

ОСНОВЫ ТЕОРИИ ЧЕТЫРЕХПОЛЮСНИКОВ И МНОГОПОЛЮСНИКОВ

Многополюсники и цепи с многополюсными элементами

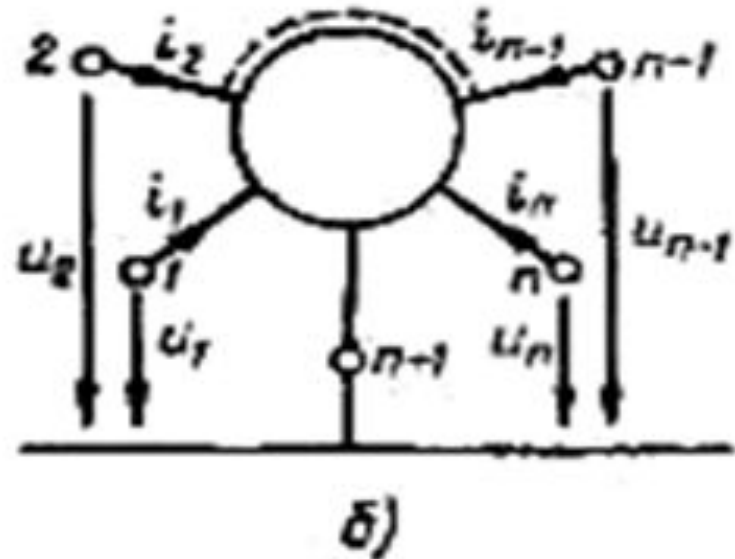
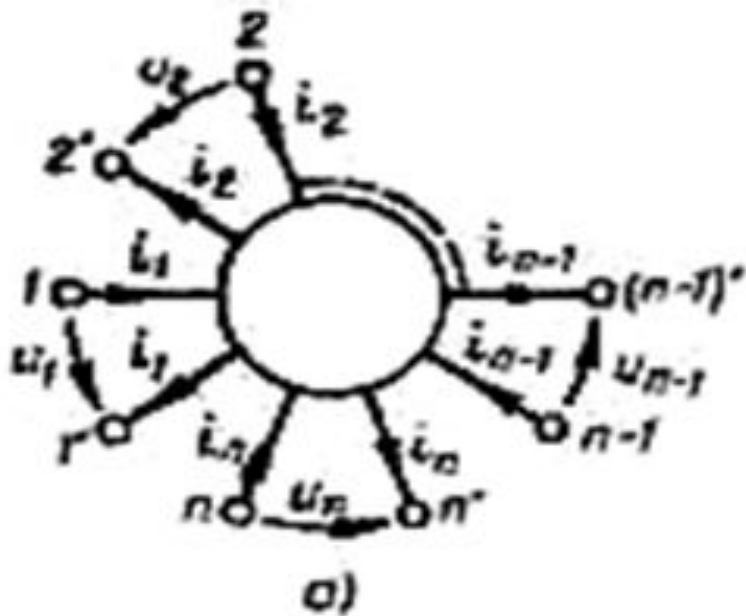
Классификация и схемы включения многополюсников

- Пассивные многополюсники
- Активные многополюсники

- Автономные многополюсники
- Неавтономные многополюсники

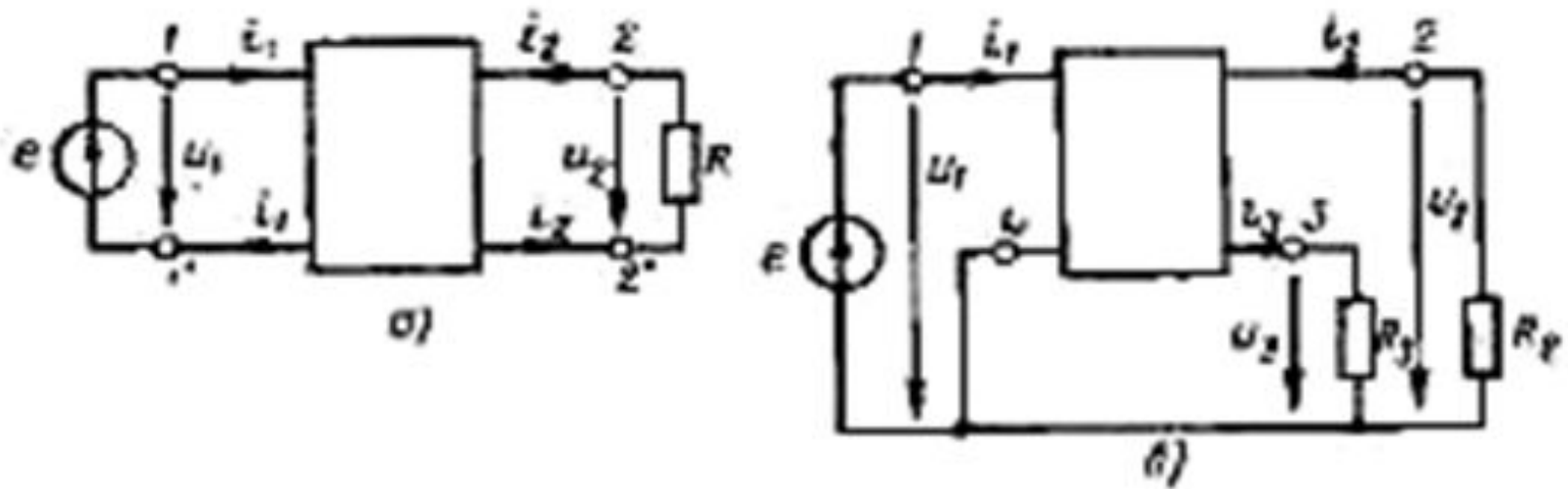
- Взаимные многополюсники
- Невзаимные многополюсники

Многополюсники и цепи с многополюсными элементами



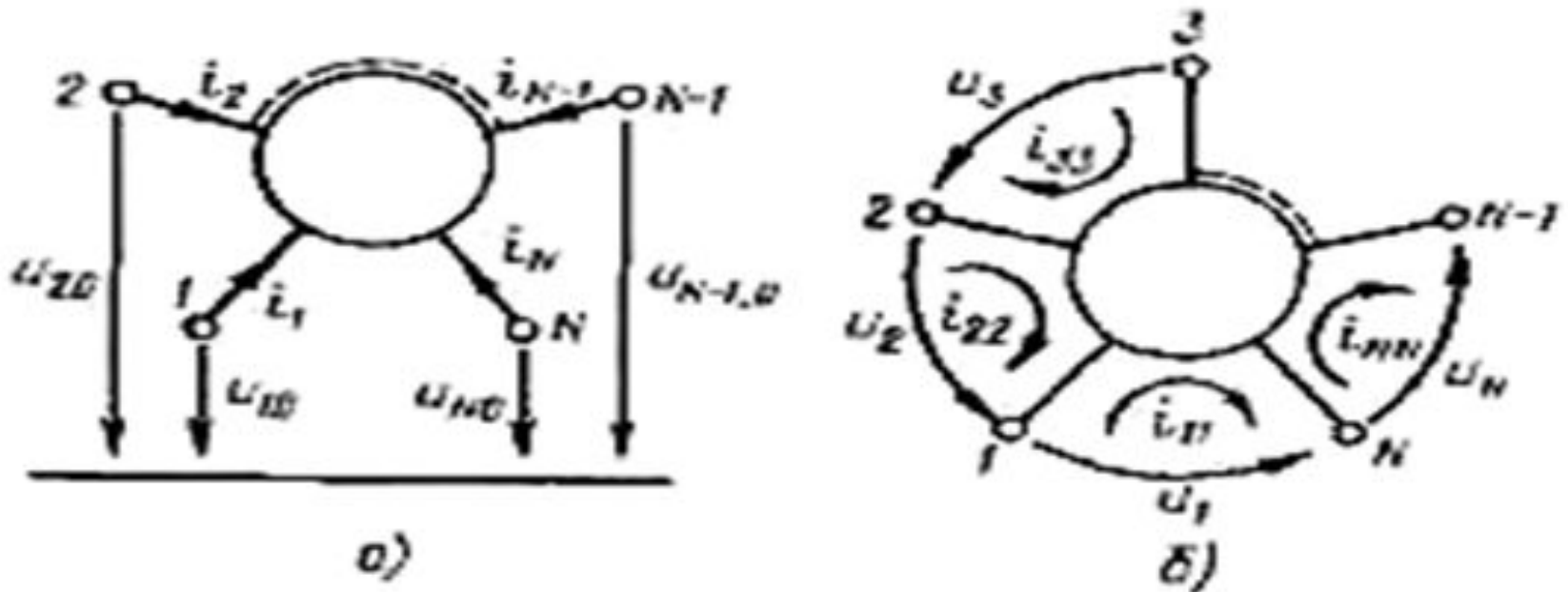
Включение многополюсника в качестве $2n$ - (а) и $n+1$ - (б) полюсников

Многополюсники и цепи с многополюсными элементами



Включение четырехполюсника в качестве 2×2 – (а) и $3+1$ – (б) полюсников

Многополюсники и цепи с многополюсными элементами



Обобщенные (неопределенные) схемы включения
многополюсника

2. Основные уравнения и первичные параметры линейных неавтономных многополюсников

- *Основные уравнения многополюсника*
- *Первичные параметры многополюсника*
- *Матрица Y -параметров*
- *Матрица Z -параметров*

Основные уравнения и системы первичных параметров проходных четырёхполюсников

Классификация проходных четырехполюсников

Многополюсники с двумя сторонами (2×2 -полюсники) называются **проходными четырехполюсниками**.

