ТЕМА: ТРИГОНОМЕТРИЯ. МЕРЫ УГЛОВ. ОПРЕДЕЛЕНИЕ СИНУСА, КОСИНУСА, ТАНГЕНСА, КОТАНГЕНСА.

Тригонометрия

(«три» - три, «гониа» - угол, «метриа» - измеряю)

раздел математики, изучающий соотношение сторон и углов в треугольнике

Единицы измерения углов

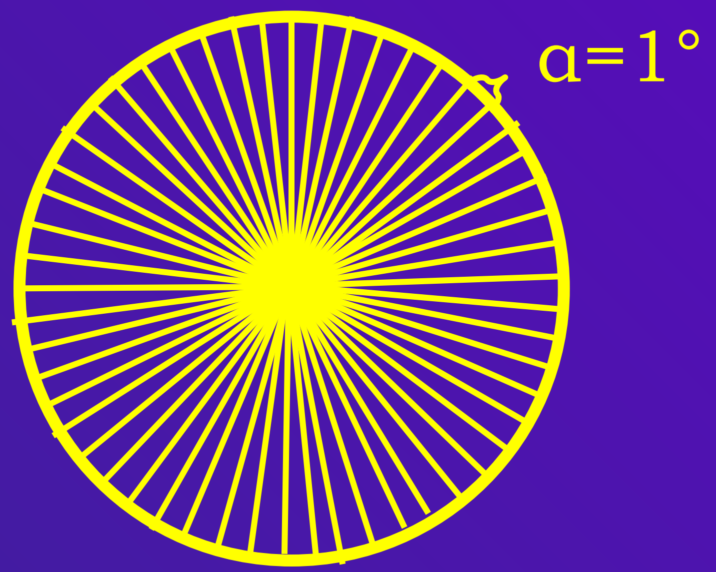
Градусы

Радианы

Тема урока:

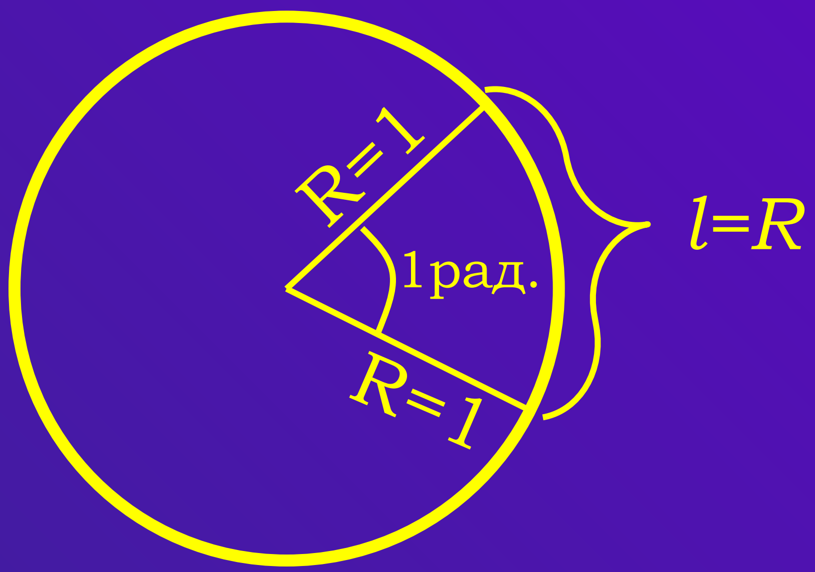
Радианная мера угла

Градусная мера угла



1° – цена одного деления окружности, разделенной на 360 частей

Радианная мера угла



1 радиан – это величина центрального угла, длина дуги которого равна радиусу

Единицы измерения углов

Радианы

Градусы

π

$\textit{радиан} = 180^\circ$

Перевод из градусной меры в радианную:

$$\pi \text{ радиан} = 180^\circ$$

$$n^\circ = \frac{\pi \cdot n^\circ}{180^\circ} \text{ рад.}$$

Пример:

1. $$30^\circ = \frac{\pi \cdot 30^\circ}{180^\circ}\ \text{рад.} = \frac{\pi}{6}\ \text{рад.}$$

2. $$90^\circ = \frac{\pi \cdot 90^\circ}{180^\circ}\ \text{рад.} = \frac{\pi}{2}\ \text{рад.}$$

3. $$135^\circ = \frac{\pi \cdot 135^\circ}{180^\circ}\ \text{рад.} = \frac{3\pi}{4}\ \text{рад.}$$

№1: Переведите в радианную меру углы:

1) $45°$ 4) $100°$ 7) $215°$

2) $15°$ 5) $200°$ 8) $150°$

3) $72°$ 6) $360°$ 9) $330°$

Перевод из радианной меры в градусную:

$$\pi \text{ радиан} = 180^{\circ}$$

$$n \cdot \pi_{\text{рад.}} = n \cdot 180^{\circ}$$

Пример:

1. $$\frac{\pi}{3}\,рад. = \frac{180^\circ}{3} = 60^\circ$$

2. $$\frac{\pi}{4}\,рад. = \frac{180^\circ}{4} = 45^\circ$$

3. $$\frac{4\pi}{5}\,рад. = \frac{4\cdot 180^\circ}{5} = 144^\circ$$

№2: Переведите в градусную меру углы:

