 78, 91, 105,
120, 136, 153, 171, 190, 210, 221, 243, 266, 290 ...

СВОЙСТВА

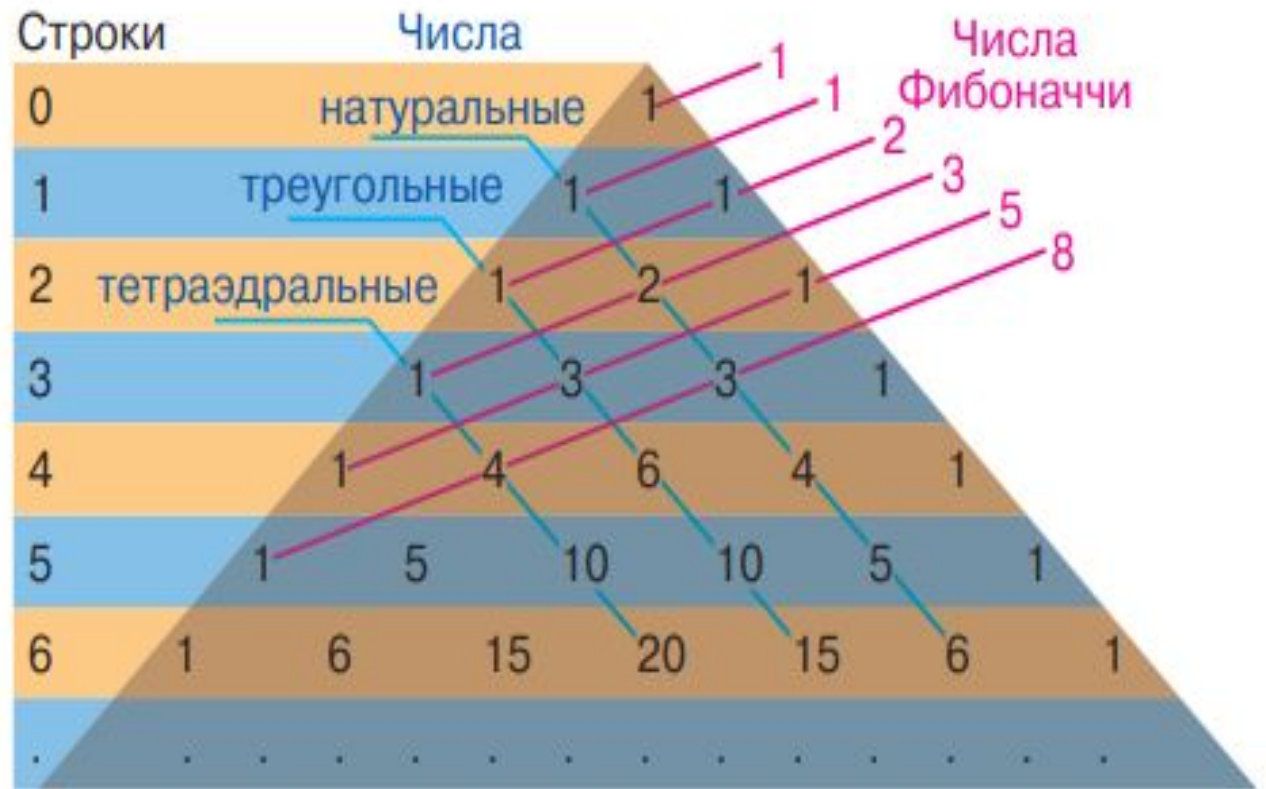
4) четвёртое число является _____.