Как и все многополюсники, проходные четырехполюсники подразделяют на:

- линейные и нелинейные;
- активные и пассивные;
- автономные и неавтономные;
- взаимные и невзаимные.

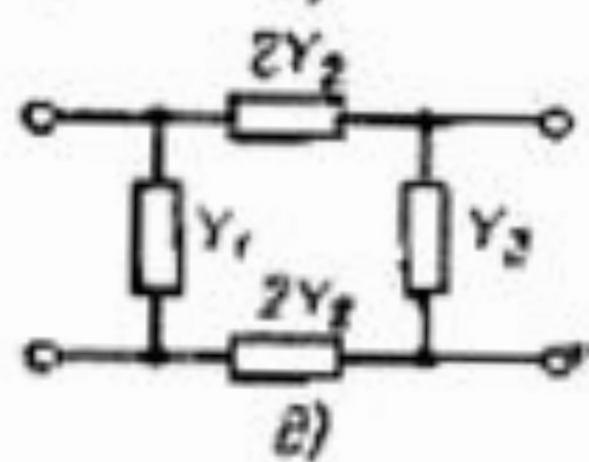
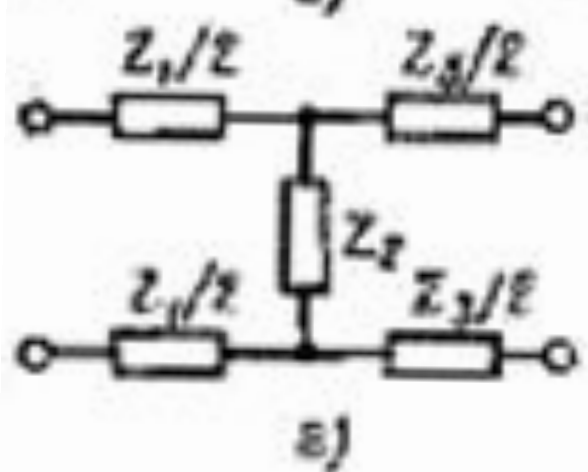
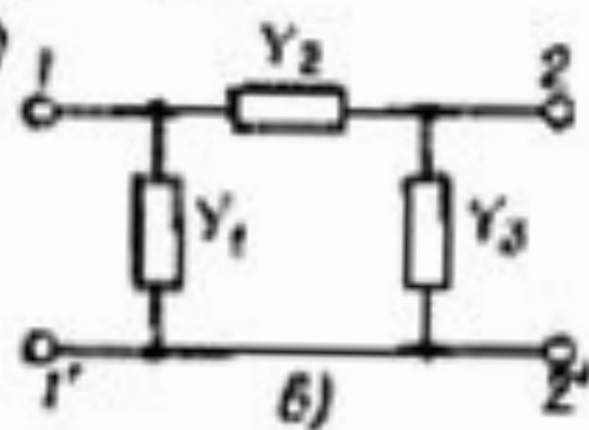
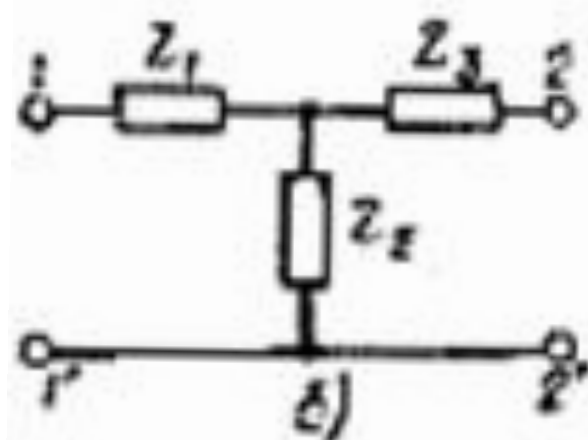
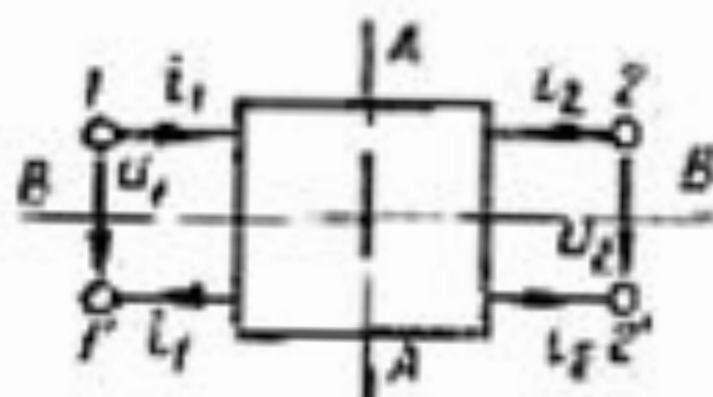
Кроме того, различают:

- симметричные и несимметричные;
- уравновешенные и неуравновешенные;
- проходные четырехполюсники.

Классификация проходных четырехполюсников

К *симметричным* относятся такие проходные четырехполюсники, у которых с помощью внешних измерений невозможно установить различие между входными и выходными зажимами. Токи и напряжения цепи, к которой подключен симметричный четырехполюсник, не изменятся, если пары зажимов и поменять местами.

Четырехполюсники, не обладающие такими свойствами, являются *несимметричными*.



Основные уравнения и первичные параметры неавтономных проходных четырехполюсников

Основные уравнения проходных четырехполюсников составляются в терминах токов и напряжений внешних по отношению к четырехполюсникам ветвей, подключенных к зажимам $1 - 1'$ и $2 - 2'$. В зависимости от решаемой задачи положительные направления токов этих ветвей можно выбирать различным образом.

Основные уравнения и первичные параметры неавтономных проходных четырехполюсников

В связи с тем, что число независимых основных уравнений многополюсника равно числу его независимых сторон, зависимость между токами и напряжениями на зажимах проходного четырехполюсника может быть описана с помощью системы из двух независимых основных уравнений.

Вид этих уравнений зависит от того, какие две величины из четырех токов и напряжений рассматриваются в качестве независимых переменных, а какие — в качестве зависимых. Учитывая, что число сочетаний из четырех токов и напряжений по два равно шести, приходим к заключению, что основные уравнения проходного четырехполюсника могут быть записаны в шести различных формах.

Основные уравнения и первичные параметры неавтономных проходных четырехполюсников

Форма $\dot{Y}$:

$$\begin{aligned} I_1 &= Y_{11} \dot{U}_1 + Y_{12} \dot{U}_2; \\ I_2 &= Y_{21} \dot{U}_1 + Y_{22} \dot{U}_2, \end{aligned}$$

где:

$\dot{Y}_{11} = \left. \frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_1} \right|_{\dot{U}_2=0}$ - комплексная входная проводимость при коротком замыкании выходных зажимов.

$\dot{Y}_{22} = \left. \frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_2} \right|_{\dot{U}_1=0}$ - комплексная входная проводимость со стороны зажимов (2-2) при коротком замыкании входных зажимов.

$\dot{Y}_{12} = \left. \frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_2} \right|_{\dot{U}_1=0}$ - комплексная передаточная (взаимная) проводимость при коротком замыкании входных зажимов.

$\dot{Y}_{21} = \left. \frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_1} \right|_{\dot{U}_2=0}$ - комплексная передаточная (взаимная) проводимость при коротком замыкании выходных зажимов.

Основные уравнения и первичные параметры неавтономных проходных четырехполюсников

Форма Z:

$$\begin{aligned}\dot{U}_1 &= Z_{11} \dot{I}_1 + Z_{12} \dot{I}_2 \\ \dot{U}_2 &= Z_{21} \dot{I}_1 + Z_{22} \dot{I}_2\end{aligned}$$

Форма H:

$$\begin{aligned}\dot{U}_1 &= H_{11} \dot{I}_1 + H_{12} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 &= H_{21} \dot{I}_1 + H_{22} \dot{U}_2\end{aligned}$$

Форма G:

$$\begin{aligned}\dot{I}_1 &= G_{11} \dot{U}_1 + G_{12} \dot{I}_2 \\ \dot{U}_2 &= G_{21} \dot{U}_1 + G_{22} \dot{I}_2\end{aligned}$$

Форма A:

$$\begin{aligned}\dot{U}_1 &= A_{11} \dot{U}_2 + A_{12} \dot{I}_2 \\ \dot{I}_1 &= A_{21} \dot{U}_2 + A_{22} \dot{I}_2\end{aligned}$$

Форма B:

$$\begin{aligned}\dot{U}_2 &= B_{11} \dot{U}_1 + B_{12} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 &= B_{21} \dot{U}_1 + B_{22} \dot{I}_1\end{aligned}$$

Основные уравнения и первичные параметры неавтономных проходных четырехполюсников

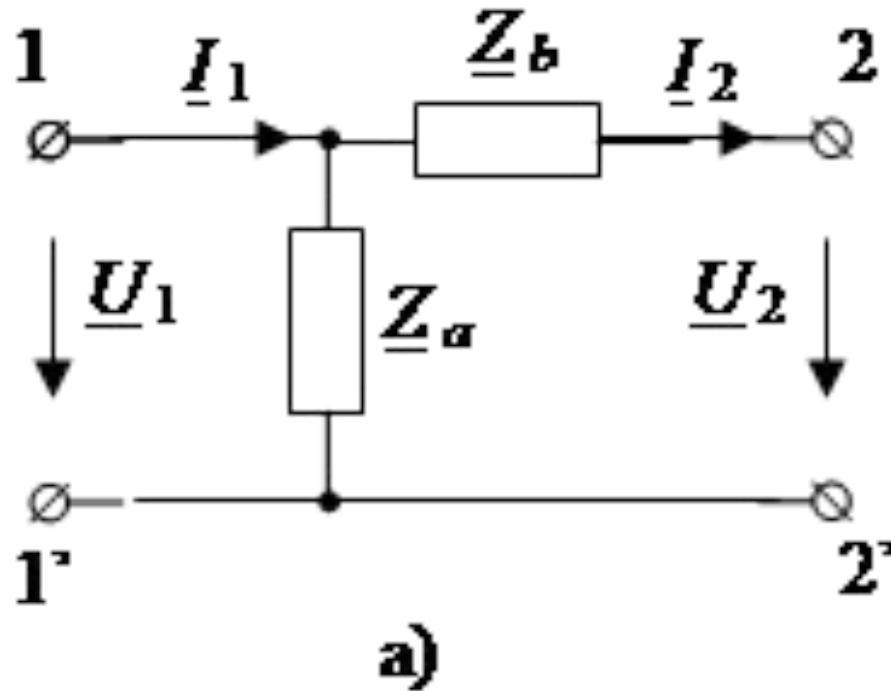
Как и любые первичные параметры линейных неавтономных многополюсников, каждый из этих параметров имеет физический смысл какой-либо комплексной частотной характеристики проходного четырехполюсника, определяемой в режиме короткого замыкания или холостого хода.