1) $\frac{\pi}{9}$ *рад.*

2) $\frac{\pi}{5}$ *рад.*

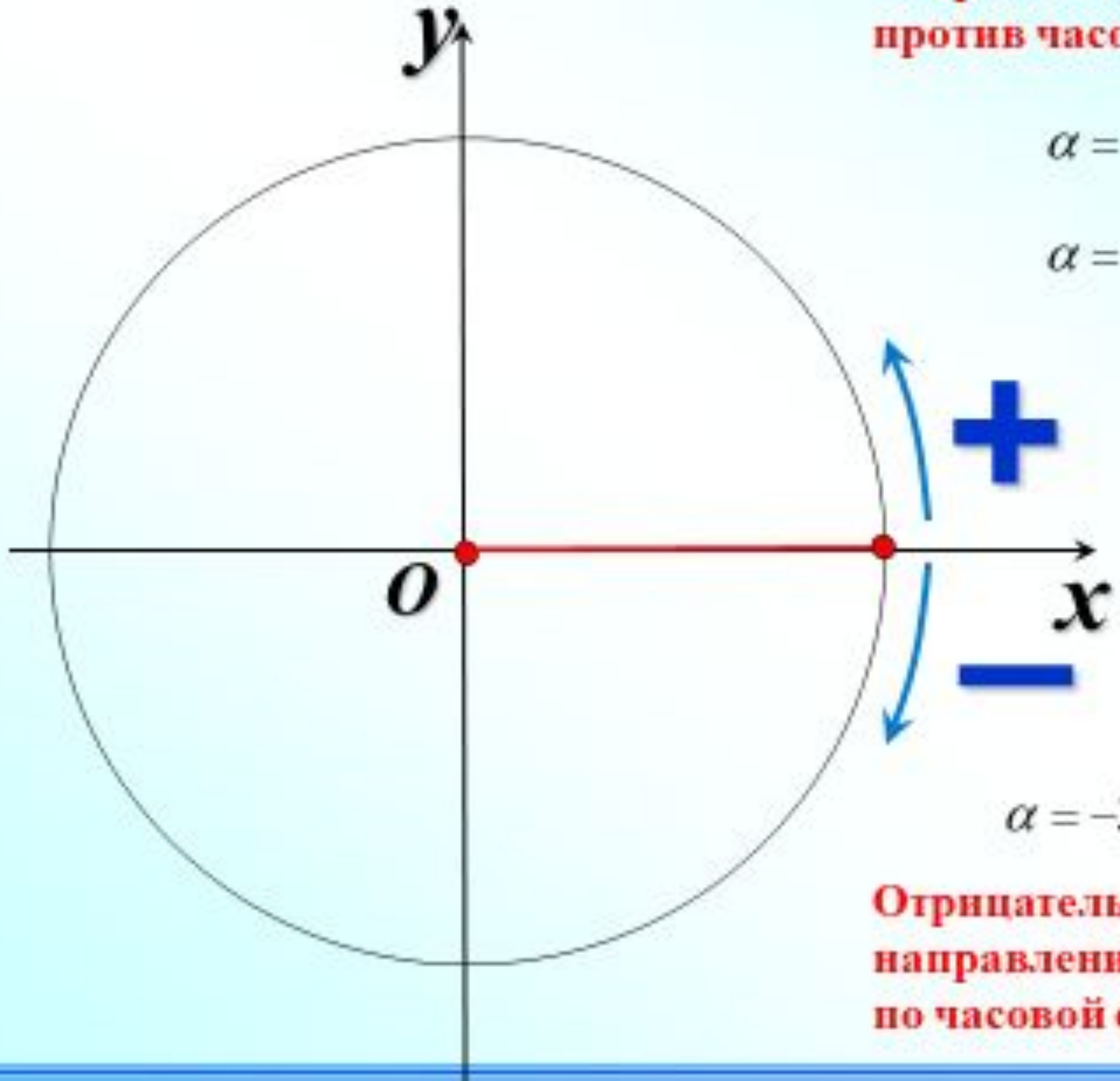
3) $\frac{5\pi}{12}$ *рад.*

4) $\frac{\pi}{4}$ *рад.*

5) $\frac{4\pi}{3}$ *рад.*

6) $\frac{3\pi}{4}$ *рад.*

Синус, косинус
и тангенс угла



Положительное направление поворота: против часовой стрелки.

$\alpha = 47^0$

$\alpha = 497^0$

$\alpha = -323^0$

Отрицательное направление поворота: по часовой стрелке.

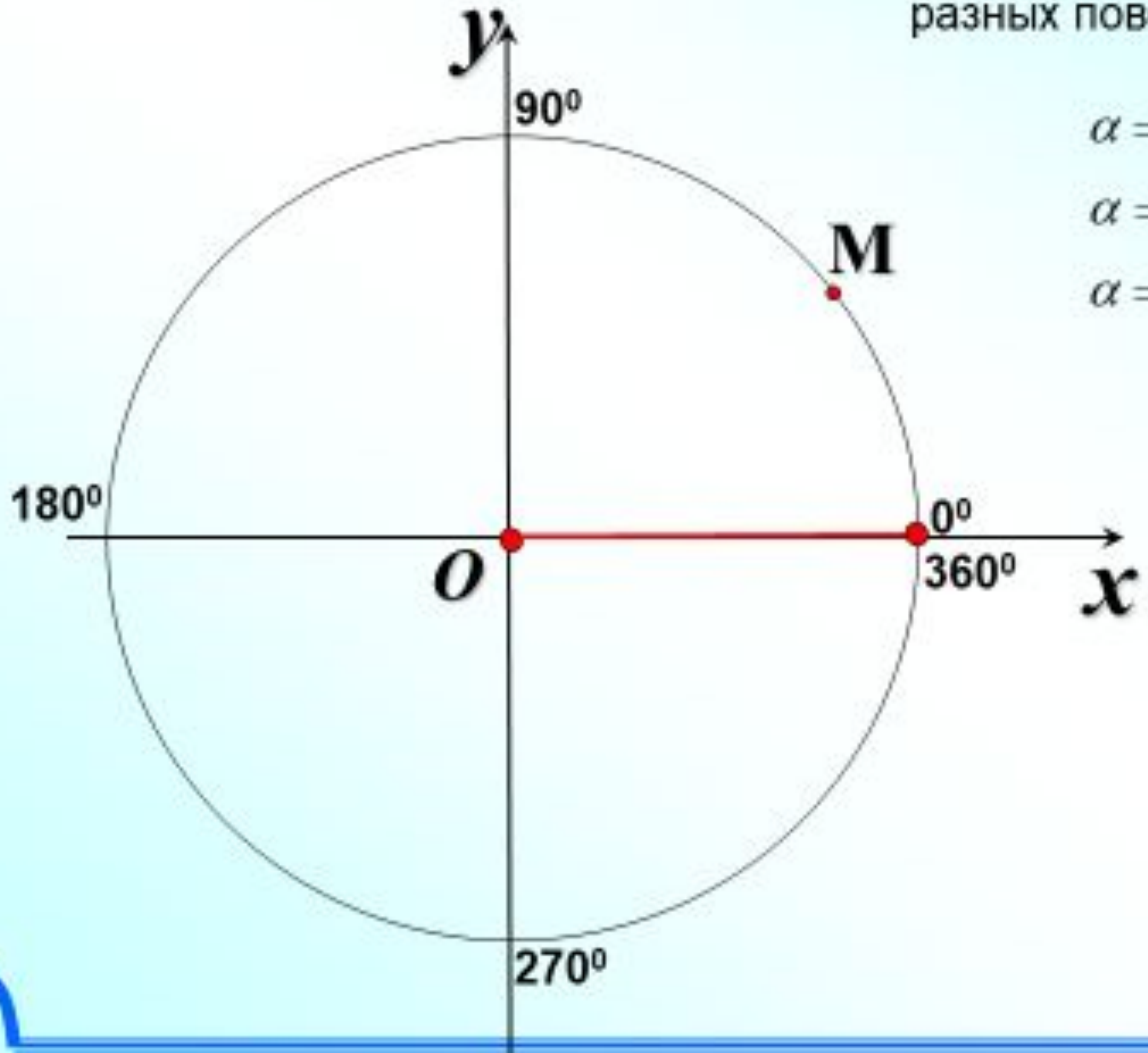
Поворот

В т. М можем попасть, выполнив множество разных поворотов.