$$T_n = n(n+1)(n+2)/6$$



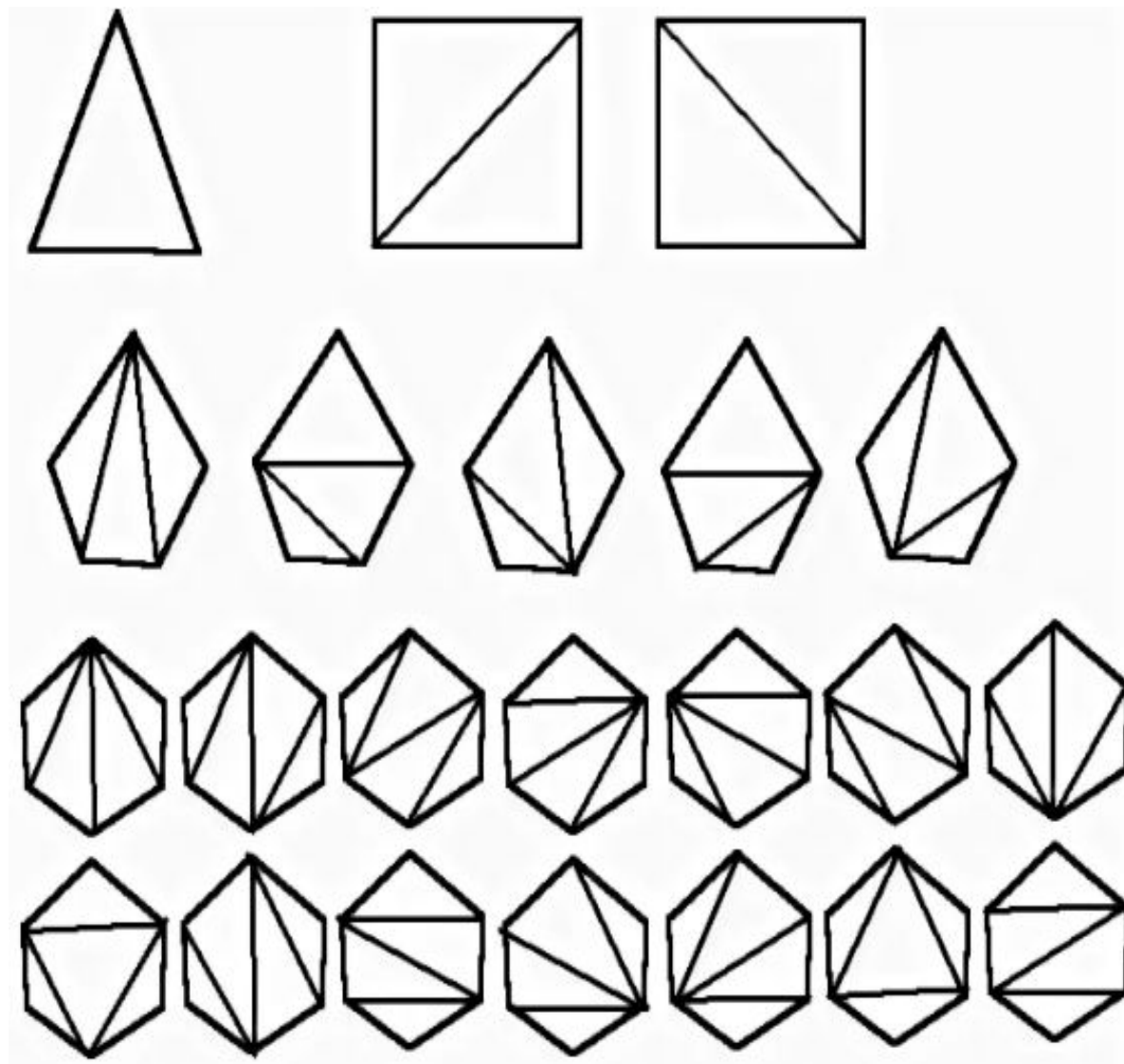
Числа Фибоначчи

0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34,
55, 89, 144, 233, 377, 610,
987, 1597, 2584, 4181, 6765,
10946, 17711, ...