Методы определения первичных параметров неавтономных проходных четырехполюсников

Первичные параметры проходных четырехполюсников, как и первичные параметры любых неавтономных многополюсников, могут быть определены в соответствии с их физическим смыслом по результатам опытов холостого хода и короткого замыкания.

Методы определения первичных параметров неавтономных проходных четырехполюсников

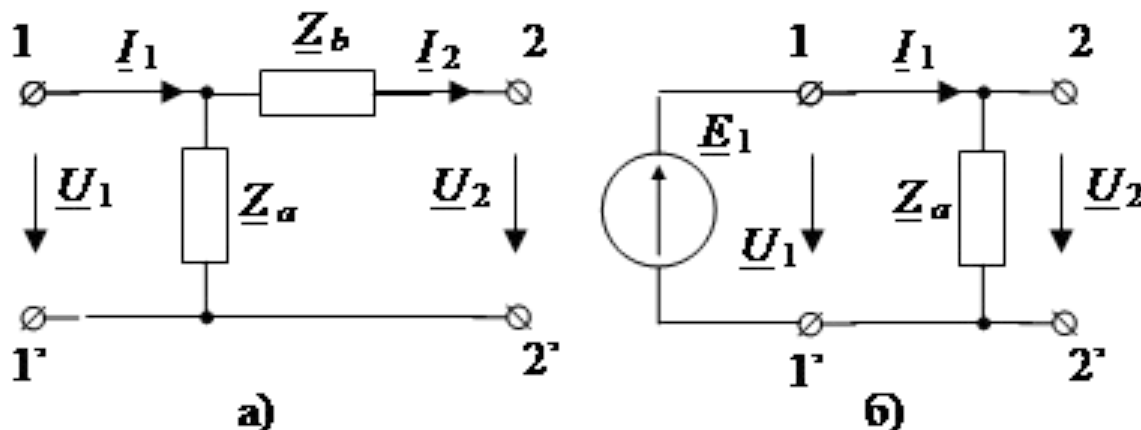
Найти А-параметры Г-образного четырехполюсника, схема которого приведена на рис а)



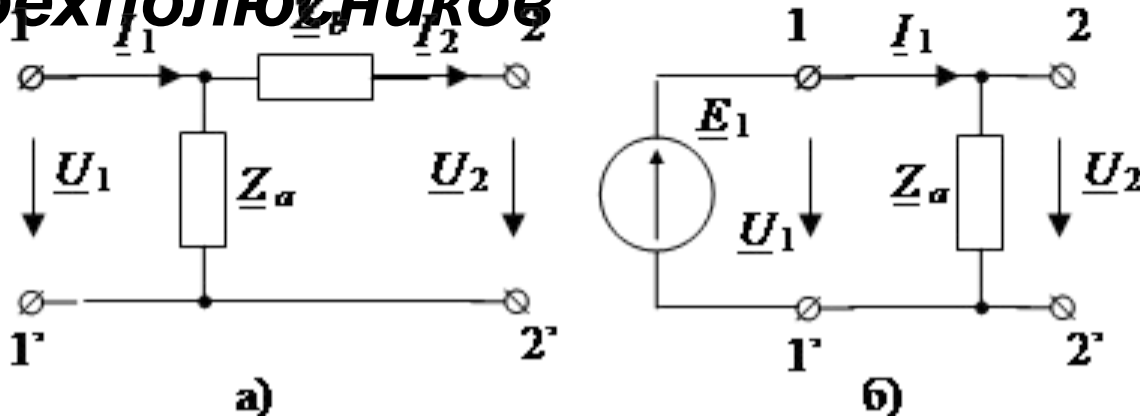
Методы определения первичных параметров неавтономных проходных четырехполюсников

$$\begin{aligned} \underline{U}_1 &= A_{11} \underline{U}_2 + A_{12} \dot{I}_2 \\ \dot{I}_1 &= A_{21} \underline{U}_2 + A_{22} \dot{I}_2 \end{aligned}$$

Как следует из основных уравнений четырехполюсника в форме A , параметры $A_{11} = \left. \frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} \right|_{\dot{I}_2=0}$ и $A_{21} = \left. \frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_2} \right|_{\dot{I}_2=0}$ определяются в режиме холостого хода (рис. б),



Методы определения первичных параметров неавтономных проходных четырехполюсников



Из схемы (рис. б) видно, что

$$E_1 = U_2 = U_2,$$

$$I_1 = E_1/Z_a = U_2/Z_a$$

Используя полученные соотношения, **находим:**

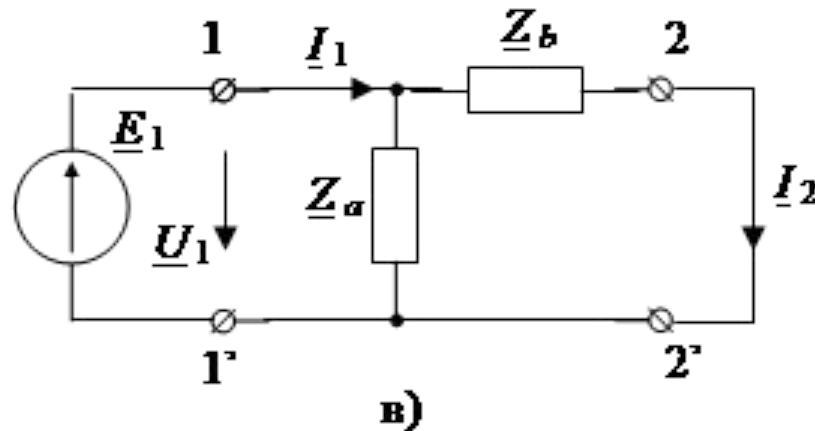
$$A_{11} = U_1/U_2 = 1$$

$$A_{21} = I_1/U_2 = 1/Z_a$$

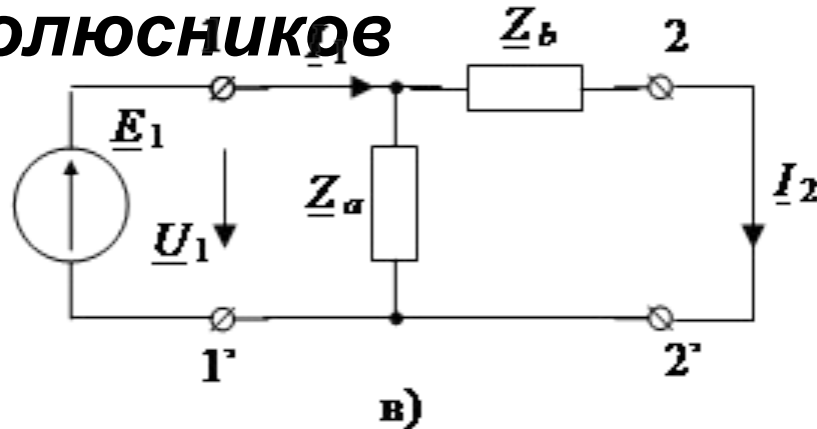
Методы определения первичных параметров неавтономных проходных четырехполюсников

$$\begin{aligned} \dot{U}_1 &= A_{11} \dot{U}_2 + A_{12} \dot{I}_2 \\ \dot{I}_1 &= A_{21} \dot{U}_2 + A_{22} \dot{I}_2 \end{aligned}$$

Параметры $\dot{A}_{12} = \left. \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_2} \right|_{\dot{U}_2=0}$ и $\dot{A}_{22} = \left. \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} \right|_{\dot{U}_2=0}$ определяются в режиме короткого замыкания на зажимах 2-2' (рис. в),