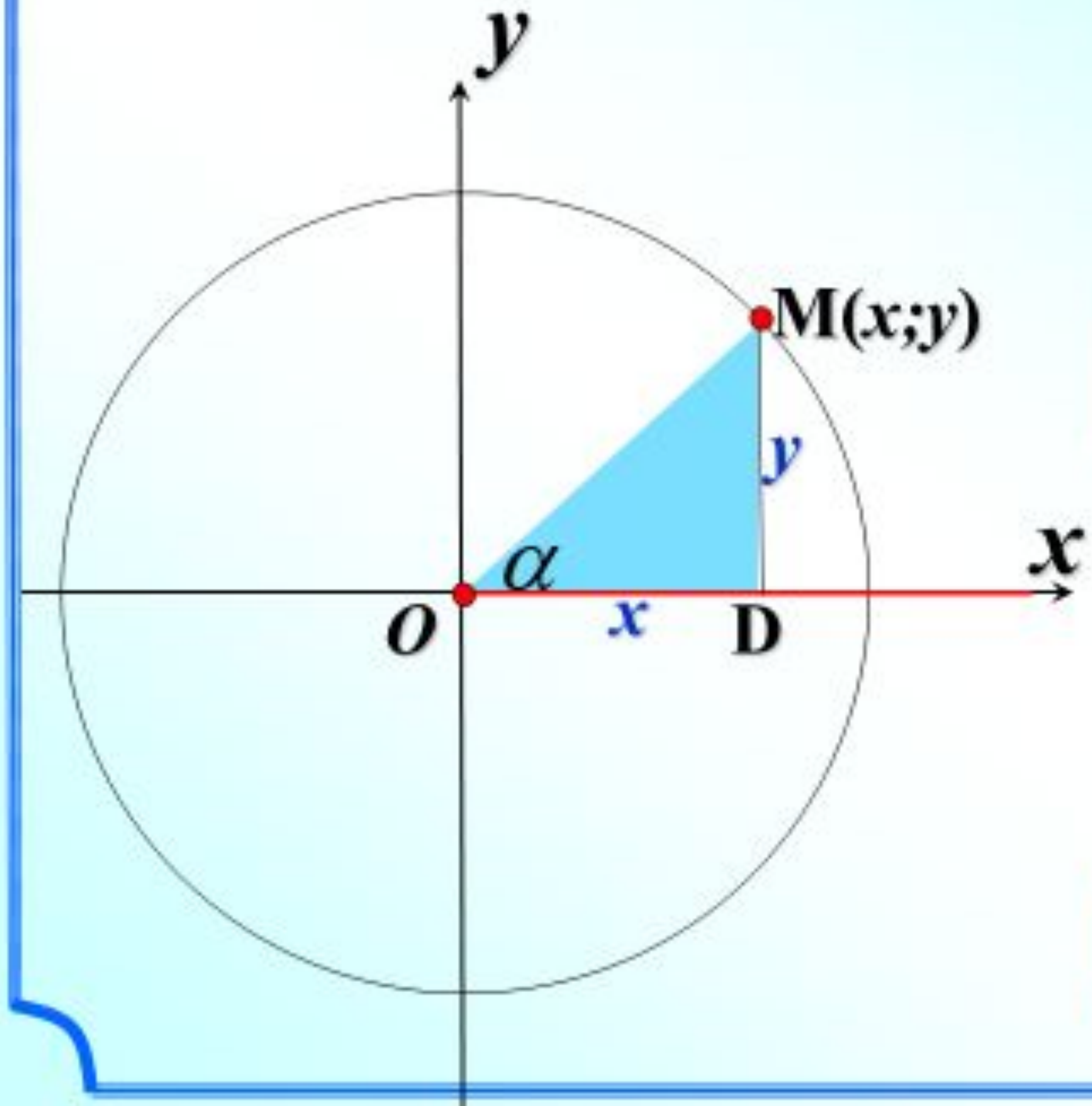
$\alpha = 37^0$

$\alpha = -323^0$

$\alpha = 397^0$



Единичная окружность $r = 1$



$$\sin\alpha = \frac{MD}{OM}$$

$$\sin\alpha = \frac{y}{1}$$

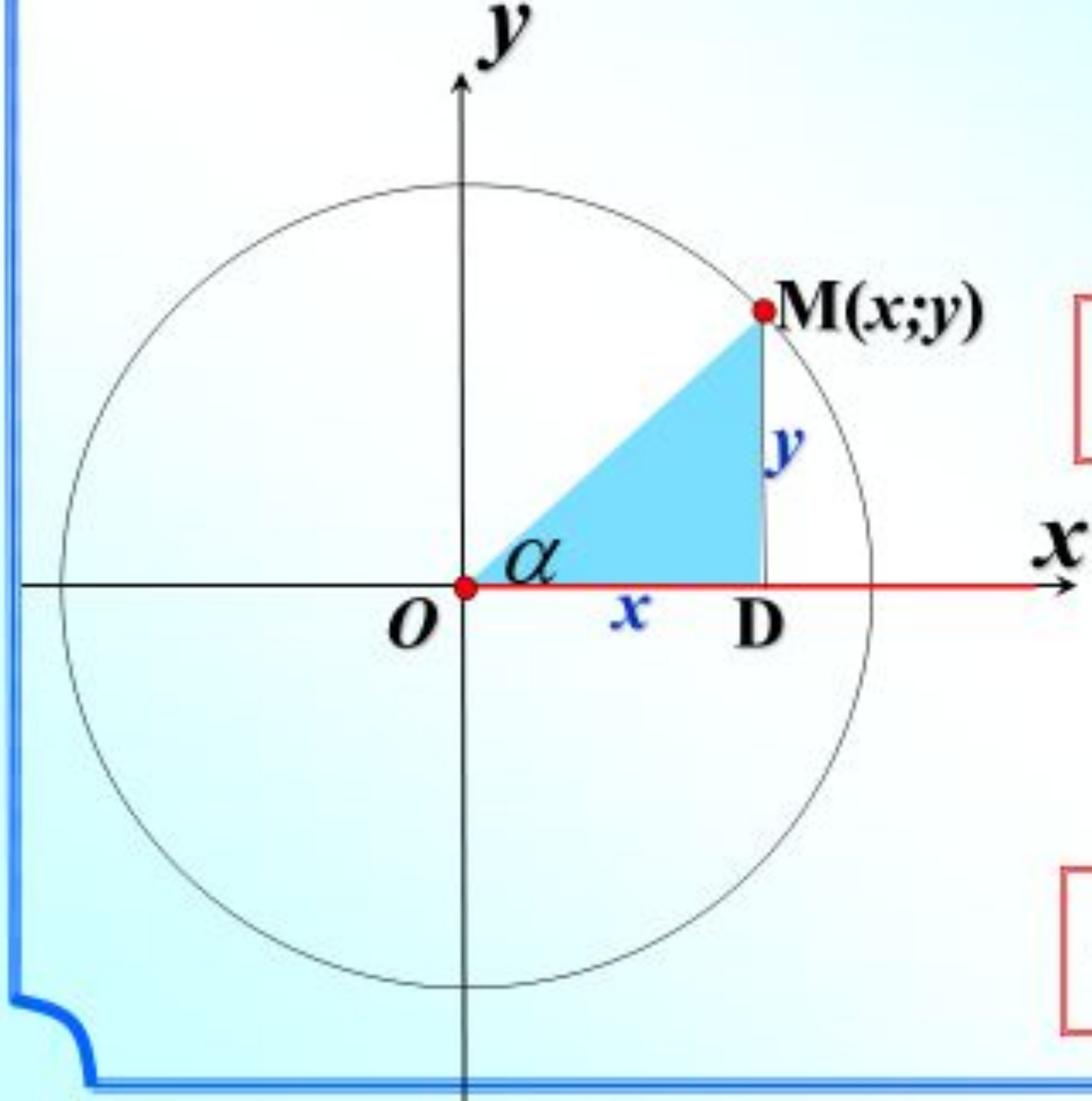
$$\boxed{\sin\alpha = y}$$ *

$$\cos\alpha = \frac{OD}{OM}$$

$$\cos\alpha = \frac{x}{1}$$

$$\boxed{\cos\alpha = x}$$ *

Единичная окружность $r = 1$



