

Тема: Нормальные алгоритмы Маркова



Теория **нормальных алгоритмов** была разработана советским математиком Андреем Андреевичем Марковым в конце 1940-х годов.

Андрей Андреевич Марков (младший)
(22.09.1903-11.10.1979) – советский математик, сын известного русского математика А.А.Маркова, основоположник советской школы конструктивной математики, автор понятия нормального алгоритма (1947 г.)



Эти алгоритмы представляют собой некоторые правила по переработке слов в каком-либо алфавите.

При этом исходные данные и результат работы алгоритма являются словами в этом алфавите.

Алфавитом будем называть любое непустое множество.

Его элементы называются **буквами**, а любая последовательность букв – **словами** в данном алфавите

Для удобства рассуждений допускается **пустое слово**, которые обозначим Λ

Слова будем обозначать буквами P, Q, R и с индексами

Пусть дан алфавит $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$,
слово $P = a_{i_1} a_{i_2} \dots a_{i_m}$ и слово $Q = a_{j_1} a_{j_2} \dots a_{j_k}$

Под **объединением** слов PQ будем понимать слово:

$$PQ = a_{i_1} a_{i_2} \dots a_{i_m} a_{j_1} a_{j_2} \dots a_{j_k}$$

В частности: $P\Lambda = \Lambda P = P$

Кроме этого: $(P_1 P_2) P_3 = P_1 (P_2 P_3)$

Слово P является **подсловом** слова Q , если слово P является составной частью слова Q , т.е. существуют такие (возможно пустые) слова R_1 и R_2 , что $Q = R_1PR_2$.

Рассмотрим упорядоченную пару слов (P, Q)

Марковской подстановкой (P, Q) называется следующая операция над словами:
в заданном слове R находят первое вхождение слова P и, не изменяя остальных частей слова R , заменяют в нем это вхождение словом Q

Замечание:

- 1) Полученное слово называется **результатом** применения марковской подстановки (P, Q) к слову R
- 2) Если первого вхождения слова P в слово R нет (и, следовательно, вообще нет ни одного вхождения P в R), то считается что марковская подстановка (P, Q) **не применима** к слову R

Частными случаями марковских подстановок являются подстановки с пустыми словами:

(Λ, Q) , (P, Λ) , (Λ, Λ)

Для обозначения марковской подстановки
(P,Q) используют запись $P \rightarrow Q$

Эту запись называют **формулой подстановки**
(P,Q)



Пример

Данное слово: **521421**

Подстановка: **21** → **3**

Результат подстановки:

53421



Пример

Данное слово: **521421**

Подстановка: **21** → **Λ**

Результат подстановки:

5421



Пример

Данное слово: **521421**

Подстановка: **25** → **7**

Результат подстановки:

Не применима