Методы определения первичных параметров неавтономных проходных четырехполюсников



Из схемы (рис. в) видно, что

$$I_2 = U_1 / Z_b = E_1 / Z_b,$$

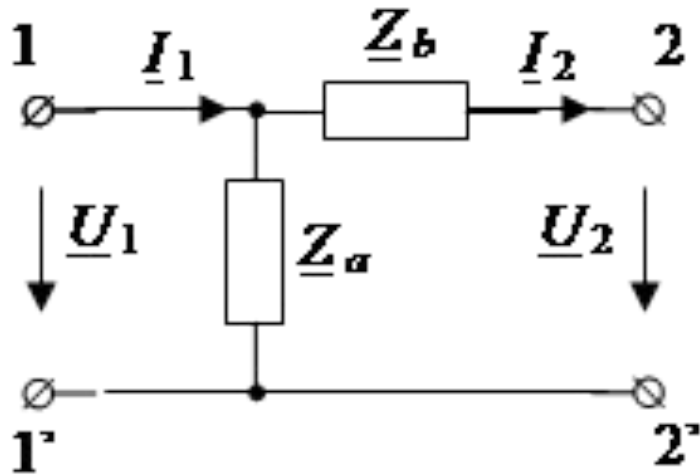
$$I_1 = E_1 / \left(1/Z_a + 1/Z_b \right) = E_1 (Z_a + Z_b) / (Z_a Z_b)$$

Используя полученные соотношения, находим:

$$A_{12} = U_1 / I_2 = Z_b$$

$$A_{22} = I_1 / I_2 = 1 + Z_b / (Z_a)$$

Методы определения первичных параметров неавтономных проходных четырехполюсников



$$\begin{bmatrix} 1 & Z_b \\ 1/Z_a & 1 + Z_b/(Z_a) \end{bmatrix}$$

Основные уравнения и первичные параметры неавтономных проходных четырёхполюсников

$$\dot{U}_1 = Y_{22} \dot{I}_1 / \Delta_Y + (-Y_{12}) \dot{I}_2 / \Delta_Y;$$

$$\dot{U}_2 = -Y_{21} \dot{I}_1 / \Delta_Y + Y_{11} \dot{I}_2 / \Delta_Y,$$

$$\dot{U}_1 = Z_{11} \dot{I}_1 + Z_{12} \dot{I}_2;$$

$$\dot{U}_2 = Z_{21} \dot{I}_1 + Z_{22} \dot{I}_2;$$

$$Z = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{22} / \Delta_Y; & -Y_{12} / \Delta_Y \\ -Y_{21} / \Delta_Y; & Y_{11} / \Delta_Y \end{bmatrix}.$$

Основные уравнения и первичные параметры неавтономных проходных четырёхполюсников

	Y	Z	H	G	A	B
Y	$\begin{matrix} Y_{11}; & Y_{12} \\ Y_{21}; & Y_{22} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{Z_{22}}{\Delta_Z}; & -\frac{Z_{12}}{\Delta_Z} \\ -\frac{Z_{21}}{\Delta_Z}; & \frac{Z_{11}}{\Delta_Z} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{1}{H_{11}}; & -\frac{H_{12}}{H_{11}} \\ \frac{H_{21}}{H_{11}}; & \frac{\Delta_H}{H_{11}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{\Delta_G}{G_{22}}; & \frac{G_{12}}{G_{22}} \\ -\frac{G_{21}}{G_{22}}; & \frac{1}{G_{22}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{A_{22}}{A_{12}}; & -\frac{\Delta_Z}{A_{12}} \\ -\frac{1}{A_{12}}; & \frac{A_{11}}{A_{12}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{B_{11}}{B_{12}}; & -\frac{1}{B_{12}} \\ -\frac{\Delta_B}{B_{12}}; & \frac{B_{22}}{B_{12}} \end{matrix}$
Z	$\begin{matrix} \frac{Y_{22}}{\Delta_Y}; & -\frac{Y_{12}}{\Delta_Y} \\ -\frac{Y_{21}}{\Delta_Y}; & \frac{Y_{11}}{\Delta_Y} \end{matrix}$	$\begin{matrix} Z_{11}; & Z_{12} \\ Z_{21}; & Z_{22} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{\Delta_H}{H_{22}}; & \frac{H_{12}}{H_{22}} \\ -\frac{H_{21}}{H_{22}}; & \frac{1}{H_{22}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{1}{G_{11}}; & -\frac{G_{12}}{G_{11}} \\ \frac{G_{21}}{G_{11}}; & \frac{\Delta_G}{G_{11}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{A_{11}}{A_{21}}; & \frac{\Delta_A}{A_{21}} \\ \frac{1}{A_{21}}; & \frac{A_{22}}{A_{21}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{B_{22}}{B_{21}}; & \frac{1}{B_{21}} \\ \frac{\Delta_B}{B_{21}}; & \frac{B_{11}}{B_{21}} \end{matrix}$
H	$\begin{matrix} \frac{1}{Y_{11}}; & -\frac{Y_{12}}{Y_{11}} \\ \frac{Y_{21}}{Y_{11}}; & \frac{\Delta_Y}{Y_{11}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{\Delta_Z}{Z_{22}}; & \frac{Z_{12}}{Z_{22}} \\ -\frac{Z_{21}}{Z_{22}}; & \frac{1}{Z_{22}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} H_{11}; & H_{12} \\ H_{21}; & H_{22} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{G_{22}}{\Delta_G}; & -\frac{G_{12}}{\Delta_G} \\ -\frac{G_{21}}{\Delta_G}; & \frac{G_{11}}{\Delta_G} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{A_{12}}{A_{22}}; & \frac{\Delta_A}{A_{22}} \\ -\frac{1}{A_{22}}; & \frac{A_{21}}{A_{22}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{B_{12}}{B_{11}}; & \frac{1}{B_{11}} \\ -\frac{\Delta_B}{B_{11}}; & \frac{B_{21}}{B_{11}} \end{matrix}$

Основные уравнения и первичные параметры неавтономных проходных четырёхполюсников

	Y	Z	H	G	A	B
G	$\frac{\Delta_Y}{Y_{22}}; \frac{Y_{12}}{Y_{22}}$ $\frac{-Y_{21}}{Y_{22}}; \frac{1}{Y_{22}}$	$\frac{1}{Z_{11}}; \frac{-Z_{12}}{Z_{11}}$ $\frac{Z_{21}}{Z_{11}}; \frac{\Delta_Z}{Z_{11}}$	$\frac{H_{22}}{\Delta_H}; \frac{-H_{12}}{\Delta_H}$ $\frac{-H_{21}}{\Delta_H}; \frac{H_{11}}{\Delta_H}$	$G_{11}; G_{12}$ $G_{21}; G_{22}$	$\frac{A_{21}}{A_{11}}; \frac{-\Delta_A}{A_{11}}$ $\frac{1}{A_{11}}; \frac{A_{12}}{A_{11}}$	$\frac{B_{21}}{B_{22}}; \frac{-1}{B_{22}}$ $\frac{\Delta_B}{B_{22}}; \frac{B_{12}}{B_{22}}$
A	$\frac{-Y_{22}}{Y_{21}}; \frac{-1}{Y_{21}}$ $\frac{-\Delta_Y}{Y_{21}}; \frac{-Y_{11}}{Y_{21}}$	$\frac{Z_{11}}{Z_{21}}; \frac{\Delta_Z}{Z_{21}}$ $\frac{1}{Z_{21}}; \frac{Z_{22}}{Z_{21}}$	$\frac{-\Delta_H}{H_{21}}; \frac{-H_{11}}{H_{21}}$ $\frac{-H_{22}}{H_{21}}; \frac{-1}{H_{21}}$	$\frac{1}{G_{21}}; \frac{G_{22}}{G_{21}}$ $\frac{G_{11}}{G_{21}}; \frac{\Delta_G}{G_{21}}$	$A_{11}; A_{12}$ $A_{21}; A_{22}$	$\frac{B_{22}}{\Delta_B}; \frac{B_{12}}{\Delta_B}$ $\frac{B_{21}}{\Delta_B}; \frac{B_{11}}{\Delta_B}$
B	$\frac{-Y_{11}}{Y_{12}}; \frac{-1}{Y_{12}}$ $\frac{-\Delta_Y}{Y_{12}}; \frac{-Y_{22}}{Y_{12}}$	$\frac{Z_{22}}{Z_{12}}; \frac{\Delta_Z}{Z_{12}}$ $\frac{1}{Z_{12}}; \frac{Z_{11}}{Z_{12}}$	$\frac{1}{H_{12}}; \frac{H_{11}}{H_{12}}$ $\frac{H_{22}}{H_{12}}; \frac{\Delta_H}{H_{12}}$	$\frac{-\Delta_G}{G_{12}}; \frac{-G_{22}}{G_{12}}$ $\frac{-G_{11}}{G_{12}}; \frac{-1}{G_{12}}$	$\frac{A_{22}}{\Delta_A}; \frac{A_{12}}{\Delta_A}$ $\frac{A_{21}}{\Delta_A}; \frac{A_{11}}{\Delta_A}$	$B_{11}; B_{12}$ $B_{21}; B_{22}$

Основные уравнения и первичные параметры неавтономных проходных четырехполюсников