ЧИСЛА КАТАЛАНА

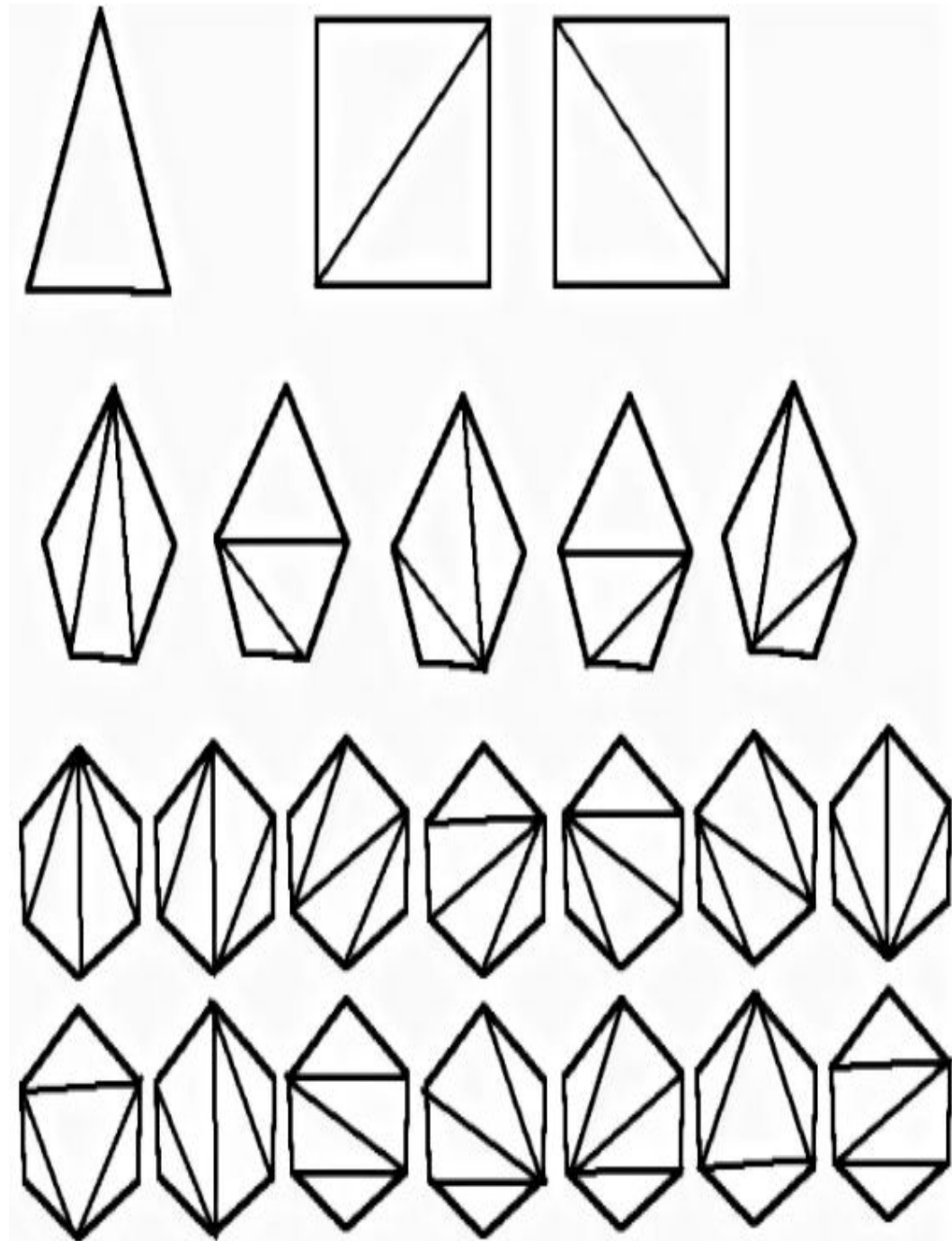
•Количество разбиений выпуклого $(n+2)$ -угольника на треугольники непересекающимися диагоналями.



