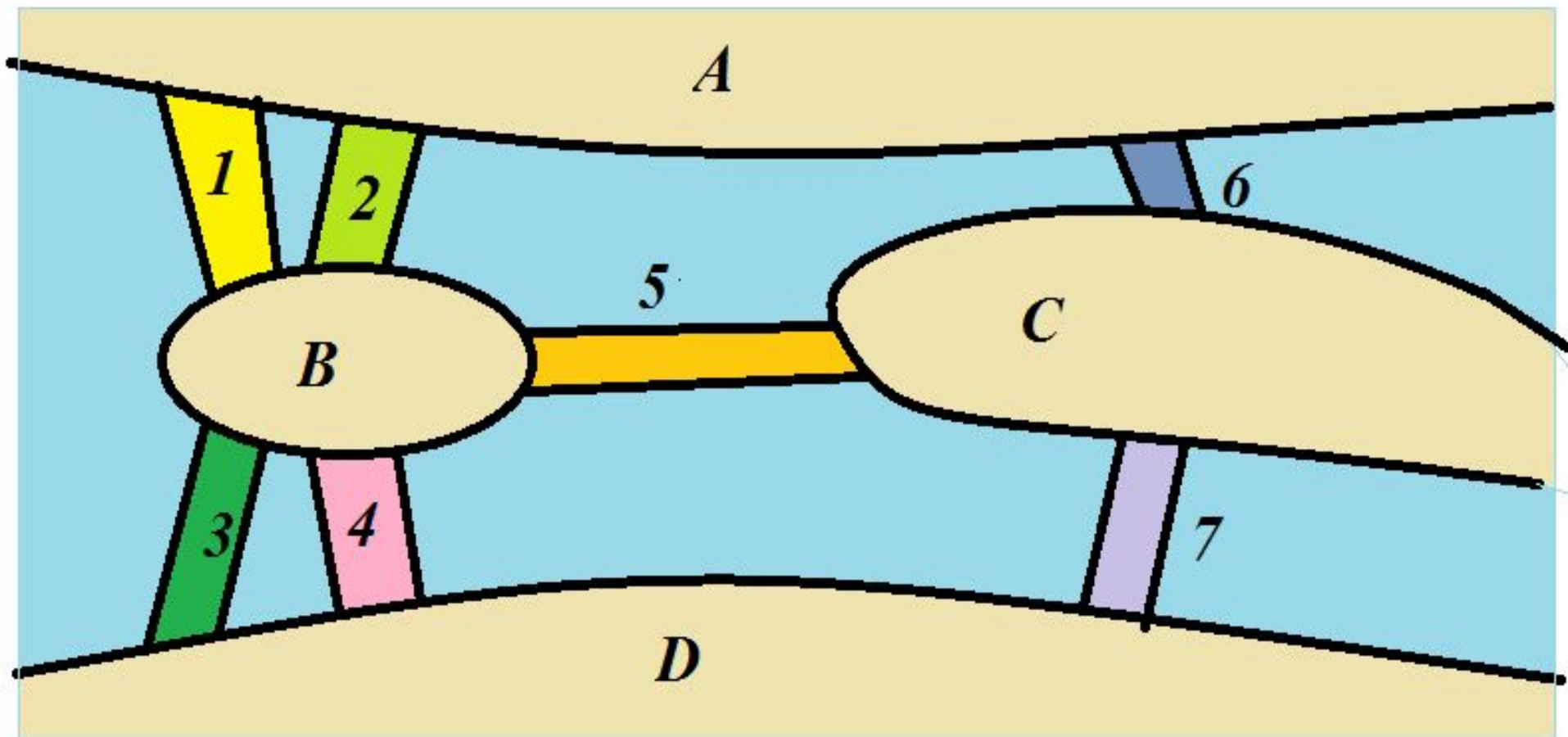


# Дискретная математика

**Обходы.  
Эйлеров и гаильтонов графы**