$$tg\alpha = \frac{MD}{OD}$$

$$tg = \frac{y}{x}$$

$$\boxed{tg\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}}$$ *

$$ctg\alpha = \frac{OD}{DM}$$

$$ctg\alpha = \frac{x}{y}$$

$$\boxed{ctg\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}}$$ *

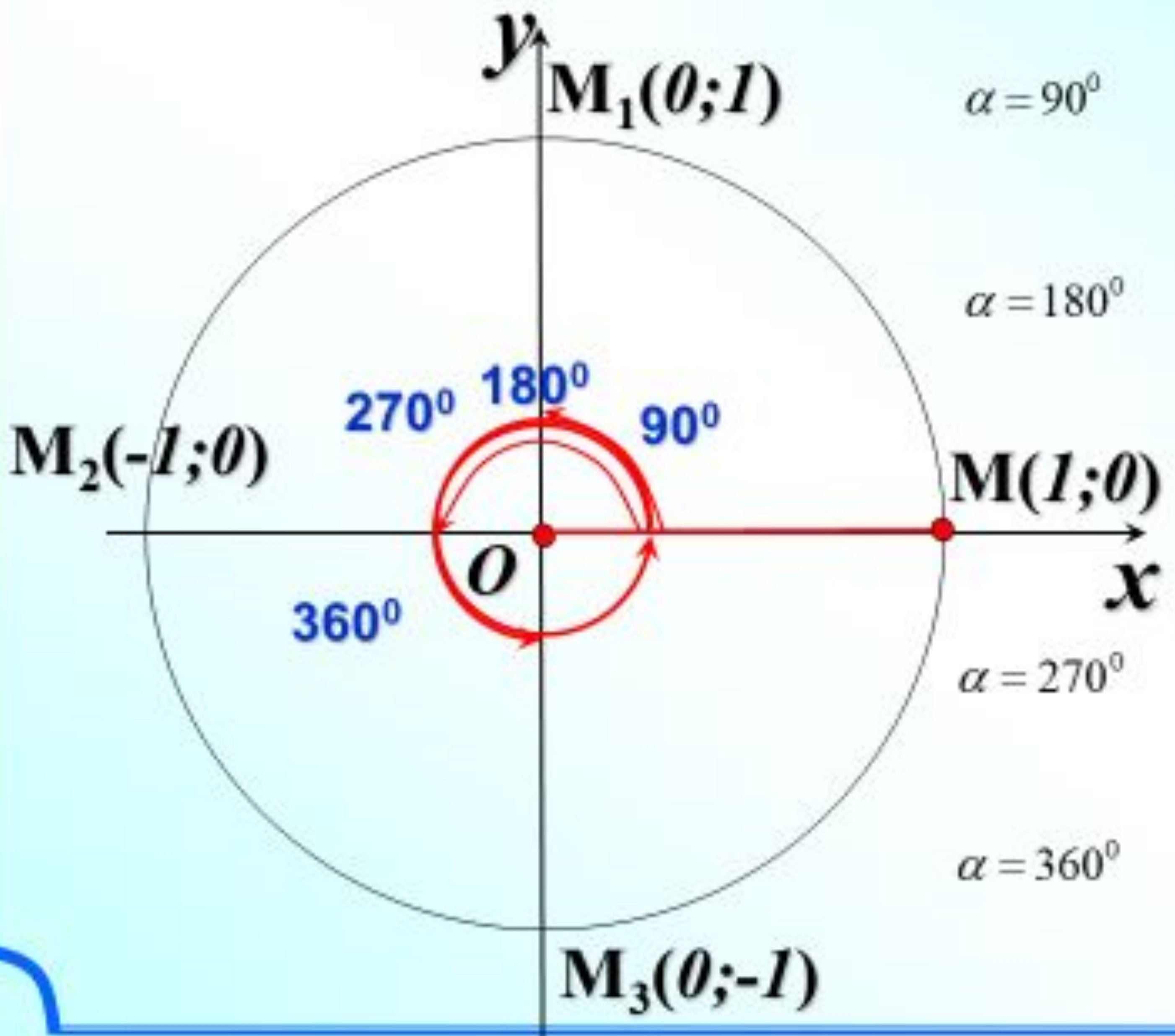
Синусом угла α называется ордината y точки М, а косинусом угла α – абсцисса x точки М.

