

Лекция 16-2020 г.

Термодинамические потоки.

Явление переноса в газах:

диффузия, теплопроводность и
вязкость.

Эффузия в разреженном газе.

Физический вакуум.

При отклонении параметров газа от равновесия возникают **явления переноса** (термодинамические потоки).

Основными явлениями являются внутреннее трение или вязкость, теплопроводность и диффузия.

Потоки:

Вещества – диффузия

Теловой энергии – теплопроводность

Импульса – внутреннее трение (вязкость)

ТД потоки восстанавливают равновесие.

Диффузия - процесс самопроизвольного выравнивания концентраций веществ в средах (в газах быстрее всего)

Интенсивность потока - J количество физической величины, переносимое за 1с через выбранную поверхность

$$J = \int_S \overset{\Delta}{j} dS$$

$\overset{\Delta}{j}$ - **плотность потока** ТД величины G

Общая формула для плотности потока:

$$\vec{j} = -\beta_G \text{grad}G$$

β_G - коэффициент переноса или кинематический коэффициент.

Знак минус говорит о том, что поток направлен в сторону уменьшения величины G по одному направлению:

Плотность
потока

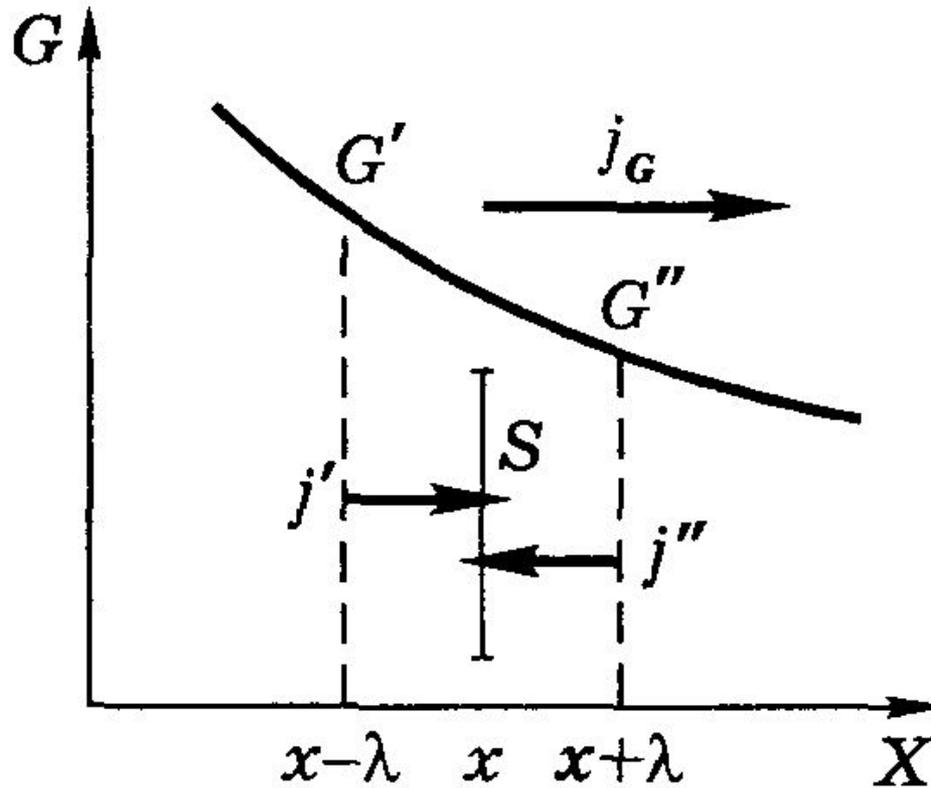
$$\vec{j}_G = -\beta_G \frac{\partial G}{\partial x}$$

Поток:

$$J_G = -\beta_G S \frac{\partial G}{\partial x}$$

Перемещение самих потоков - **конвекция**

Общее уравнение переноса



$$J'_G - J''_G = j_G S$$

Для частиц

$$j = \frac{1}{6} \langle v \rangle \lambda n$$

$$J_G = J'_{G(x-\lambda)} - J''_{G(x+\lambda)} = \frac{1}{6} \langle v \rangle n (G' - G'')$$

Так как:

$$G(x \pm \lambda) = G(x) \pm \frac{\partial G}{\partial x} \lambda$$

то

$$G' - G'' = [G(x - \lambda) - G(x + \lambda)] = -2\lambda \frac{\partial G}{\partial x}$$

Плотность потока:

$$j_G = j'_{G(x-\lambda)} - j''_{G(x+\lambda)} = -\frac{1}{3} \langle v \rangle n \lambda \frac{\partial G}{\partial x}$$

Поток:

$$J_G = -\frac{1}{3} \langle v \rangle n \lambda S \frac{\partial G}{\partial x}$$

Пояснение таблиц далее

Явление переноса	Поток J физической величины	Закон, описывающий явление переноса
Теплопроводность $G(x) = \frac{i}{2} kT(x)$	Теплота (Энергия) $J_Q = j_Q S = \frac{dQ}{dt}$	Закон Фурье $j_Q = -\chi \frac{\partial T}{\partial x}$
Диффузия $G(x) = n$ $\rho_m = mn$	Масса $J_m = j_m S = \frac{dm}{dt}$	Закон Фика $j_m = -D \frac{\partial \rho_m}{\partial x}$
Внутреннее трение (вязкость) $\vec{P} = m\vec{v}$	Импульс $J_P = j_P S = \frac{dP}{dt} = F$	Закон Ньютона $j_P = -\eta \frac{\partial v}{\partial x_{\perp}}$