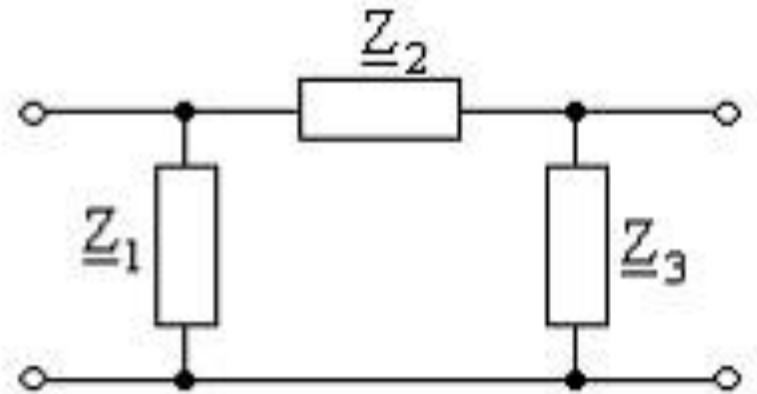
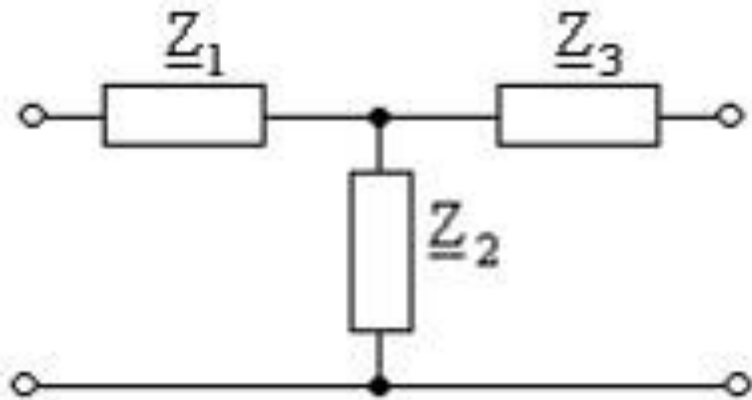
Соотношения между токами и напряжениями на зажимах любого пассивного ЧП независимо от числа входящих в него элементов и способа их соединения могут быть описаны системой из двух уравнений, содержащих не более четырех независимых коэффициентов. Такую систему уравнений всегда можно сопоставить с идеализированной электрической цепью, содержащей не более четырех элементов. Условное графическое изображение этой цепи называется *эквивалентной схемой* или *схемой замещения* четырехполюсника.

Основные уравнения и первичные параметры неавтономных проходных четырехполюсников

Для каждого ЧП можно построить несколько эквивалентных схем. При этом выбор той или иной схемы определяется удобством ее применения в рамках решаемой задачи, например, простотой определения параметров элементов схемы по заданным выражениям для первичных параметров четырехполюсника.

Наибольшее распространение получили так называемые канонические схемы замещения ЧП: Т-образная и П-образная

Основные уравнения и первичные параметры неавтономных проходных четырёхполюсников



Основные уравнения и первичные параметры неавтономных проходных четырехполюсников

Параметры элементов Т-образной схемы замещения связаны с Z-параметрами ЧП следующими соотношениями (1):

$$Z_1 = Z_{11} - Z_{12}$$

$$Z_2 = Z_{12}$$

$$Z_3 = Z_{22} - Z_{12}$$

Также своими соотношениями связаны параметры элементов П-образной схемы замещения с Y-параметрами ЧП (2):

$$Y_1 = Y_{11} + Y_{12}$$

$$Y_2 = -Y_{12}$$

$$Y_3 = Y_{22} + Y_{12}$$

Основные уравнения и первичные параметры неавтономных проходных четырехполюсников

С учетом того, что у симметричных ЧП элементы первого и третьего плеча идентичны, приведенные выше соотношения (1) и (2) преобразуются к следующему виду:

$$Z_1 = Z_{11} - Z_{12} = Z_3 = Z_{22} - Z_{12}; \quad Z_2 = Z_{12}$$

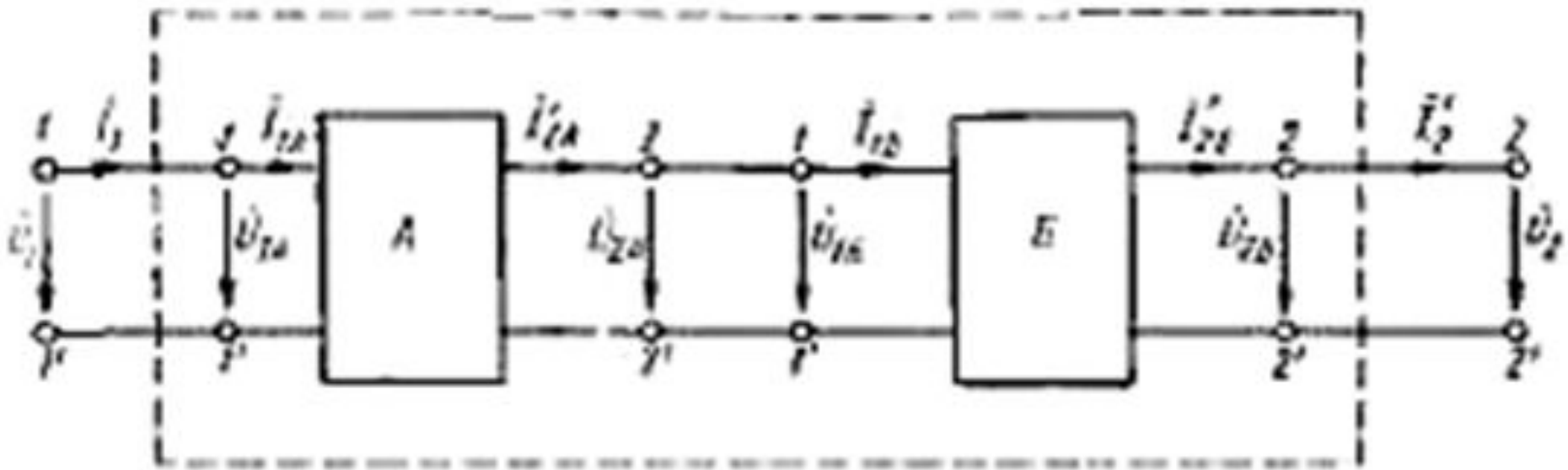
$$Y_1 = Y_{11} + Y_{12} = Y_3 = Y_{22} + Y_{12}; \quad Y_2 = -Y_{12}$$

Первичные параметры составных четырехполюсников

Составным называется такой четырехполюсник, который может быть представлен как соединение нескольких более простых (элементарных) четырехполюсников. Если при соединении элементарных четырехполюсников не происходит изменения соотношений между напряжениями и токами на их зажимах, то первичные параметры составного четырехполюсника могут быть выражены через первичные параметры исходных четырехполюсников. Соединение элементарных четырехполюсников, удовлетворяющее такому условию, называется *регулярным*.

Первичные параметры составных четырехполюсников

Каскадное соединение. При каскадном, или цепочечном, соединении четырехполюсников А и Б (рис) выходные зажимы одного из них (в данном случае четырехполюсника А) соединены с входными зажимами другого четырехполюсника (Б).



Первичные параметры составных четырехполюсников

Каскадное соединение. Ток и напряжение на зажимах четырехполюсника А равны соответственно току и напряжению на зажимах четырехполюсника Б:

$$\dot{I}_{1Б} = \dot{I}_{2А}; \dot{U}_{1Б} = \dot{U}_{2А}$$

Ток и напряжение на входе составного четырехполюсника (выделен штриховой линией) совпадают с током $\dot{I}_{1А}$ и напряжением $\dot{U}_{1А}$:

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{U}_{1А} \\ \dot{I}_{1А} \end{bmatrix}$$

Первичные параметры составных четырехполюсников

Каскадное соединение. А ток и напряжение на выходе составного четырехполюсника совпадают с током $\dot{I}_{2Б}$ и напряжением $\dot{U}_{2Б}$:

$$\begin{bmatrix} U_{\text{Б}} \\ \dot{I}'_{\text{Б}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_2 \\ \dot{I}'_2 \end{bmatrix}$$

Из рис. было видно, что при каскадном соединении четырехполюсников ток, втекающий через один из зажимов любой из сторон четырехполюсников А и Б, равен току, вытекающему через другой зажим той же стороны. Поэтому каскадное соединение любых четырехполюсников является регулярным.

Первичные параметры составных четырёхполюсников

Каскадное соединение. Предположим, что первичные параметры элементарных четырёхполюсников известны, и составим их основные уравнения в форме А:

$$\begin{bmatrix} U_{1A} \\ I_{1A} \end{bmatrix} = A_A \begin{bmatrix} U_{2A} \\ I'_{2A} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} U_B \\ I_B \end{bmatrix} = A_B \begin{bmatrix} U_{2B} \\ I'_{2B} \end{bmatrix}$$

Первичные параметры составных четырехполюсников

Каскадное соединение. Используя соотношения выше, выразим ток и напряжение на входе составного четырехполюсника через ток и напряжение на его выходе:

$$\begin{bmatrix} U_B \\ I_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{1A} \\ I_{1A} \end{bmatrix} = A_{\text{Б}}^{2Б} \begin{bmatrix} U_{2A} \\ I'_{2A} \end{bmatrix} = A_{\text{АА}} \begin{bmatrix} U_1 \\ I'_B \end{bmatrix} = A_A A \begin{bmatrix} U \\ I' \end{bmatrix} = A \quad A \quad \begin{bmatrix} U \\ I' \end{bmatrix}$$