$$\sin a = y; \quad \cos a = x$$

$$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \qquad ctg\,\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$$

$$\mathrm{tg}\,\alpha \cdot ctg\,\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}\cdot\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = 1$$

$\sin a = y \quad \cos a = x$



$\alpha = 0^0$ $\quad \sin 0^0 = 0,$

$\cos 0^0 = 1,$

$\alpha = 90^0$ $\quad \sin 90^0 = 1,$

$\cos 90^0 = 0,$

$\alpha = 180^0$ $\quad \sin 180^0 = 0,$

$\cos 180^0 = -1.$

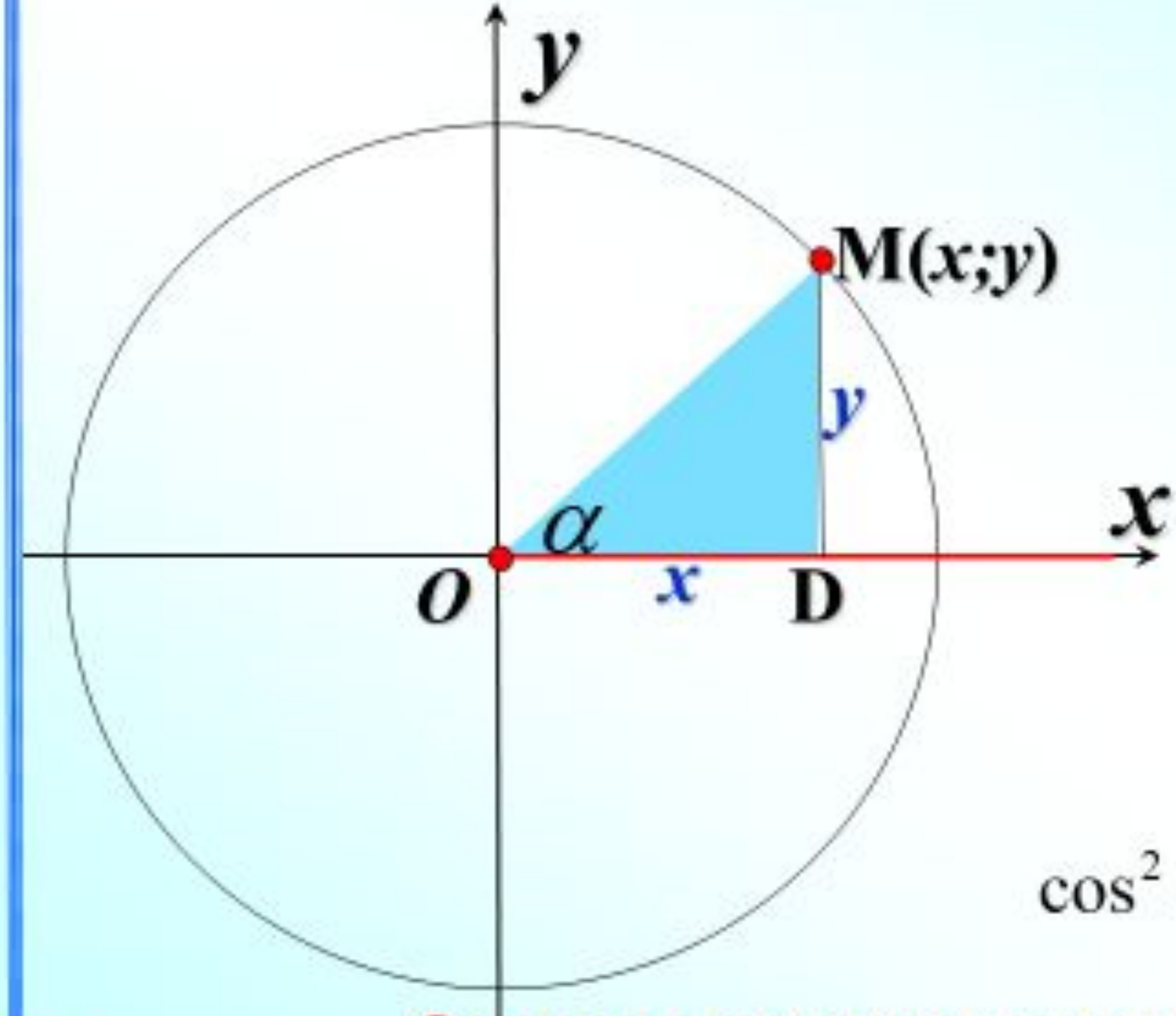
$\alpha = 270^0$ $\quad \sin 270^0 = -1,$