$$p = \eta \frac{\partial v}{\partial x_{\perp}}$$

Коэффициенты χ , D и η	При подстановке значений λ , $\langle v \rangle$ и σ	Примечание
Коэфф. теплопроводности $\chi = \frac{1}{3} C_V \rho \langle v \rangle \lambda, \quad \frac{Вт}{м \cdot К}$	$\chi = \frac{C_V}{3\sigma} \sqrt{\frac{4m_0 kT}{\pi}} \sim \sqrt{T}$	$\langle z \rangle = \frac{\langle v \rangle}{\lambda} = \sqrt{2} \pi d^2 n \langle v \rangle$
Коэф. дифф. (кинем. вязк.) $D = \frac{1}{3} \langle v \rangle \lambda, \quad \frac{м^2}{с}$	$D = \frac{1}{3\sigma n} \sqrt{\frac{4kT}{\pi m_0}} \sim \frac{\sqrt{T}}{n}$	$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\sigma n}; \quad \langle v \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$
Динамич. вязкость $\eta = \frac{1}{3} \rho \langle v \rangle \lambda, \quad Па \cdot с$	$\eta = \frac{1}{3\sigma} \sqrt{\frac{4m_0 kT}{\pi}} \sim \sqrt{T}$	$\boxed{D = \frac{\eta}{\rho_m}}; \quad \boxed{\frac{\chi}{\eta C_V} = 1}$ $\boxed{\chi = \rho_m D C_V}$

Диффузия газов

Диффузия от латинского *diffusio* – распространение, растекание – взаимное проникновение соприкасающихся веществ друг в друга, вследствие теплового движения частиц вещества.

Диффузия происходит в направлении уменьшения концентрации вещества и ведет к его равномерному распределению по занимаемому объему.

Диффузия - процесс выравнивания концентрации различных частиц

$$j = -\frac{1}{3} \langle v \rangle \lambda \frac{\partial n}{\partial x}$$

Градиент концентрации, в общем случае равен

$$\text{grad } n = \frac{dn}{dx} \mathbf{i} + \frac{dn}{dy} \mathbf{j} + \frac{dn}{dz} \mathbf{k}$$

$$\text{grad } n = \frac{dn}{dx}.$$

в общем случае (в трёхмерной системе)

$$J = -D \operatorname{grad} n$$

уравнение Фика.

Из *уравнения Фика* видно, что *диффузионный поток, направлен в сторону уменьшения концентрации.*

О физическом смысле коэффициента диффузии

Коэффициент диффузии D численно равен диффузионному потоку через единицу площади в единицу времени при $\text{grad } n = 1$.
Измеряется коэффициент диффузии D в $\text{м}^2/\text{с}$.

$$\dim D = L^2 T^{-1}$$

Коэффициент диффузии называют еще

кинематической вязкостью

Динамическая вязкость газов. Внутреннее трение.

За время Δt через поверхность S переходит в обоих направлениях одинаковое количество молекул, равное

$$\Delta N = \frac{1}{6} n \bar{v} S \Delta t$$



за время Δt импульс первого слоя

получает приращение, равное

$$\Delta K_1 = \Delta K_1'' - \Delta K_1' = \Delta N m (u_2 - u_1) = \frac{1}{6} n \bar{v} m (u_2 - u_1) S \Delta t.$$

импульс второго слоя получает при этом приращение

$$\Delta K_2 = -\Delta K_1.$$

можно утверждать, что движение слоев происходит таким образом, как если бы по поверхности S на первый слой действовала сила

$$f_1 = \frac{\Delta K_1}{\Delta t} = \frac{1}{6} n \bar{v} m (u_2 - u_1) S,$$

а на второй слой — сила

$$f_2 = -f_1 = \frac{1}{6} n \bar{v} m (u_1 - u_2) S.$$

Поскольку λ очень мала, эти скорости можно представить следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} u(z + \lambda) &= u(z) + \frac{du}{dz} \lambda, \\ u(z - \lambda) &= u(z) - \frac{du}{dz} \lambda, \end{aligned} \right\}$$

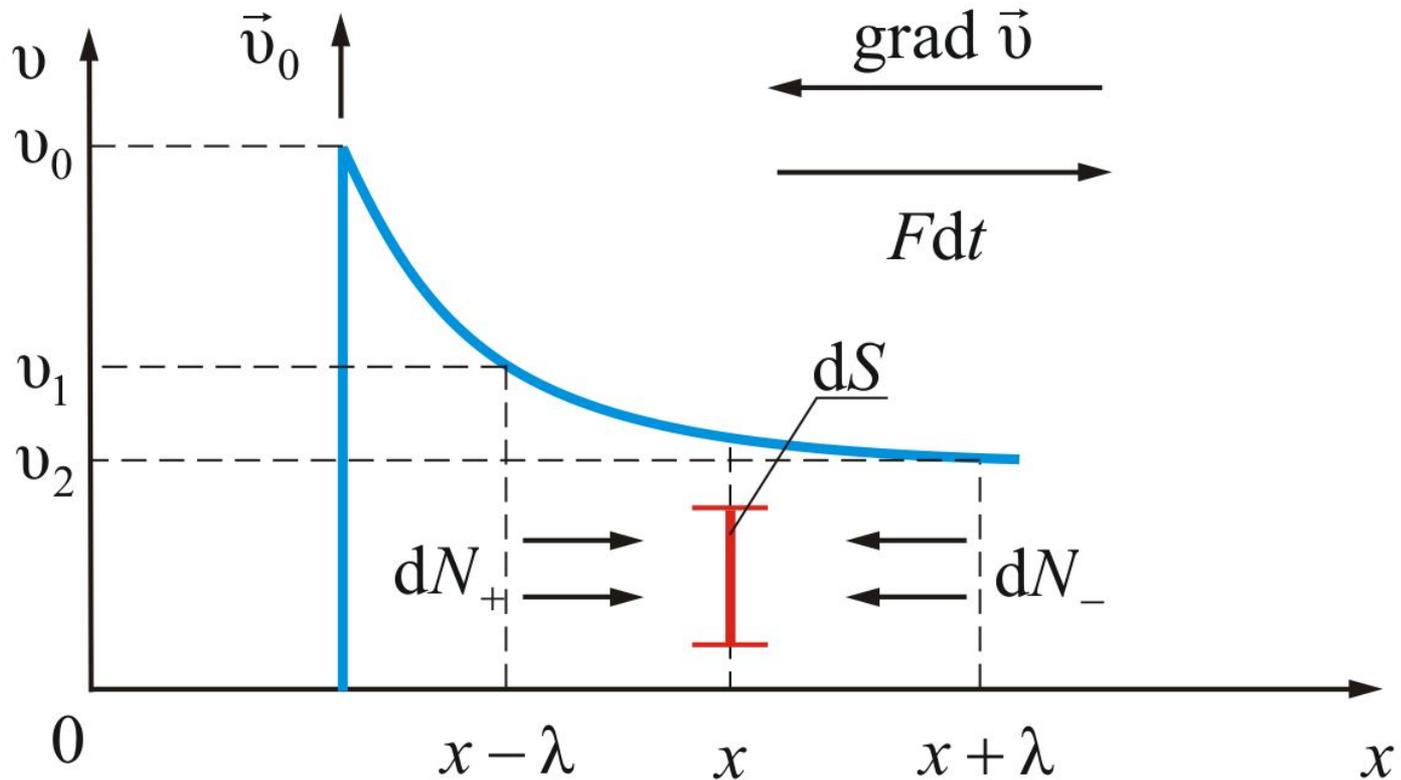
Тогда разность $f = \frac{1}{6} n \bar{v} m \left(\frac{du}{dz} 2\lambda \right) S.$