# Задача о мостах Кёнигсберга

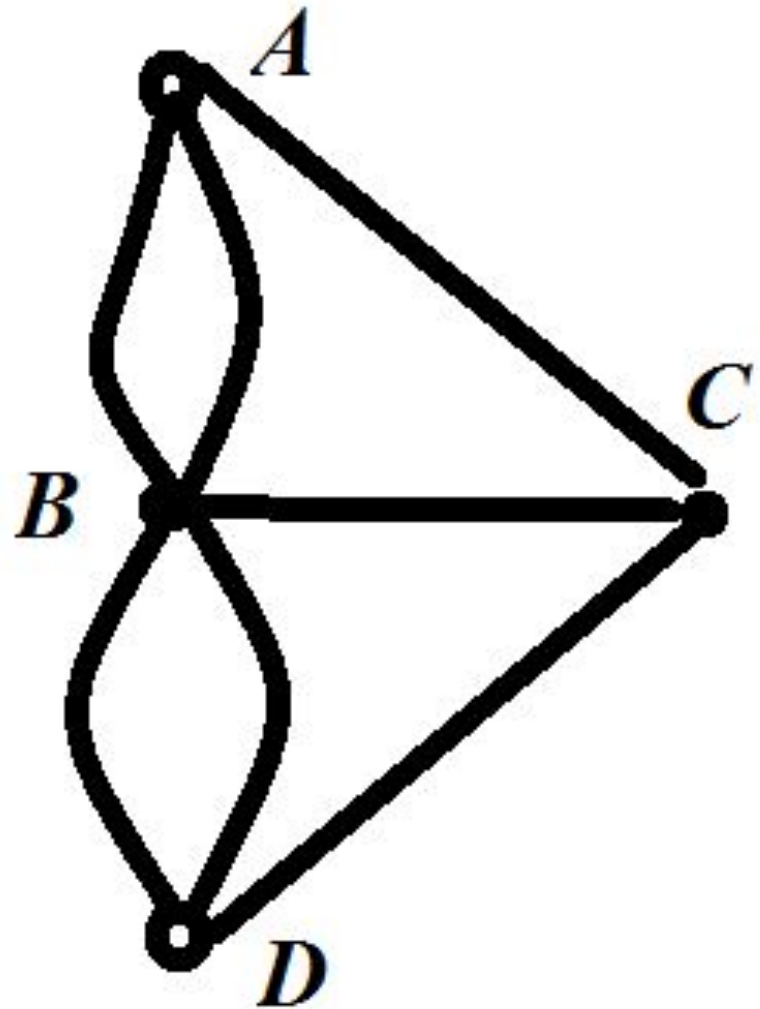
Карта мостов Кёнигсберга во времена Эйлера