$\cos 270^0 = 0.$

$\alpha = 360^0$ $\quad \sin 360^0 = 0,$

$\cos 360^0 = 1.$

Единичная окружность $r = 1$



$$x^2 + y^2 = 1$$

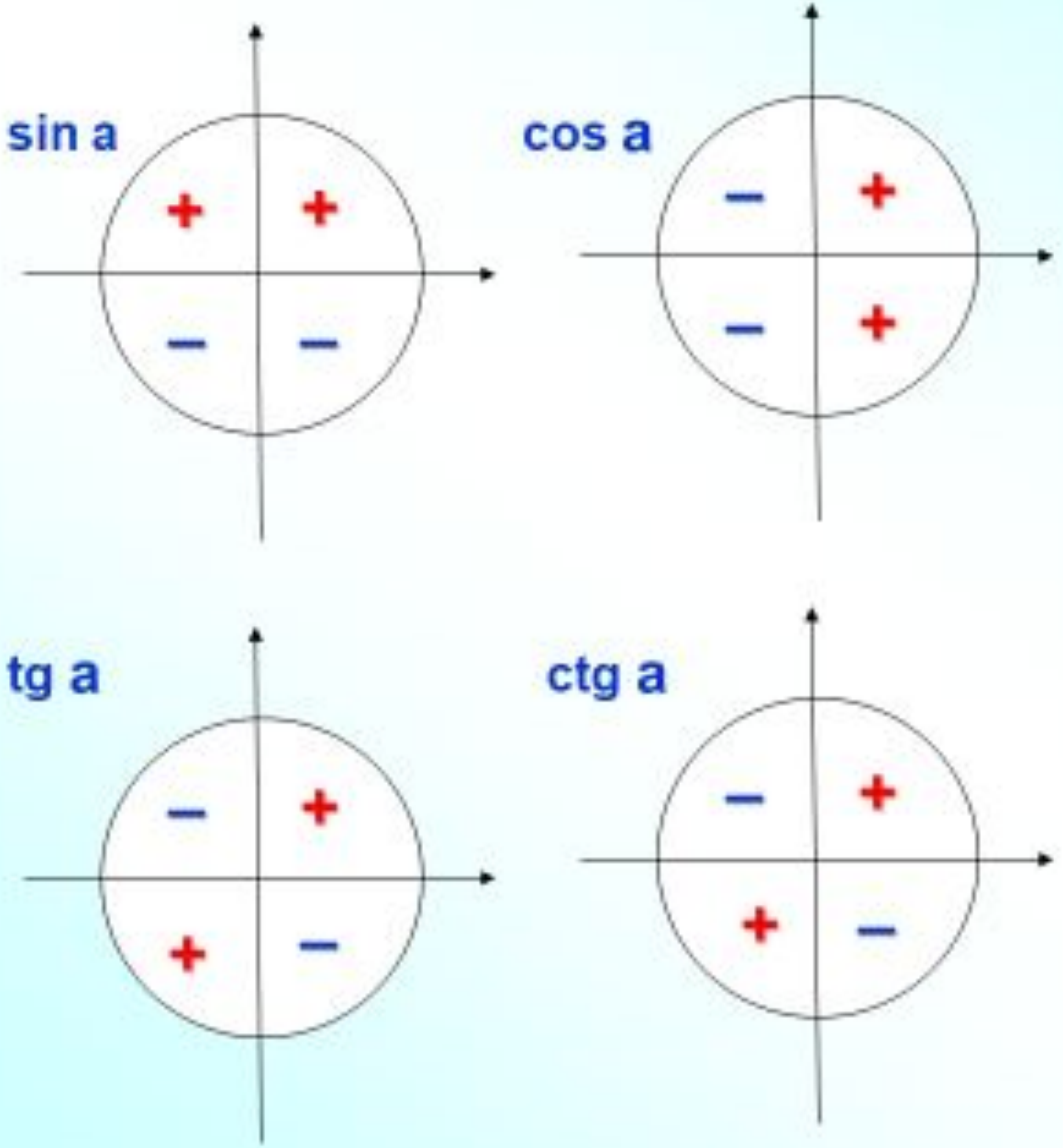
$$\sin\alpha = y$$

$$\cos\alpha = x$$

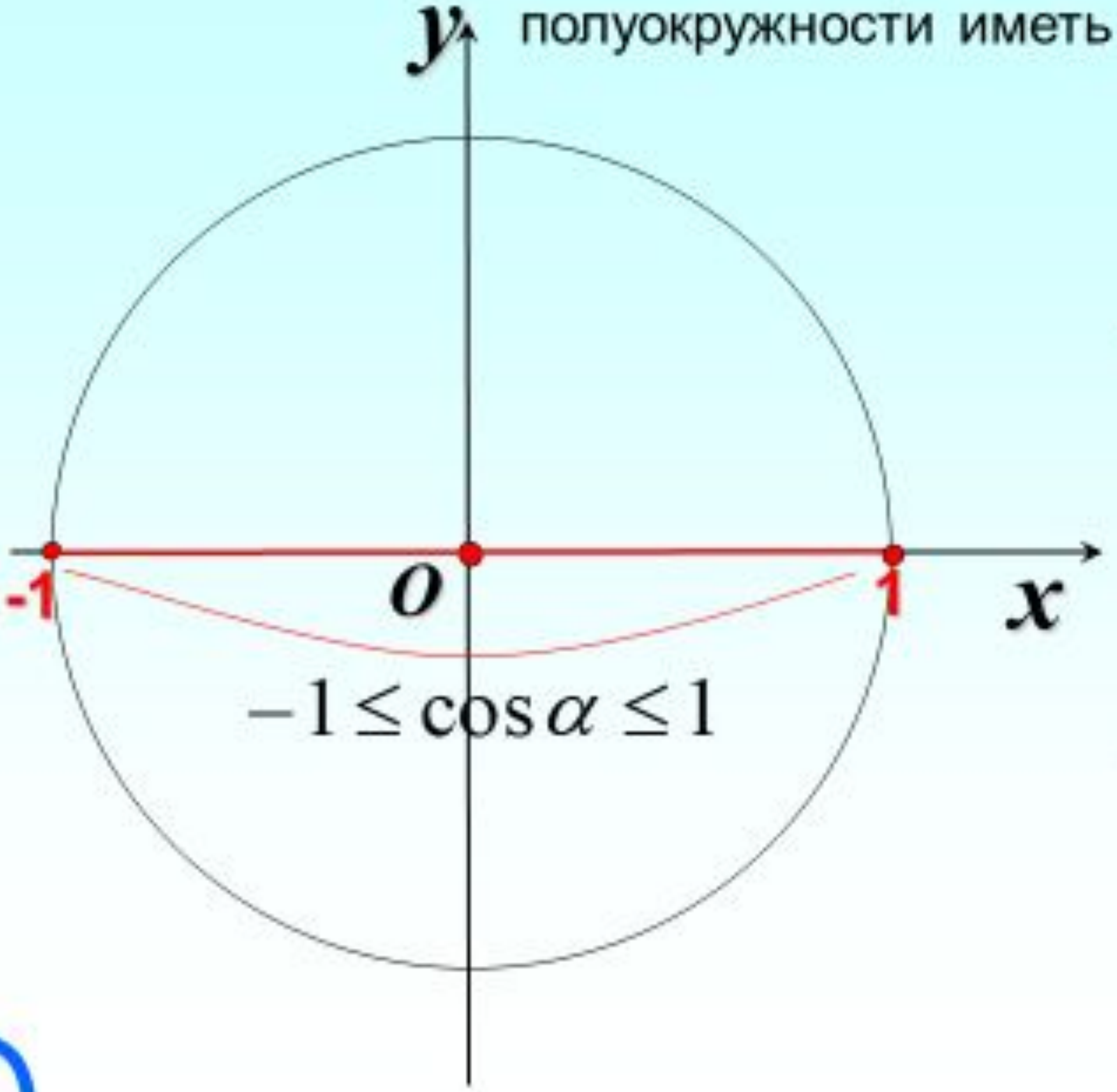
$$\cos^2\alpha + \sin^2 a = 1$$

Основное тригонометрическое тождество

ЗНАКИ тригонометрических функций



Может ли абсцисса точки единичной полуокружности иметь значения



$0{,}3 \in [-1;1]$

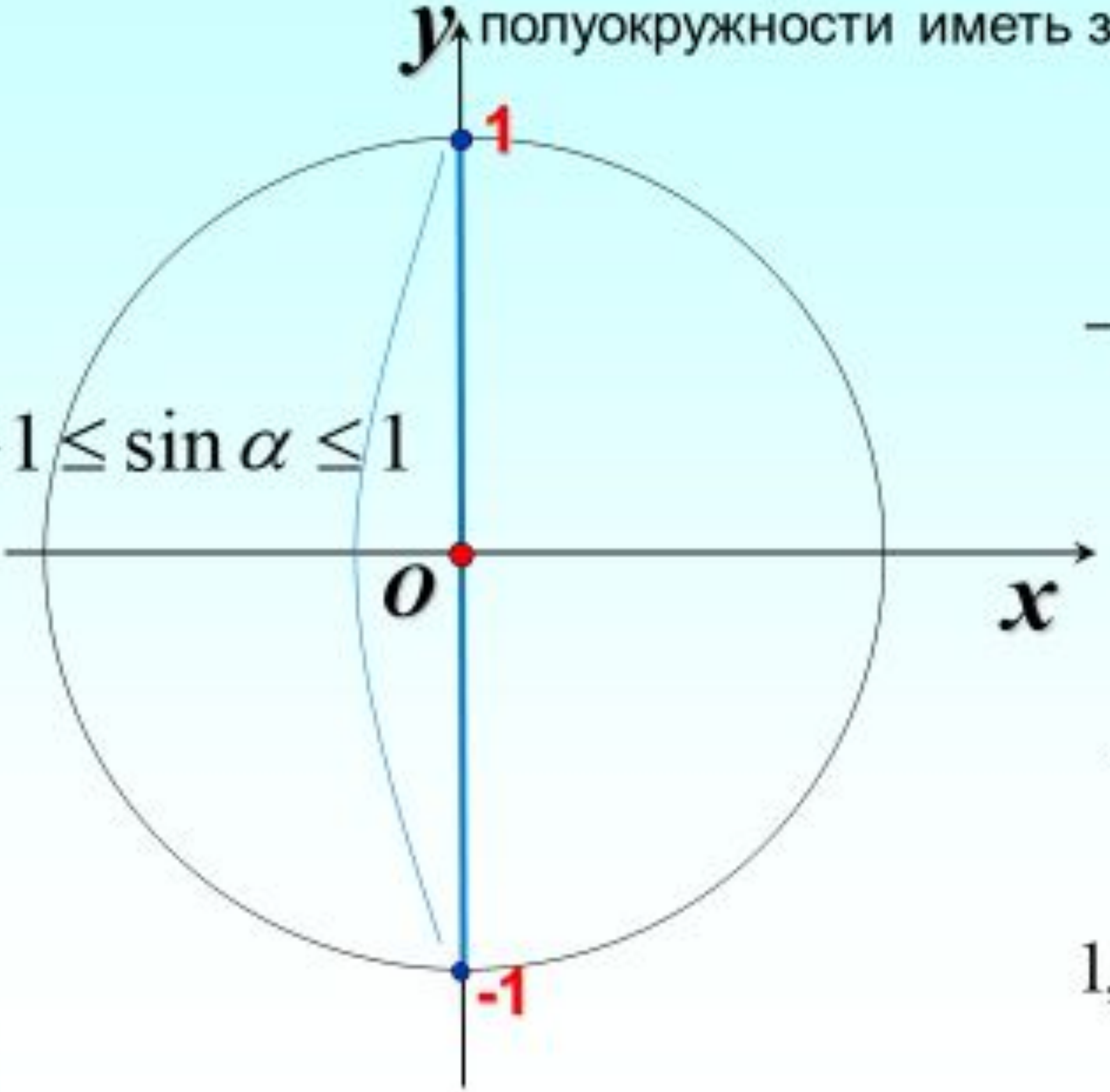
$-2{,}8 \notin [-1;1]$

$\dfrac{1}{3} \in [-1;1]$

$-\dfrac{1}{3} \in [-1;1]$

$1\dfrac{2}{3} \notin [-1;1]$

Может ли ордината точки единичной полуокружности иметь значения



$$-1 \le \sin\alpha \le 1$$

$0{,}6 \in [-1;1]$

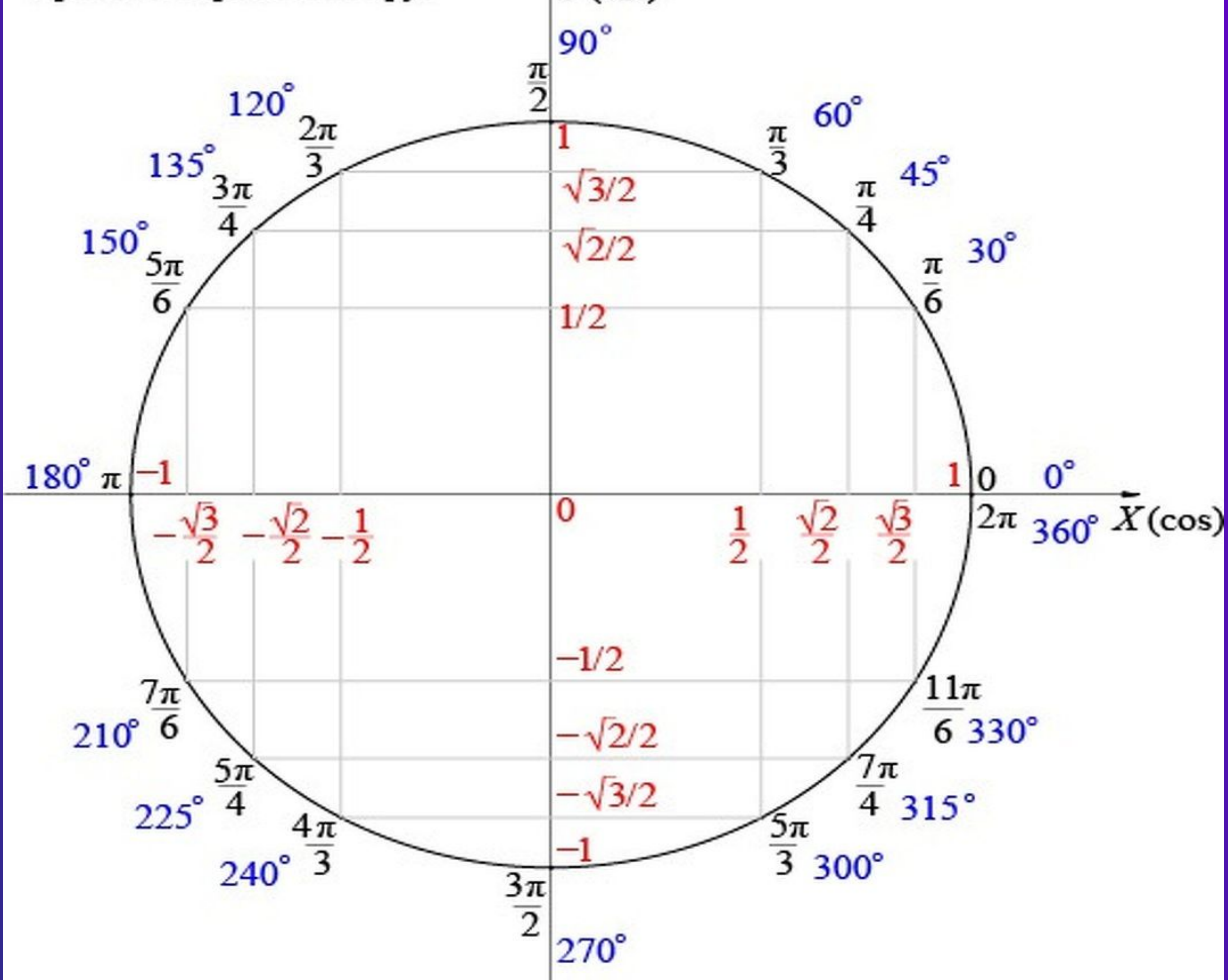
$-0{,}3 \notin [-1;1]$

$7 \notin [-1;1]$

$\dfrac{1}{7} \in [-1;1]$

$1{,}002 \notin [-1;1]$

Тригонометрический круг



Задание 1

Найдите значение выражения $14\sqrt{6}\,\mathrm{tg}\,\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{4}$.

Решение.

$$14\sqrt{6}\,\mathrm{tg}\,\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{4} = 14\sqrt{6}\cdot\sqrt{3}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} = 14\sqrt{6}\cdot\frac{\sqrt{6}}{2} = 42.$$

Ответ: 42.

Задание 2

Найдите значение выражения $3\sqrt{3}\cos\frac{\pi}{6}\cos 7\pi$.

Решение.

$$3\sqrt{3}\cos\frac{\pi}{6}\cos 7\pi = 3\sqrt{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\cos(6\pi+\pi) = \frac{9}{2}\cos\pi = -\frac{9}{2} = -4{,}5.$$