Учитывая, что nm равно плотности газа ρ , последнюю формулу можно написать в виде

$$f = \left(\frac{1}{3} \rho \bar{v} \lambda \right) \frac{du}{dz} S. \quad \longrightarrow \quad \boxed{\eta = \frac{1}{3} \rho \bar{v} \lambda.}$$

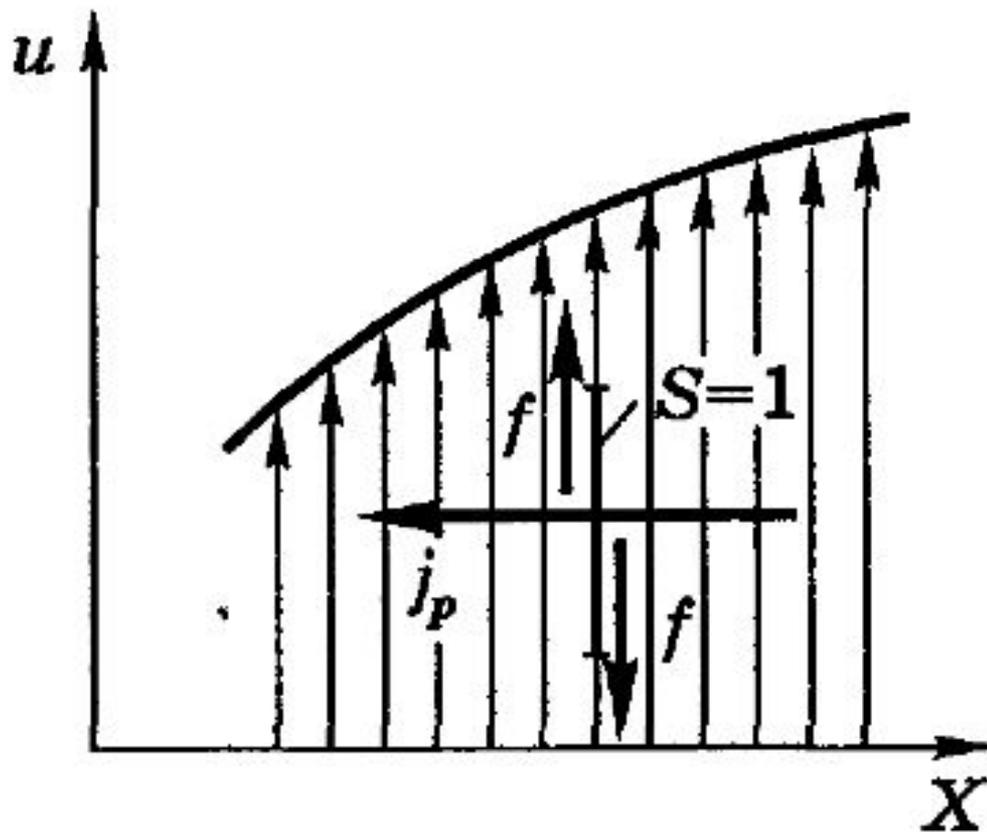
Закон вязкости был открыт **И. Ньютоном** в 1687 г.

Движение слоев вертикальное

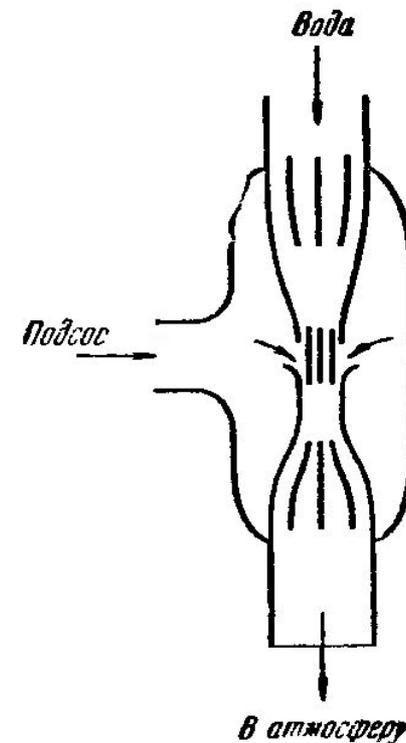


$$dN_+ = dN_- = \frac{1}{6} n \langle v \rangle dS dt.$$

Плотность потока импульса



$$j_p = -\eta \frac{\partial u}{\partial x}, \text{ Н/м}^2$$



$$p = \eta \frac{\partial u}{\partial x_{\perp}}$$

Коэффициент диффузии $D =$ *проницаемость*

$$\boxed{\frac{\rho u_1^2}{2} + p_1 = \frac{\rho u_2^2}{2} + p_2} \quad \text{Уравнение Бернулли}$$

$$\Delta p = p_2 - p_1 = -\frac{\rho}{2}(u_2^2 - u_1^2)$$

$$\boxed{p = \eta \frac{du}{dx}}$$

$$\Delta p = \eta \frac{du}{dx} = -\frac{\rho u^2}{2} \longrightarrow \frac{du}{u^2} = -\frac{\rho}{2\eta} dx$$