# Граф – схема мостов

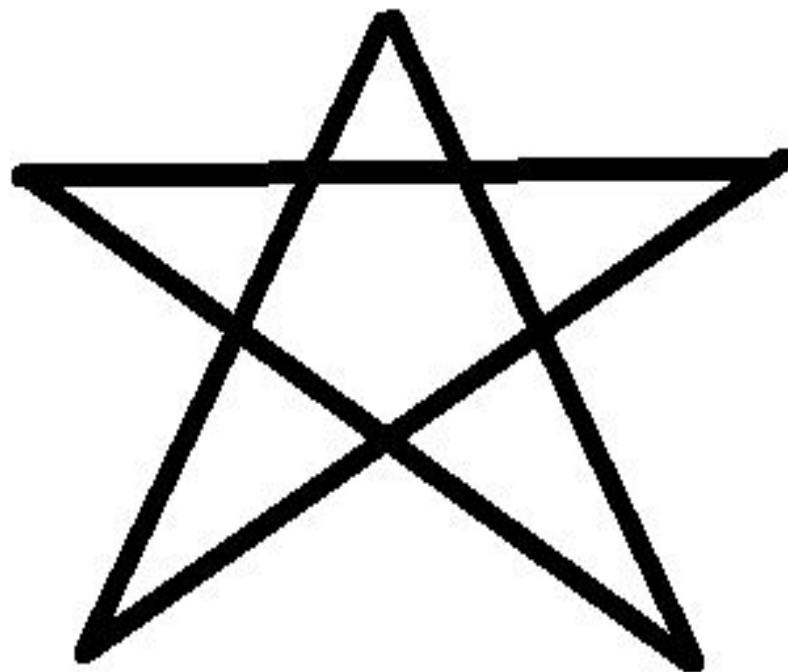
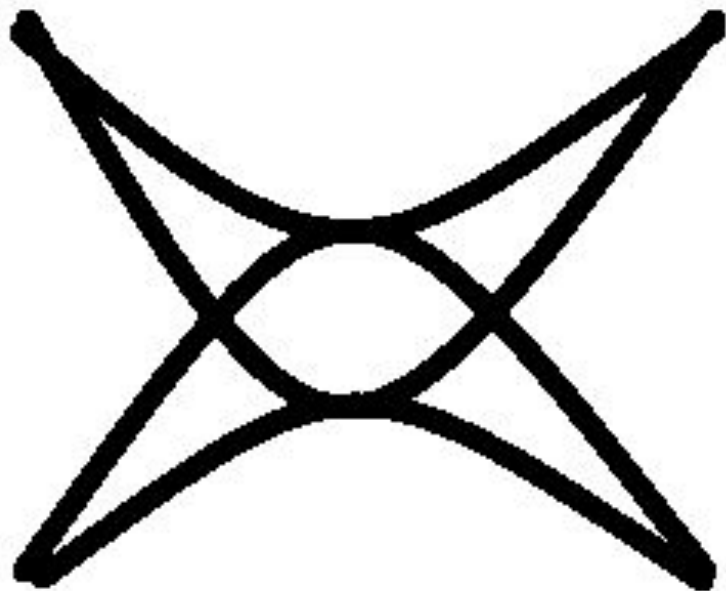
Части города – вершины, мосты – ребра.

Из рисунка видно,  
что задача,  
Поставленная  
Эйлером,  
не выполнима.



# *Известные головоломки*

Сабли Магомеда



Пентаграмма

# *Эйлеров граф*

*Эйлеровым циклом* в  $n$ -графе

называется цикл, обходящий все ребра графа (ровно по одному разу).

*Эйлеров граф* – граф, в котором есть эйлеров цикл

# *Полуэйлеров граф*

*Эйлеровой цепью* в  $n$ -графе

называется цепь, обходящая все ребра графа (ровно по одному разу).

*Полуэйлеров граф* – граф, в

котором есть эйлерова цепь

# *Теорема Эйлера*

## *(условие эйлеровости графа)*

Для того, чтобы произвольный  $n$ -граф был эйлеровым, необходимо и достаточно, чтобы

- 1) он был связан и
- 2) локальные степени всех его вершин были четными.