Ответ: $-4{,}5$.

Задание 3

Найдите значение выражения $-5\sqrt{3}\cos(-390^\circ)$.

Решение.

$-5\sqrt{3}\cos(-390^\circ) = -5\sqrt{3}\cos(390^\circ) = -5\sqrt{3}\cos(360^\circ + 30^\circ) =$

$= -5\sqrt{3}\cos 30^\circ = -5\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{-15}{2} = -7{,}5.$

Ответ: $-7{,}5$.

Задание 4

Найдите значение выражения $4\sqrt{3}\,\mathrm{tg}(-750^\circ)$.

Решение.

$4\sqrt{3}\,\mathrm{tg}(-750^\circ) = -4\sqrt{3}\,\mathrm{tg}(750^\circ) = -4\sqrt{3}\,\mathrm{tg}(720^\circ + 30^\circ) =$

$= -4\sqrt{3}\,\mathrm{tg}\,30^\circ = -4\sqrt{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = -4.$

Ответ: -4.

Задание 11

Найдите значение выражения $\dfrac{16}{\sin\left(-\dfrac{29\pi}{4}\right)\cos\dfrac{65\pi}{4}}$.

Решение.

$$\frac{16}{\sin\left(-\dfrac{29\pi}{4}\right)\cos\dfrac{65\pi}{4}} = -\frac{16}{\sin\dfrac{29\pi}{4}\cos\dfrac{65\pi}{4}} =$$

$$= -\frac{16}{\sin\left(7\pi+\dfrac{\pi}{4}\right)\cos\left(16\pi+\dfrac{\pi}{4}\right)} =$$

$$= -\frac{16}{-\sin\dfrac{\pi}{4}\cos\dfrac{\pi}{4}} = \frac{16}{\dfrac{\sqrt{2}}{2}\cdot\dfrac{\sqrt{2}}{2}} = 16 : \frac{1}{2} = 16\cdot 2 = 32.$$

Ответ: 32.

17 Найдите значения тригонометрических функций числа α, зная, что $\sin\alpha = 0{,}6$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