$$\frac{1}{u \cdot x} = \frac{\rho}{2\eta}$$

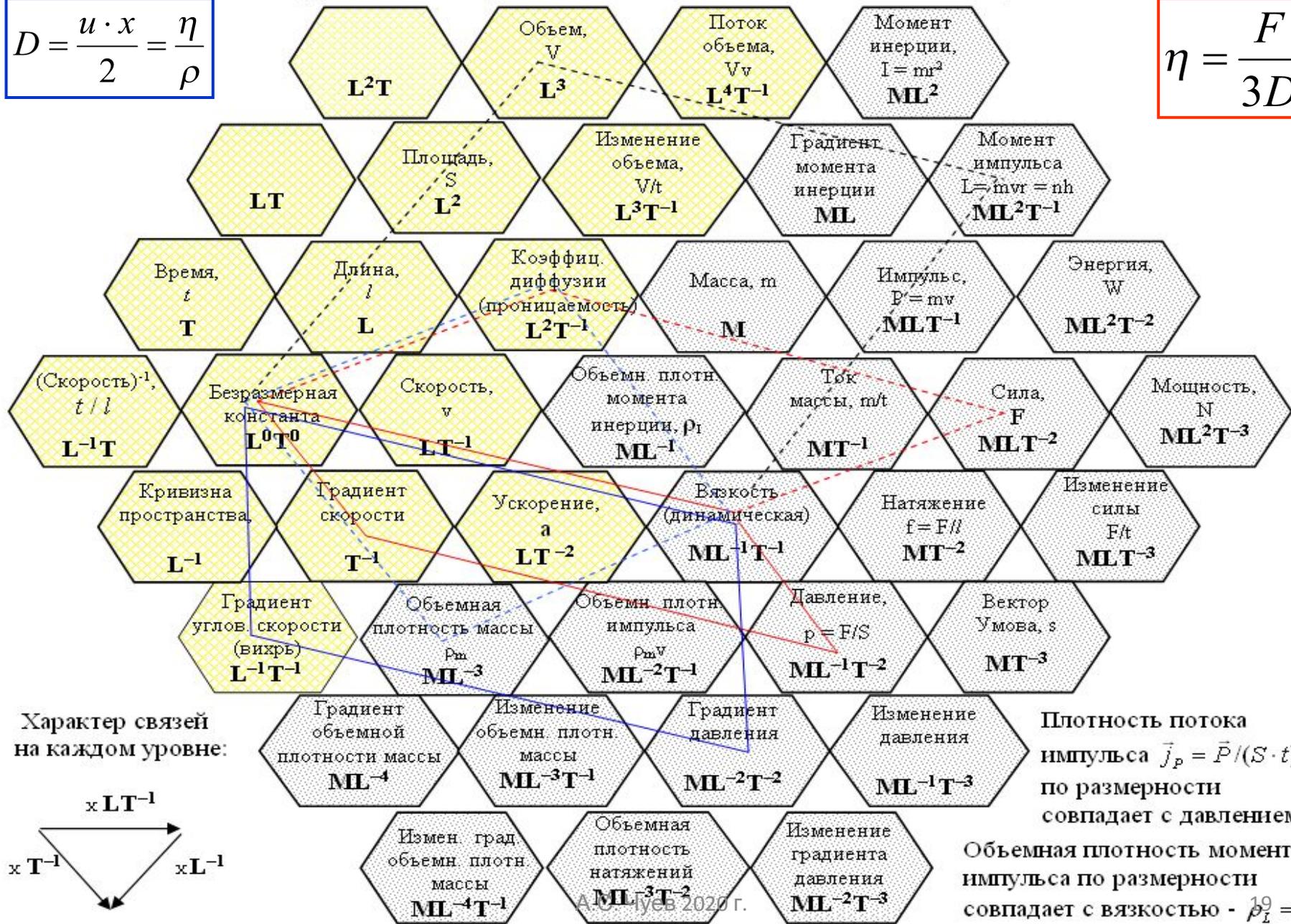
$$\boxed{D = \frac{u \cdot x}{2} = \frac{\eta}{\rho}}$$