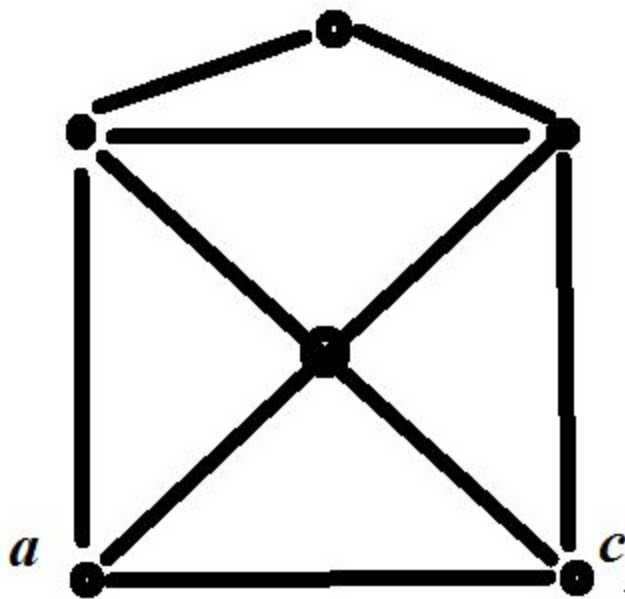
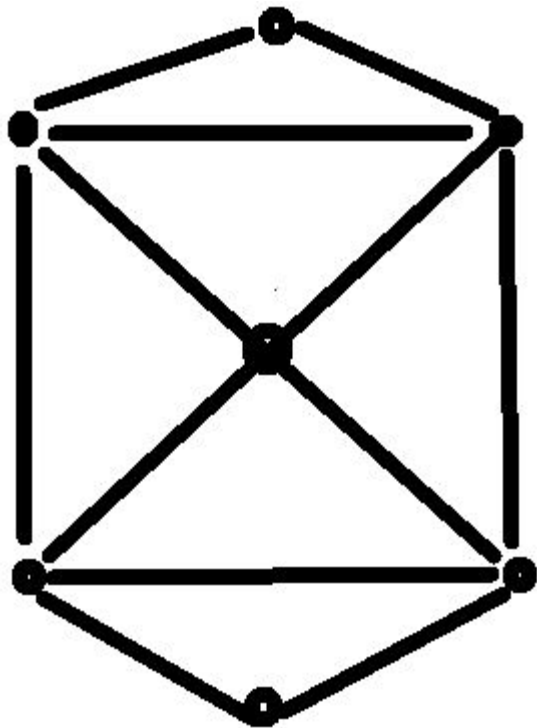
# *Теорема (условие полуэйлеровости графа)*

Для того, чтобы произвольный  $n$ -граф был полуэйлеровым, необходимо и достаточно, чтобы: 1) он был связан и 2) локальные степени всех его вершин, кроме двух, были четными. Вершины с нечетными степенями являются началом и концом эйлеровой цепи