Решение. Так как по условию $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$, то α — $\in$ II четверти.

$$\cos\alpha = -\sqrt{1-\sin^2\alpha} = -\sqrt{1-0{,}6^2} = -\sqrt{1-0{,}36} = -\sqrt{0{,}64} = -0{,}8$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{0{,}6}{-0{,}8} = -\frac{6}{8} = -\frac{3}{4}$$

$$\operatorname{ctg}\alpha = \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha} = \frac{1}{-\frac{3}{4}} = -\frac{4}{3} = -1\frac{1}{3}$$

Ответ: $\cos\alpha = -0{,}8$; $\operatorname{tg}\alpha = -\frac{3}{4}$; $\operatorname{ctg}\alpha = -1\frac{1}{3}$.

Преобразования числовых тригонометрических выражений

$$36\sqrt{6}\,\mathrm{tg}\,\frac{\pi}{6}\sin\frac{\pi}{4}$$

$$24\sqrt{2}\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)$$

Вычисление значений тригонометрических выражений

1. Найдите $5\sin\alpha$, если $\cos\alpha = \frac{2\sqrt{6}}{5}$

и $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$.

2. Найдите $\sin\left(\frac{7\pi}{2} - \alpha\right)$, если $\sin\alpha = 0,8$

и $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$

Вычисление значений тригонометрических выражений

Найдите $\operatorname{tg}\alpha$, если $\cos\alpha = \frac{\sqrt{10}}{10}$ и $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$.

Найдите $3\cos\alpha$, если $\sin\alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$ и $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$.

Спасибо за внимание