СИСТЕМА МЕХАНИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН

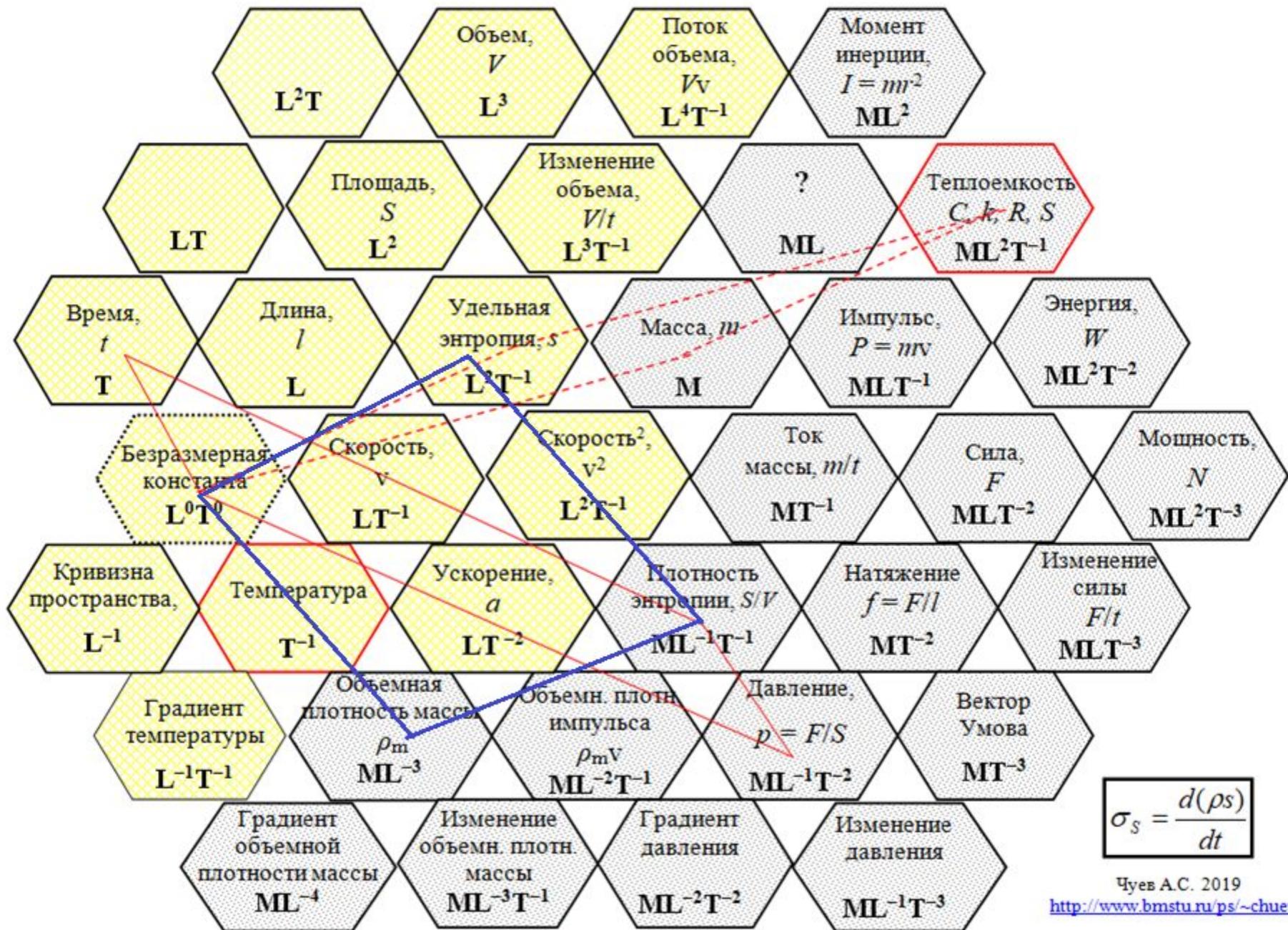
(Два системных уровня: кинематические и динамические ФВ)

$$D = \frac{u \cdot x}{2} = \frac{\eta}{\rho}$$

$$\eta = \frac{F}{3D}$$



Производство энтропии по размерности = давлению



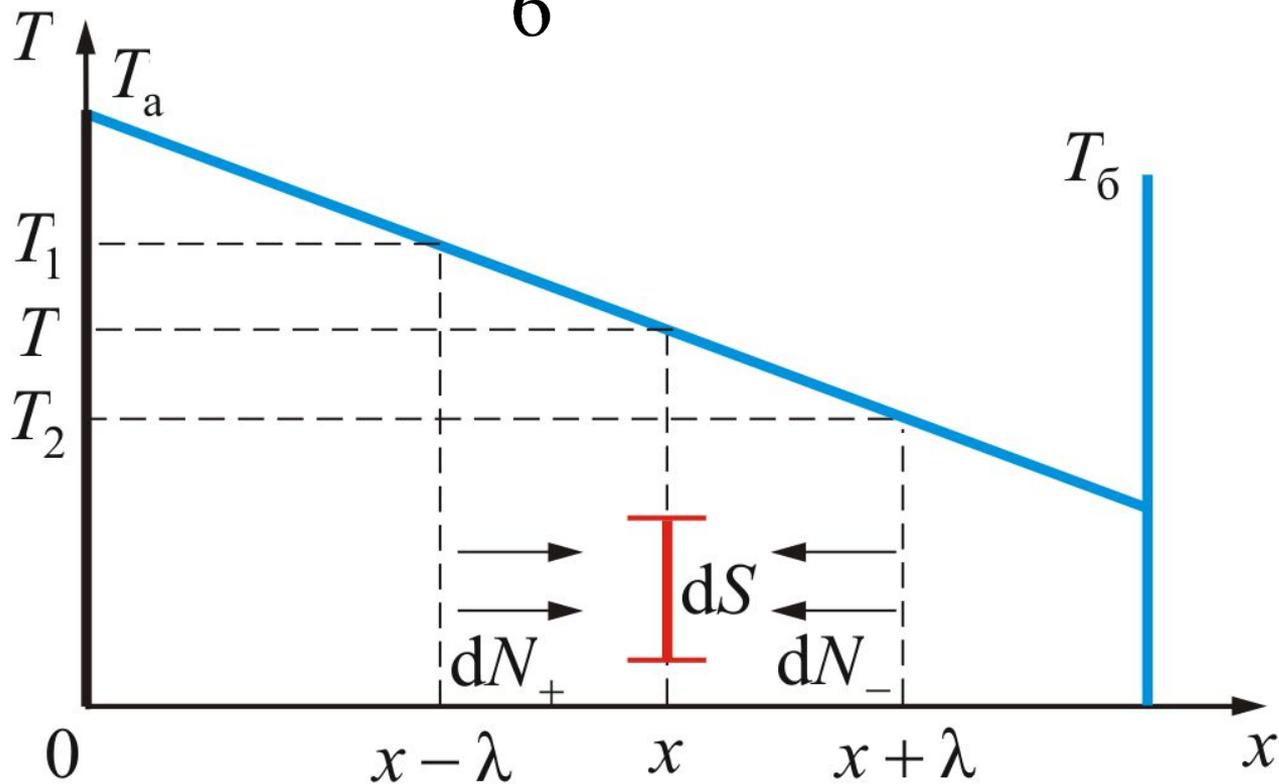
$$\sigma_s = \frac{d(\rho s)}{dt}$$

Чуев А.С. 2019

<http://www.bmstu.ru/ps/~chuev/>

Теплопроводность газов

$$dN_+ = \frac{1}{6} \langle v_T \rangle n dS dt$$



$$Q = -\chi \text{ grad } T$$

– Это *уравнение теплопроводности Ж. Фурье*.