Устанавливаем, что матрица А-параметров составного четырехполюсника равна произведению матриц А-параметров входящих в него элементарных четырехполюсников А и Б:

$$A = A_{\text{Б}} A$$

Первичные параметры составных четырехполюсников

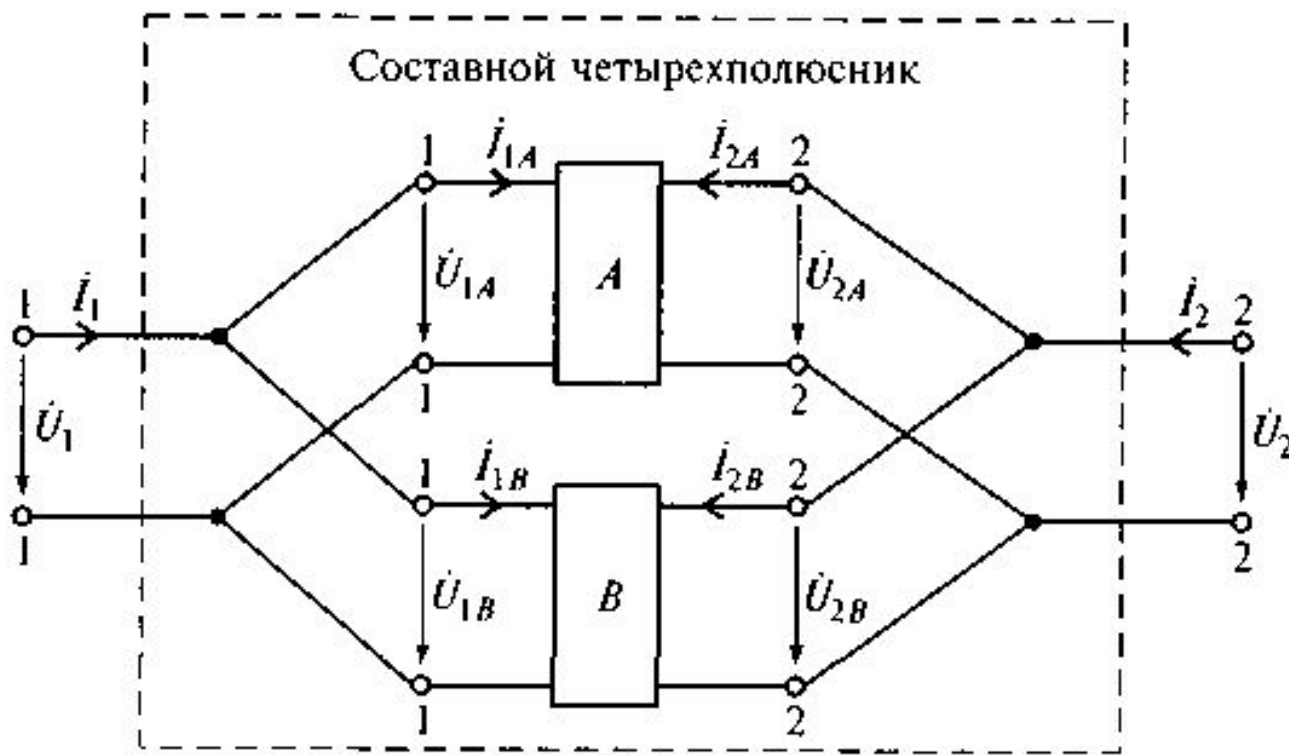
Каскадное соединение. Выполняя аналогичные преобразования, можно показать, что при каскадном соединении N четырехполюсников матрица A -параметров составного четырехполюсника равна произведению матриц A -параметров всех входящих в него элементарных четырехполюсников:

$$A = A_1 A_2 \dots A_N$$

В связи с тем, что произведение матриц в общем случае не подчиняется переместительному закону, порядок расположения матриц в выражении должен соответствовать порядку следования четырехполюсников в цепочке.

Первичные параметры составных четырехполюсников

Параллельное соединение. При параллельном соединении четырехполюсников А и В (рис.) напряжения на входных и выходных зажимах составного четырехполюсника равны соответственно напряжениям на входных и выходных зажимах элементарных четырехполюсников:



Первичные параметры составных четырехполюсников

Параллельное соединение. При параллельном соединении четырехполюсников А и В (рис.) напряжения на входных и выходных зажимах составного четырехполюсника равны соответственно напряжениям на входных и выходных зажимах элементарных четырехполюсников:

$$\begin{bmatrix} U_A \\ U_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{1A} \\ U_{2A} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix}$$

а токи его входных и выходных зажимов — сумме токов входных и выходных зажимов элементарных четырехполюсников:

$$\begin{bmatrix} I_A \\ I_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{1A} + I_1 \\ I_{2A} + I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I_A \\ I_B \end{bmatrix}$$

Первичные параметры составных четырехполюсников

Параллельное соединение. Если параллельное соединение четырехполюсников А и Б удовлетворяет условию регулярности, то матрица Y-параметров составного четырехполюсника равна сумме матриц Y-параметров элементарных четырехполюсников. Действительно, используя основные уравнения элементарных четырехполюсников в форме Y:

$$\begin{bmatrix} I_{1A} \\ I_{2A} \end{bmatrix} = Y_A \begin{bmatrix} U_{1A} \\ U_{2A} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_B \\ I_{2B} \end{bmatrix} = Y_B \begin{bmatrix} U_B \\ U_{2B} \end{bmatrix}$$

ТОКИ ВХОДНЫХ И ВЫХОДНЫХ ЗАЖИМОВ СОСТАВНОГО ЧЕТЫРЕХПОЛЮСНИКА МОЖНО ВЫРАЗИТЬ ЧЕРЕЗ НАПРЯЖЕНИЯ ЭТИХ ЗАЖИМОВ:

Первичные параметры составных четырехполюсников

Параллельное соединение.

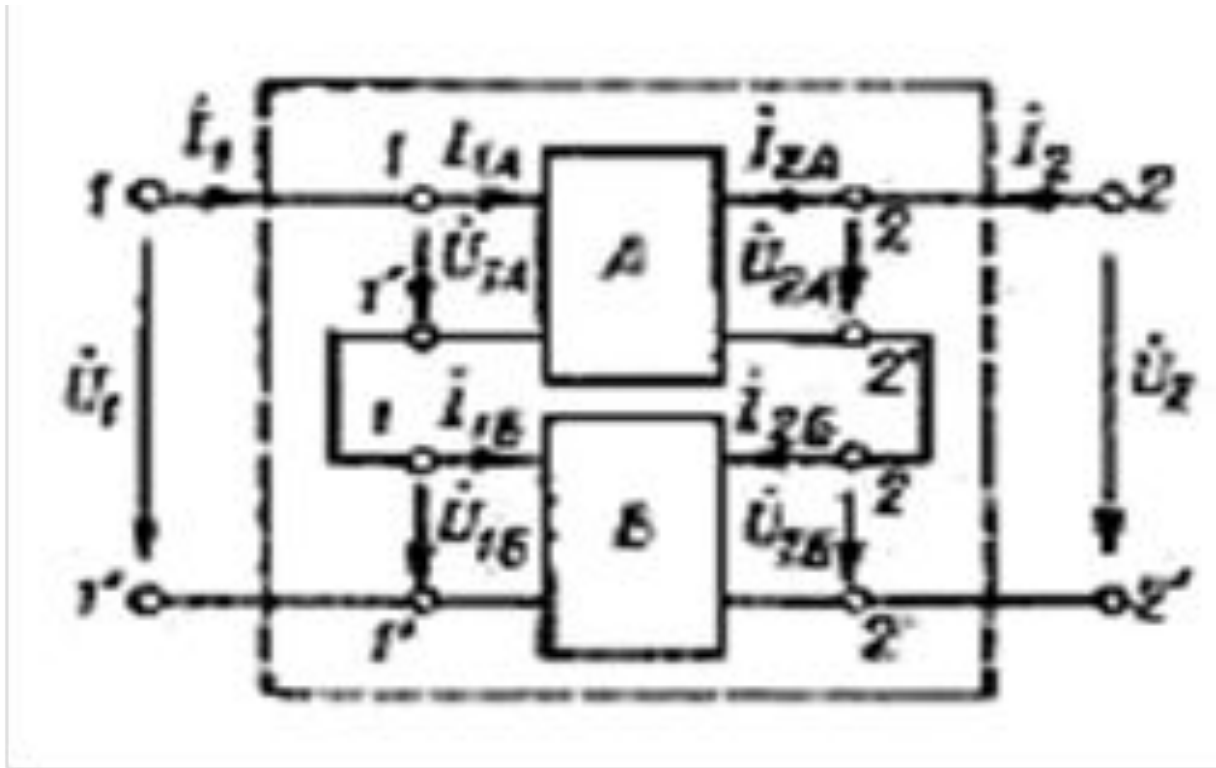
$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{1A} \\ I_{2A} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = Y_A \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} + Y_B \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = \{ Y_A + Y_B \} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix}$$

откуда.

$$Y = Y_A + Y_B$$

Первичные параметры составных четырехполюсников

Последовательное соединение.