ЧИСЛА КАТАЛАНА

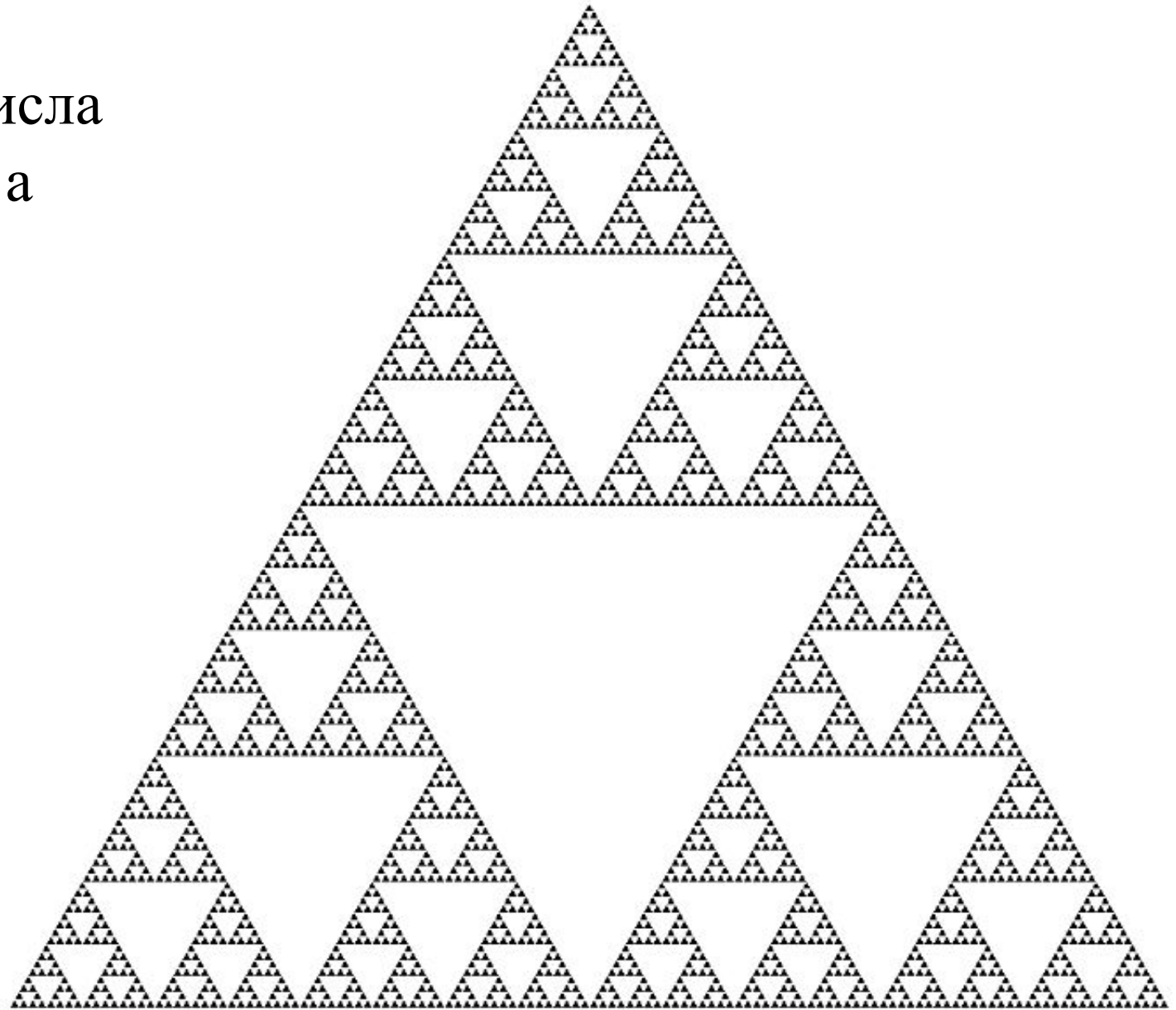
6. Если вычесть из центрального числа в строке с чётным номером соседнее число из той же строки, то получится число Каталана.

- Количество разбиений выпуклого $(n+2)$ -угольника на треугольники непересекающимися диагоналями.
- Количество способов соединения $2n$ точек на окружности n непересекающимися хордами.
- Количество правильных скобочных последовательностей длины $2n$



ТРЕУГОЛЬНИК СЕРПИНСКОГО

7. Если нечетные числа
закрасить черным, а
четные белым то
получится
треугольник
Серпинского.



ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Треугольник Паскаля так прост, что выписать его сможет даже десятилетний ребенок. В то же время он таит в себе неисчерпаемые сокровища и связывает воедино различные аспекты математики, не имеющие на первый взгляд между собой ничего общего. Столь необычные свойства позволяют считать треугольник Паскаля одной из наиболее изящных схем во всей математике.

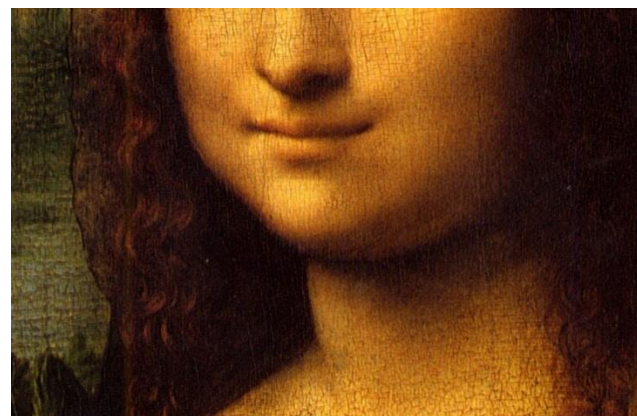
Мартин Гарднер

До новых встреч!

Следующая встреча:

ЗОЛОТОЕ СЕЧЕНИЕ,

**улыбка Джоконды
(Кирилла)**



И N-МЕРНЫЙ КОЛЯ