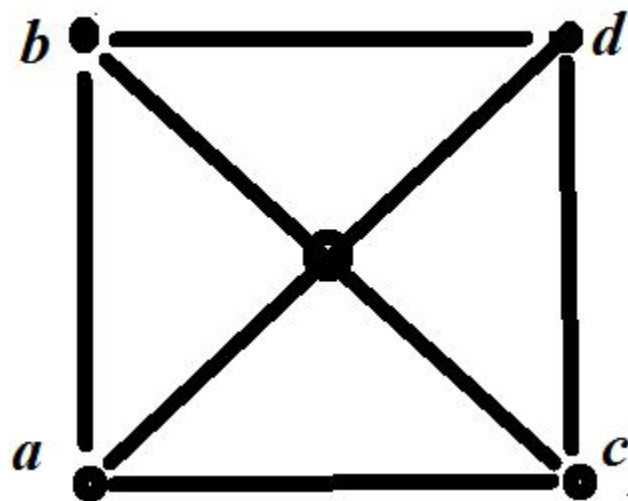


# Эйлеров, полуэйлеров, не эйлеров графы

Эйлеров граф



Полуэйлеров граф



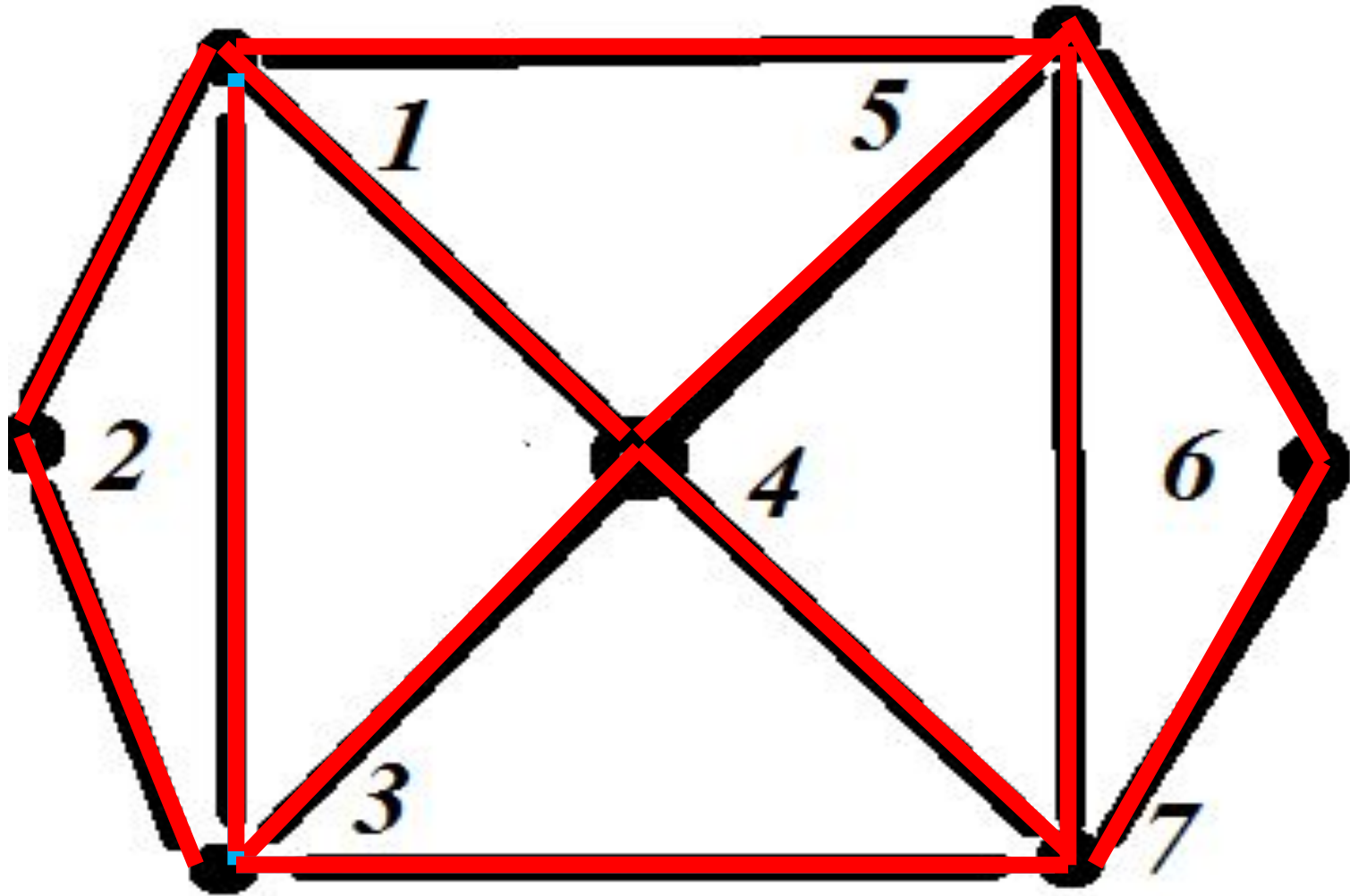
Не эйлеров граф

# *Алгоритм Флери*

При построении эйлерова цикла начинаем с произвольной вершины и движемся в произвольном направлении выполняя два условия:

- 1) стираем пройденные ребра и изолированные вершины, которые при этом появляются;
- 2) идем по мосту, только если нет другой ВОЗМОЖНОСТИ.

# Пример построения эйлерова цикла



# *Гамильтонов граф*

*Гамильтоновым циклом* в  $n$ -

графе называется простой цикл,

обходящий все вершины графа

(ровно по одному разу).

*Гамильтонов граф* – граф, в

котором есть гамильтонов цепь.