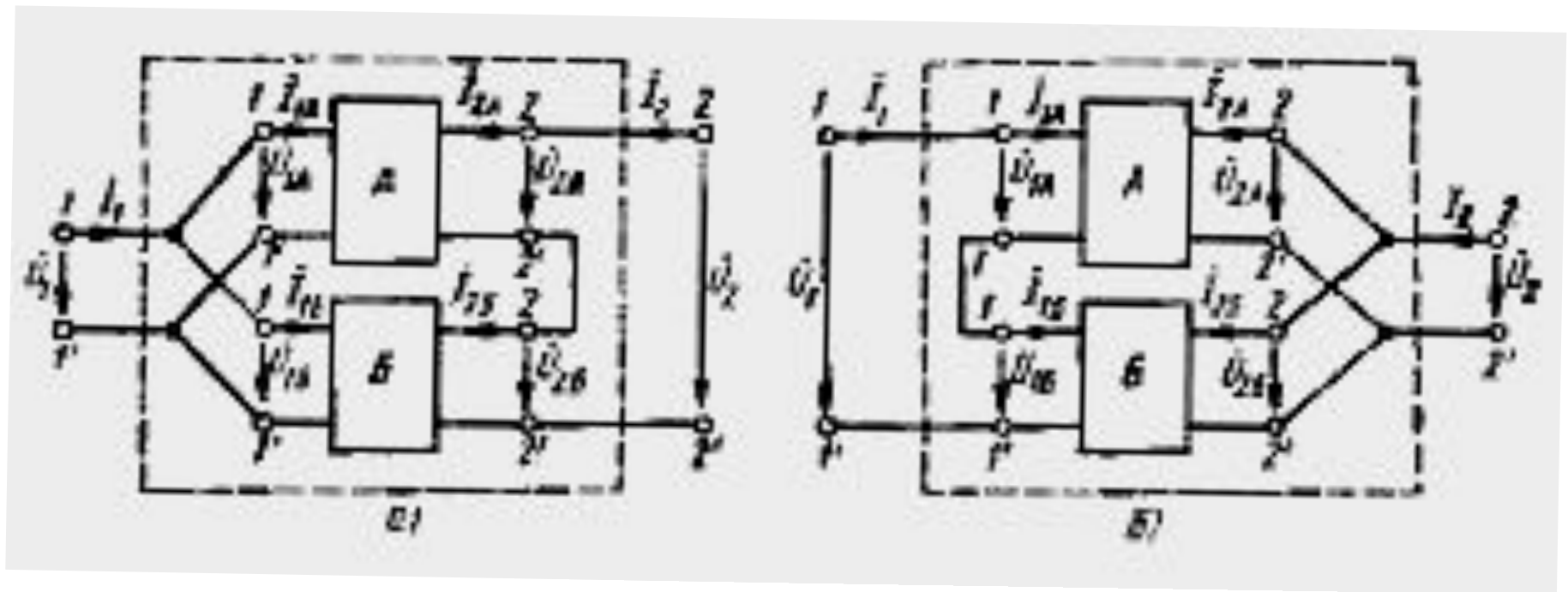
Первичные параметры составных четырёхполюсников

Последовательное соединение. Используя аналогичную методику, можно показать, что при последовательном соединении элементарных четырёхполюсников (рис) матрица Z-параметров составного четырёхполюсника равна сумме матриц Z-параметров элементарных четырёхполюсников:

$$Z = Z_{\text{А}} + Z$$

Первичные параметры составных четырехполюсников

Параллельно-последовательное (а) и последовательно-параллельное (б) соединения проходных четырехполюсников.



Первичные параметры составных четырехполюсников

Параллельно-последовательное (а) и последовательно-параллельное (б) соединения проходных четырехполюсников.

При параллельно-последовательном соединении
четырехполюсников суммируются матрицы G-
параметров:

$$G = G_{\text{А}} + G$$

При последовательно-параллельном соединении —
матрицы H-параметров:

$$H = H_{\text{А}} + H$$

Первичные параметры составных четырехполюсников

Нетрудно убедиться, что попытки выразить первичные параметры составных четырехполюсников через коэффициенты других систем первичных параметров элементарных четырехполюсников приводят к более сложным по сравнению с полученными выше соотношениями.

Таким образом, каждому из рассмотренных основных способов соединения четырехполюсников соответствует определенная система первичных параметров, применяя которую можно получить наиболее простые соотношения между первичными параметрами составного четырехполюсника и первичными параметрами их входящих в него элементарных четырехполюсников.

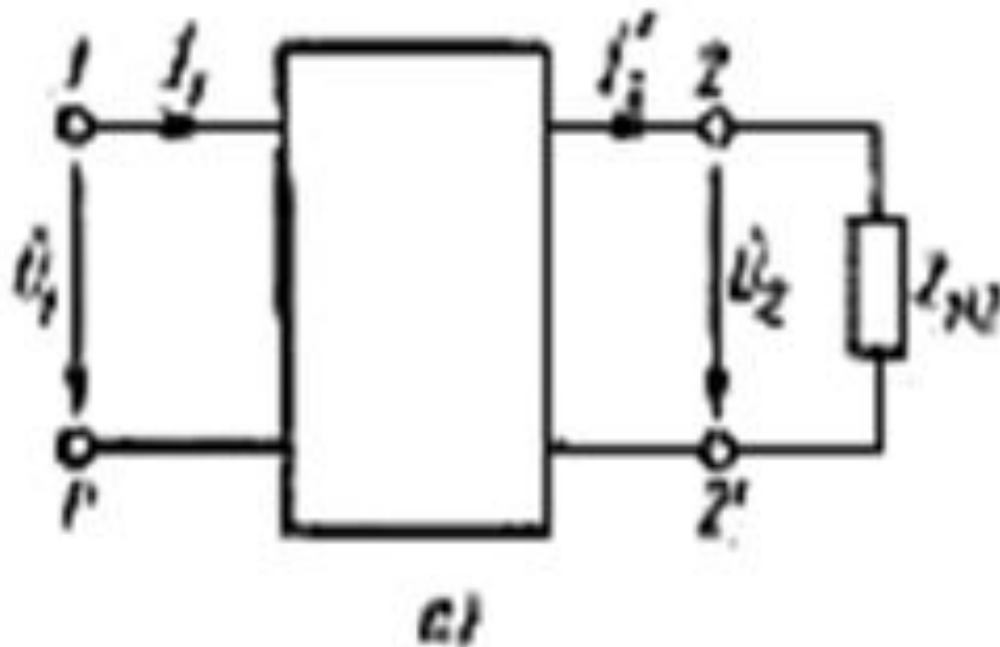
Комплексные частотные характеристики неавтономных проходных четырехполюсников при произвольной внешней нагрузке.

Несмотря на то, что первичные параметры четырехполюсника представляют собой только некоторые комплексные частотные характеристики, измеренные в одном из предельных режимов (холостого хода или короткого замыкания), зная первичные параметры четырехполюсника, образующие любую из систем первичных параметров, можно найти его любые комплексные частотные характеристики при произвольной внешней нагрузке.

Комплексные частотные характеристики неавтономных проходных четырехполюсников при произвольной внешней нагрузке.

Рассмотрим, как по известным значениям А-параметров неавтономного проходного четырехполюсника можно определить его комплексное входное сопротивление со стороны зажимов $1 - 1'$ $Z_{11}(j\omega)$ и комплексные коэффициенты передачи по напряжению $K_{21}(j\omega)$ и току $G_{21}(j\omega)$ от зажимов $1 - 1'$ к зажимам $2 - 2'$ при произвольной нагрузке $Z_{н2}$, подключенной к зажимам $2 - 2'$

**Комплексные частотные характеристики
неавтономных проходных
четырёхполюсников при произвольной
внешней нагрузке.**



Комплексные частотные характеристики неавтономных проходных четырехполюсников при произвольной внешней нагрузке.

Ток и напряжение на выходных зажимах четырехполюсника в рассматриваемом режиме связаны соотношением $\dot{I}_2 = \dot{U}_2 / Z_{н2}$, используя которое основные уравнения четырехполюсника в форме А могут быть преобразованы к виду:

$$\begin{aligned} \dot{U}_1 &= A_{11}\dot{U}_2 + A_{12}\dot{U}_2 / Z_{н2} = (A_{11}Z_{н2} + A_{12})\dot{U}_2 / Z_{н2} = (A_{11}Z_{н2} + A_{12})\dot{I}_2; \\ \dot{I}_1 &= A_{21}\dot{U}_2 + A_{22}\dot{U}_2 / Z_{н2} = (A_{21}Z_{н2} + A_{22})\dot{U}_2 / Z_{н2} = (A_{21}Z_{н2} + A_{22})\dot{I}_2. \end{aligned}$$

Комплексные частотные характеристики неавтономных проходных четырехполюсников при произвольной внешней нагрузке.

Из уравнений следует, что

$$Z_{\text{вх}}(j\omega)_{12} = \dot{U}_1 / \dot{I}_{21} = (A_{11}Z_{22} + A_{12}) / (A_{21}Z_{22} + A_{22});$$

$$K_{\text{вх}}(j\omega)_{11} = \dot{U}_2 / \dot{U}_{12} = Z_{22} / (A_{21}Z_{22} + A_{22});$$

$$G_{\text{вх}}(j\omega)_{22} = \dot{I}'_2 / \dot{I}_1 = 1 / (A_{21}Z_{22} + A_{22})$$

Комплексные частотные характеристики неавтономных проходных четырёхполюсников при произвольной внешней нагрузке.

В режиме холостого хода ($Z_{H2} = \infty$) коэффициент передачи четырёхполюсника по току равен нулю, а входное сопротивление со стороны зажимов 1 – 1' и коэффициент передачи по напряжению от зажимов 1 – 1' к зажимам 2 – 2' определяются выражениями:

$$Z_{11x}(j\omega) = A_{11} / A_{21}; K_{21x}(j\omega) = 1 / A_{11}.$$

В режиме короткого замыкания ($Z_{H2} = 0$) коэффициент передачи по напряжению равен нулю, а входное сопротивление и коэффициент передачи по току характеризуются соотношениями:

$$Z_{11x}(j\omega) = A_{12} / A_{22}; G_{21x}(j\omega) = 1 / A_{22}.$$

Характеристическое сопротивление неавтономного проходного четырехполюсника

Характеристическими

сопротивлениями

четырехполюсника называют пару сопротивлений Z_{c1} и Z_{c2} , которые выбраны таким образом, что при подключении к зажимам $2 - 2'$ сопротивления $Z_{н2} = Z_{c2}$ входное сопротивление четырехполюсника со стороны зажимов $1 - 1'$ равно Z_{c1} , а при подключении к зажимам $1 - 1'$ сопротивления $Z_{н1} = Z_{c1}$ входное сопротивление четырехполюсника со стороны зажимов $2 - 2'$ равно Z_{c2} . Сопротивление Z_{c1} называется характеристическим входным, а Z_{c2} — характеристическим выходным сопротивлением четырехполюсника.