Здесь Q – *тепловой поток*;

χ – *коэффициент теплопроводности*, равный:

$$\chi = \frac{1}{3} \lambda \langle v_T \rangle n \frac{i}{2} k$$

$$\chi = \frac{1}{3} \lambda \langle v_T \rangle \rho C_{V_{уд}}$$

$$Q = -\chi \text{ grad}T$$

$$Q = -\chi \frac{dT}{dx}$$

ИЛИ

Уравнение Фурье для теплопроводности.

Коэффициент теплопроводности:

$$\chi = \frac{1}{3} \lambda \langle v_T \rangle \rho C_{\text{уд}} = D \rho C_{\text{уд}}$$

Зависимость коэффициентов переноса от давления P

Так как скорость теплового движения молекул $v_T \sim \sqrt{T}$ и не зависит от давления P , а коэффициент диффузии $D \sim \lambda$, то и зависимость D от P должна быть подобна зависимости $\lambda(P)$.

При обычных давлениях и в разряженных газах

$$D \sim \frac{1}{P}$$

в высоком вакууме $D = \text{const.}$

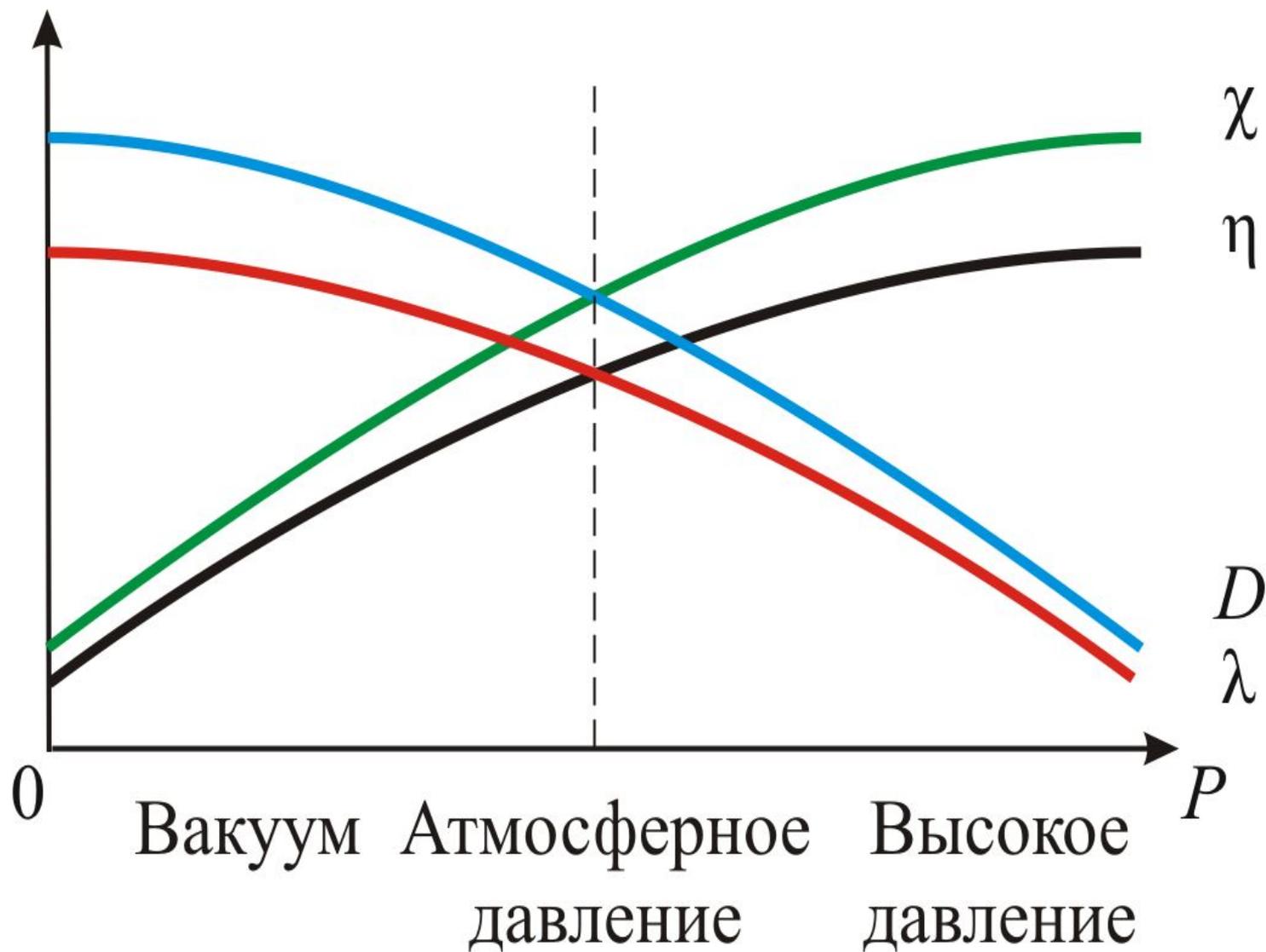
С ростом давления λ уменьшается и затрудняется диффузия ($D \rightarrow 0$).

В вакууме и при обычных давлениях отсюда, $\rho \sim P$ и $\eta \sim P$ $\chi \sim P$

С увеличением P и ρ , повышается число молекул переносящих импульс из слоя в слой, но зато уменьшается расстояние свободного пробега λ . Поэтому, вязкость η и теплопроводность χ , при высоких давлениях, не зависят от P (η и $\chi - \text{const}$).

Все эти результаты подтверждены экспериментально (см. след. рис.).

На рисунке показаны зависимости коэффициентов переноса и λ от давления P . Эти зависимости широко используют в технике (например, при измерении вакуума).



Ультраразреженные газы

В случае, когда длина свободного пробега молекул превышает линейные размеры сосуда, говорят, что в сосуде достигнут вакуум. Газ в этом случае называют ультраразреженным. Хотя в буквальном смысле слова вакуум означает «пустоту», в ультраразреженном газе содержится в единице объема большое число молекул. Так, при давлении в 10^{-6} мм рт. ст. в 1 м^3 находится примерно 10^{16} молекул. Более того, в очень малых порах состояние, определяемое как вакуум, может быть достигнуто и при атмосферном давлении.