# *Полугамильтонов граф*

*Гамильтоновой цепью* в  $n$ -графе

называется простая цепь,

обходящий все вершины графа

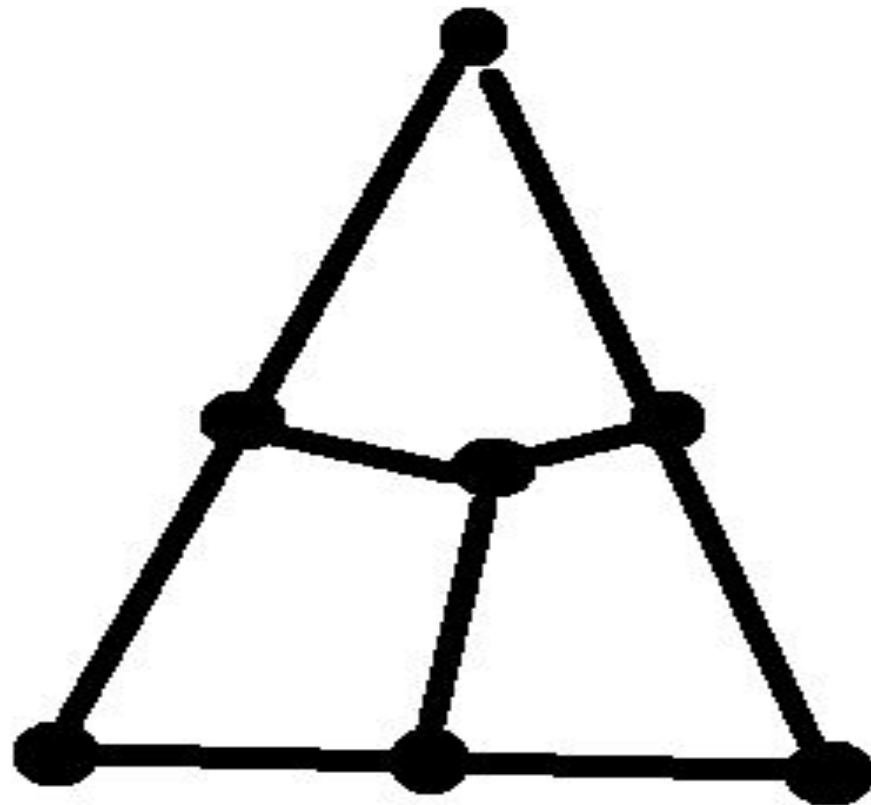
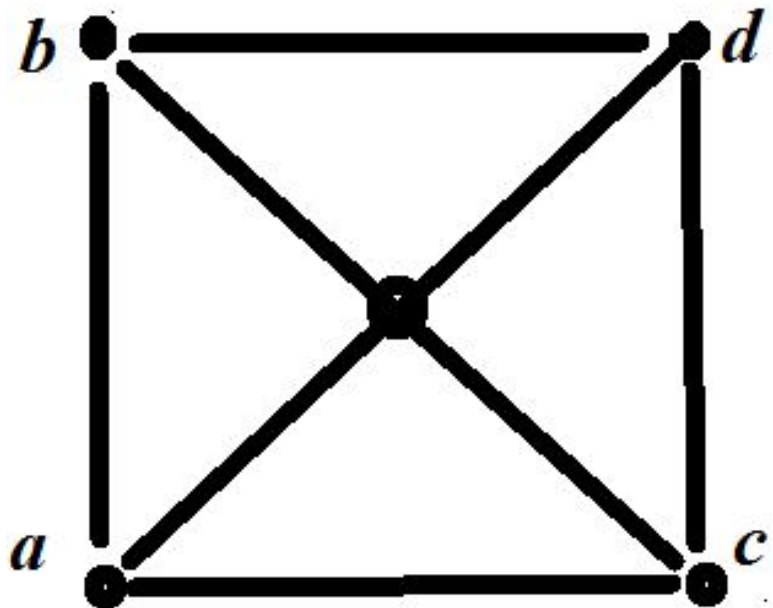
(ровно по одному разу).

*Полугамильтонов граф* – граф,

в котором есть гамильтонов цикл.

# Гамильтонов, полугамильтонов графы

Гамильтонов граф



Полгамильтонов граф