Характеристическое сопротивление неавтономного проходного четырёхполюсника

Подставляя в выражения для входных сопротивлений
четырёхполюсника в прямом

$$Z_{\text{вх}2}(j\omega) = \dot{U}_1 / \dot{I}_1 = (A_{11}Z_{\text{вх}2} + A_{12}) / (A_{21}Z_{\text{вх}2} + A_{22});$$

и обратном

$$Z_{\text{вх}1}(j\omega) = \dot{U}_2 / (-\dot{I}'_2) = (A_{12}Z_{\text{вх}1} + A_{11}) / (A_{22}Z_{\text{вх}1} + A_{21});$$

включения значения

$$Z_{\text{вх}2} = Z_{\text{с}2}, \quad Z_{11}(j\omega) = Z_{\text{с}1}; \quad Z_{\text{вх}1} = Z_{\text{с}1}, \quad Z_{22}(j\omega) = Z_{\text{с}2}$$

и решая полученную систему уравнений:

$$Z_{\text{с}1} = (A_{11}Z_{\text{с}2} + A_{12}) / (A_{21}Z_{\text{с}2} + A_{22});$$

$$Z_{\text{с}2} = (A_{22}Z_{\text{с}1} + A_{12}) / (A_{21}Z_{\text{с}1} + A_{11})$$

**Характеристическое сопротивление
неавтономного проходного
четырёхполюсника**
относительно Z_{c1} и Z_{c2} , находим

$$Z_{c1} = \sqrt{A_{11}A_{12} / (A_{21}A_{22})};$$

$$Z_{c2} = \sqrt{A_{22}A_{12} / (A_{21}A_{11})}.$$

Характеристическое сопротивление неавтономного проходного четырёхполюсника

Характеристическое входное сопротивление
четырёхполюсника может быть определено как среднее
геометрическое из его входных сопротивлений в прямом
включении в режимах холостого хода и короткого замыкания:

$$Z_{c1} = \sqrt{Z_{11x}(j\omega)Z_{11k}(j\omega)}$$

а характеристическое выходное сопротивление - как среднее
геометрическое из его входных сопротивлений в обратном
включении в режимах холостого хода и короткого замыкания:

$$Z_{c2} = \sqrt{Z_{22x}(j\omega)Z_{22k}(j\omega)}$$

Таким образом, характеристические сопротивления
четырёхполюсника могут быть найдены непосредственно по
результатам опытов холостого хода и короткого замыкания.

Характеристические постоянные передачи неавтономного проходного четырехполюсника

Характеристическими постоянными передачи неавтономного проходного четырехполюсника в прямом и обратном включениях называются два комплексных числа Γ_1 и Γ_2 , определяемые соотношениями:

$$\Gamma_1 = -\ln \sqrt{K_{21}(j\omega)G_{21}(j\omega)}; \quad \Gamma_2 = -\ln \sqrt{K_{12}(j\omega)G_{12}(j\omega)}$$

где

$K_{21}(j\omega)$, $G_{21}(j\omega)$ — коэффициенты передачи по напряжению и току четырехполюсника с согласованной нагрузкой на выходе;

$K_{12}(j\omega)$, $G_{12}(j\omega)$ — коэффициенты передачи по напряжению и току четырехполюсника с согласованной нагрузкой на входе.

Характеристические постоянные передачи неавтономного проходного четырёхполюсника

Выполняя несложные преобразования, выражаем характеристические постоянные передачи четырёхполюсника через его А-параметры

$$\Gamma_1 = \ln \left(\sqrt{A_{11}A_{22}} + \sqrt{A_{12}A_{21}} \right)$$

$$\Gamma_2 = \ln \left[\left(\sqrt{A_{11}A_{22}} + \sqrt{A_{12}A_{21}} \right) / \Delta_A \right] = -\ln \left(\sqrt{A_{11}A_{22}} - \sqrt{A_{12}A_{21}} \right)$$

или

$$e^{\Gamma_1} = \sqrt{A_{11}A_{22}} + \sqrt{A_{12}A_{21}}$$

$$e^{\Gamma_2} = \left(\sqrt{A_{11}A_{22}} + \sqrt{A_{12}A_{21}} \right) / \Delta_A = 1 / \left(\sqrt{A_{11}A_{22}} - \sqrt{A_{12}A_{21}} \right)$$

Характеристические постоянные передачи неавтономного проходного четырехполюсника

Характеристические сопротивления четырехполюсника Z_{c1} и Z_{c2} , характеристические постоянные передачи Γ_1 и Γ_2 , называются его ***характеристическими (вторичными) параметрами***. Подобно первичным, характеристические параметры образуют систему независимых параметров неавтономного проходного четырехполюсника, определяющих соотношения между токами и напряжениями на его зажимах.

Неавтономный проходной четырехполюсник в общем случае имеет четыре независимых характеристических параметра Z_{c1} , Z_{c2} , Γ_1 и Γ_2

Согласованное каскадное соединение неавтономных проходных четырёхполюсников

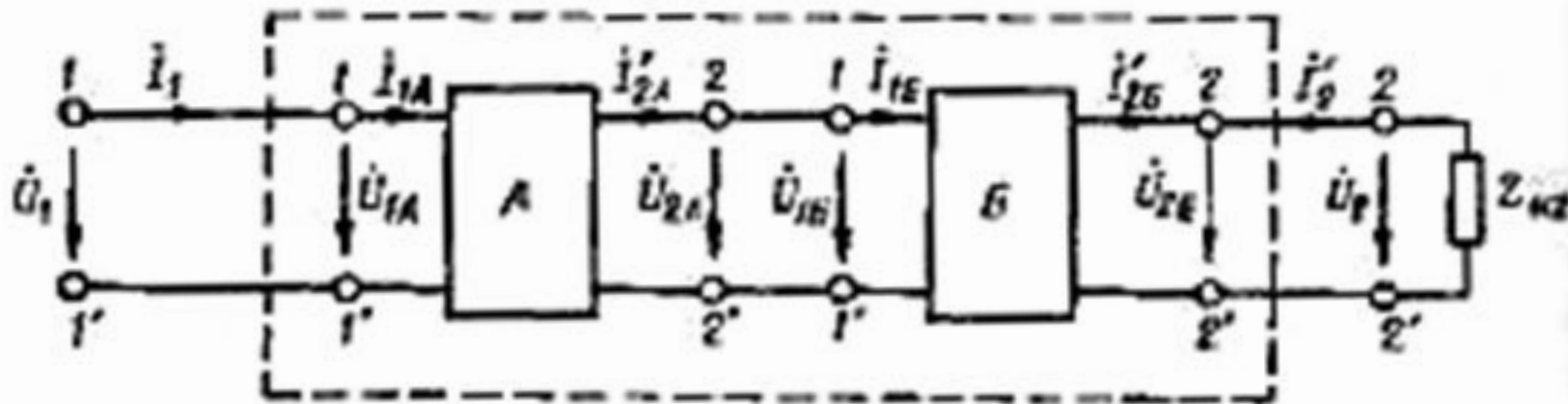
Каскадное соединение четырёхполюсников А и Б (рис) называется **согласованным**, если их характеристические параметры и сопротивление нагрузки выбраны таким образом, что

$$Z_{\text{Б2}} = Z_{\text{н2}} , \quad Z_{\text{с2А}} = Z_{\text{с1Б}}$$

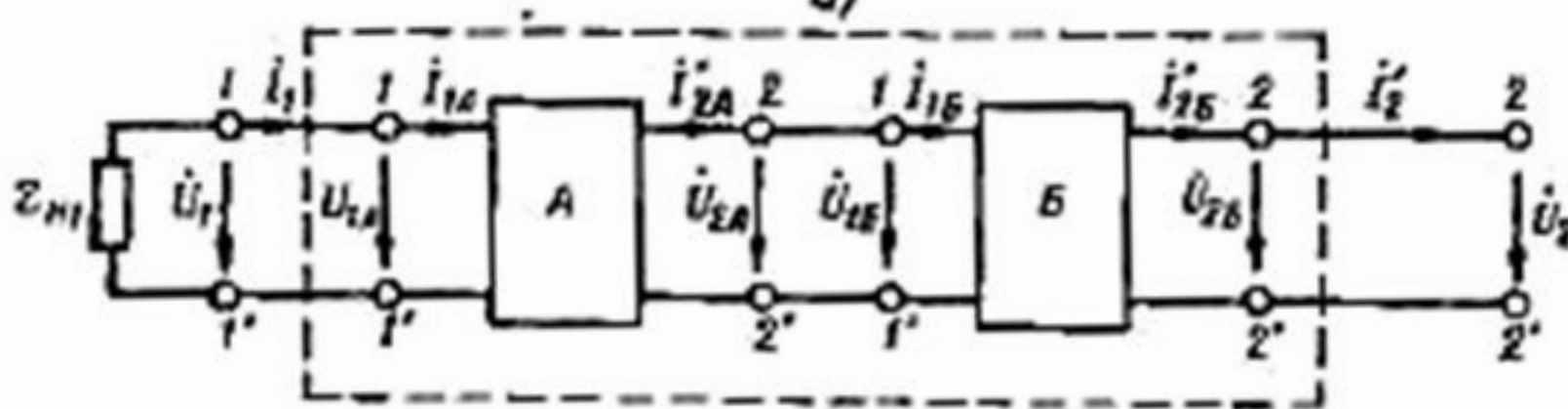
или

$$Z_{\text{в1А}} = Z_{\text{с1Б}} , \quad Z_{\text{с2А}} = Z$$

Согласованное каскадное соединение неавтономных проходных четырёхполюсников



а)



б)