Молекулярное течение. Эффузия газов

Молекулярное течение – течение газов в условиях высокого вакуума, то есть когда молекулы почти не сталкиваются друг с другом. Изменения их скорости происходят из-за столкновений со стенкой сосуда.

Течение газа в условиях вакуума через отверстие (под действием разности давлений) называется *эффузией газа*.

В вакууме происходит передача импульса непосредственно стенкам сосуда, то есть, происходит трение газа о стенки сосуда.

Трение перестаёт быть внутренним, и понятие вязкости теряет свой прежний смысл (как трение одного слоя газа о другой).

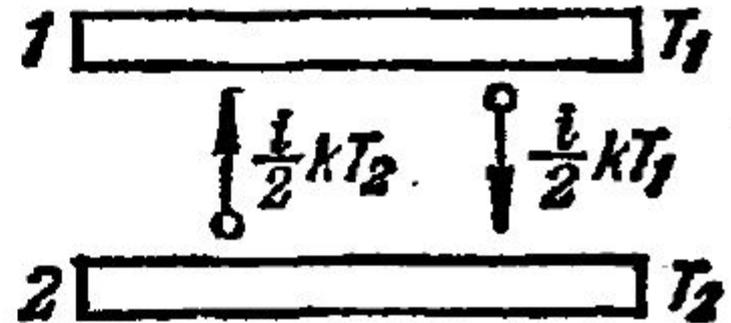
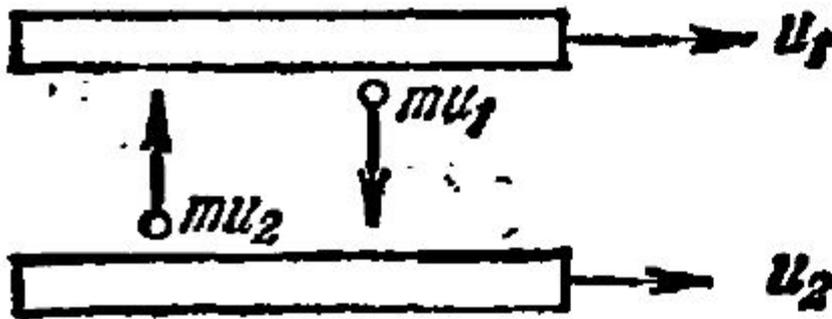
Стационарное состояние разреженного газа, находящегося в двух сосудах, соединенных узкой трубкой, возможно при условии равенства встречных потоков частиц, перемещающихся из одного сосуда в другой:

$$n_1 \langle v_1 \rangle = n_2 \langle v_2 \rangle$$

где n_1 и n_2 – число молекул в 1 м^3 в обоих сосудах; $\langle v_1 \rangle$ и $\langle v_2 \rangle$ – их средние арифметические скорости.

Когда стенки сосуда имеют разную температуру

Две стенки движутся в ультразвуковом газе с разными скоростями относительно друг друга



Изменение импульса в единицу времени, отнесенное к единице поверхности пластинки, составит

$$\frac{1}{6} n \langle v \rangle m (u_1 - u_2).$$

Это изменение равно силе, действующей на единицу поверхности пластинки:

$$F = \frac{1}{6} \rho \langle v \rangle (u_1 - u_2)$$

Более подробное пояснение

Об единицу поверхности верхней пластинки будет ударяться в секунду $\frac{1}{6} n \langle v \rangle$ молекул, имеющих составляющую скорости u_2 , приобретенную при предшествующем ударе о нижнюю пластинку. Каждая из этих молекул несет составляющую импульса mu_2 . Отразившись от верхней пластинки, молекулы имеют составляющую импульса, равную mu_1 . Следовательно, удар каждой молекулы о верхнюю пластинку приводит к уменьшению ее импульса на величину $m(u_1 - u_2)$. Изменение импульса в единицу времени, отнесенное к единице поверхности пластинки, составит

$$\frac{1}{6} n \langle v \rangle m (u_1 - u_2).$$

Это изменение равно силе, действующей на единицу поверхности пластинки:

$$F = \frac{1}{6} \rho \langle v \rangle (u_1 - u_2)$$

(мы заменили nm через ρ). Такая же по величине, но противоположно направленная сила действует на единицу поверхности нижней

Обратимся снова к рис. 133.2. Каждая из $\frac{1}{6}n\langle v \rangle S$ молекул, ударяющихся в секунду о верхнюю пластинку, приносит с собой энергию $\frac{1}{2}kT_2$ и уносит энергию, равную $\frac{1}{2}kT_1$. Следовательно, каждый удар молекулы о пластинку приводит к потере пластинкой энергии $\frac{1}{2}k(T_1 - T_2)$. Такое же количество энергии получает при каждом ударе вторая пластинка. Таким образом, количество энергии, переносимое молекулами в секунду от пластинки к пластинке, будет равно

$$q = \frac{1}{6} n \langle v \rangle \frac{1}{2} k (T_1 - T_2) S.$$

Умножив и разделив это выражение на mN_A , получим:

$$q = \frac{1}{6} \rho \langle v \rangle c_v (T_1 - T_2) S.$$

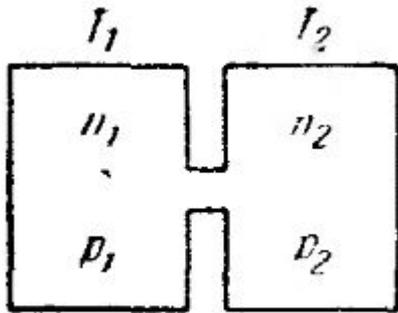
Коэффициент теплопроводности, равный $\frac{1}{6}\rho\langle v \rangle c_v$, оказывается в ультраразреженном газе пропорциональным плотности газа. Следовательно, теплопередача от одной стенки к другой будет с понижением давления уменьшаться, в то время как теплопроводность газа при обычных условиях не зависит, как мы видели, от давления.

Тривиальный вывод: **в вакууме**

теплопроводность газа ниже - термосы

Обычная эффузия

Два газа начинают смешиваться при разных температурах



$$p_1 = p_2$$

$$p = nkT$$

Обычное состояние: плотности газов в обеих частях сосуда будут разные

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{T_2}{T_1} \cdot$$

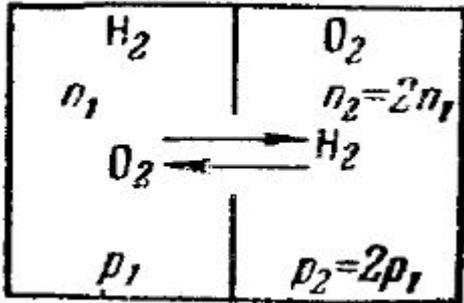
Тепловая эффузия

Тепловая эффузия. Пусть стенки обеих частей сосуда поддерживаются при различных температурах T_1 и T_2 (рис. 134.2). Когда длина свободного пробега λ значительно меньше диаметра отверстия d ($\lambda \ll d$), условием равновесия газа, заполняющего сосуд, будет равенство давлений p_1 и p_2 . Поскольку давление равно nkT , числа молекул в единице объема, а следовательно, и плотности газа в обеих частях сосуда будут в этом случае находиться в отношении, обратном отношению температур:

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{T_2}{T_1}.$$

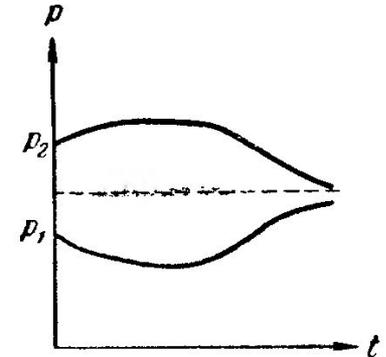
Встречная изотермическая эффузия двух газов в условиях вакуума

Имеются два разных газа в разных частях сосуда с перегородкой. Температура одинаковая. Начальные давления разные. Открываем перегородку.



Условие равновесия

$$n_1 \bar{v}_1 = n_2 \bar{v}_2.$$



$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{n_1}{n_2} = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}}.$$

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{n_1 k T_1}{n_2 k T_2} = \sqrt{\frac{T_1}{T_2}}$$

За счет больших скоростей у молекул водорода возникают первичные скачки давления.

В условиях вакуума давление больше там, где больше температура

Пояснение

Для ультраразреженного газа ($\lambda \gg d$) условия равновесия будут иными. Не изменяющееся со временем (стационарное) состояние установится в том случае, если число молекул, проходящих за секунду через отверстие из первой части сосуда во вторую, будет равно числу молекул, проходящих через отверстие в противоположном направлении. Так как число молекул, проходящих через отверстие, пропорционально $n\langle v \rangle$, условие равновесия имеет вид

$$n_1 \langle v_1 \rangle = n_2 \langle v_2 \rangle.$$

Средняя скорость $\langle v \rangle$ пропорциональна \sqrt{T} . Поэтому можно написать, что

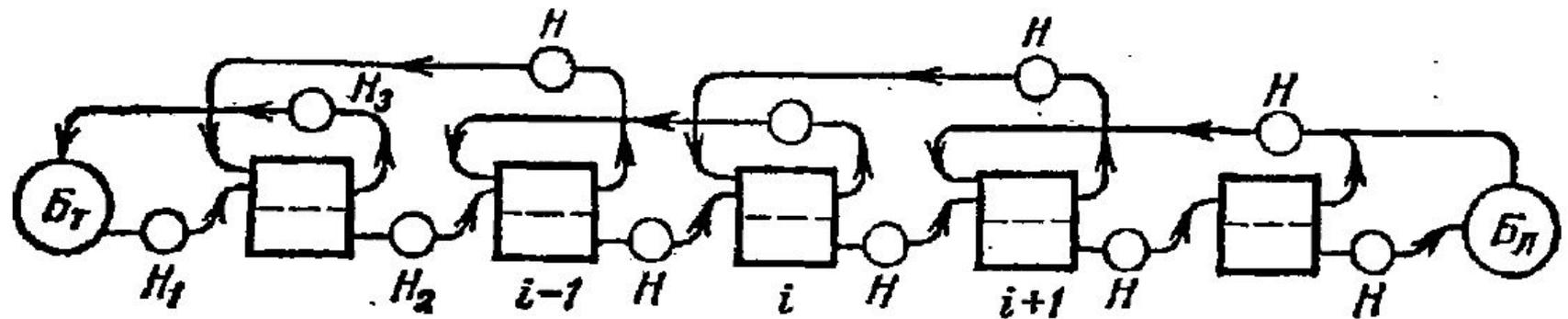
$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{n_1}{n_2} = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}}.$$

Таким образом, отношение плотностей газа оказывается иным, чем при обычных условиях.

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{n_1 k T_1}{n_2 k T_2} = \sqrt{\frac{T_1}{T_2}}.$$

Диффузионный метод разделения изотопов

Поскольку молекулы с меньшей массой обладают большей средней скоростью теплового движения, поток, прошедший через перегородку, будет несколько обогащен легкими молекулами по сравнению с первоначальным потоком. Поток же, проходящий через насос H_3 , будет несколько обогащен тяжелыми молекулами.



В последующих ступенях каскада процесс разделения поступающего в ступень газового потока на дополнительно обогащенную легкими молекулами и дополнительно обогащенную тяжелыми молекулами части повторяется. Из i -й ступени поток, обогащенный легкой компонентой, поступает на вход $(i+1)$ -й ступени, а поток, обогащенный тяжелой компонентой, возвращается на вход $(i-1)$ -й ступени.

Физический вакуум

Газ называется **разреженным**, если его плотность столь мала, что средняя длина свободного пробега молекул $\langle \lambda \rangle$ может быть сравнима с линейными размерами l сосуда, в котором находится газ.

Такое состояние газа называется **вакуумом**.

Различают следующие **степени вакуума**:

сверхвысокий ($\langle \lambda \rangle \gg l$),

высокий ($\langle \lambda \rangle > l$),

средний ($\langle \lambda \rangle \approx l$) и **низкий вакуум**.

Конец лекции 16