

# Тема: Нормальные алгоритмы Маркова



Теория нормальных алгоритмов была разработана советским математиком Андреем Андреевичем Марковым в конце 1940-х годов.

**Андрей Андреевич Марков (младший)**  
(22.09.1903-11.10.1979) – советский математик, сын известного русского математика А.А.Маркова, основоположник советской школы конструктивной математики, автор понятия нормального алгоритма (1947 г.)



Эти алгоритмы представляют собой некоторые правила по переработке слов в каком-либо алфавите.

При этом исходные данные и результат работы алгоритма являются словами в этом алфавите.

**Алфавитом** будем называть любое непустое множество.

Его элементы называются **буквами**, а любая последовательность букв – **словами** в данном алфавите

Для удобства рассуждений допускается **пустое слово**, которые обозначим  $\Lambda$

Слова будем обозначать буквами  $P, Q, R$  и с индексами

Пусть дан алфавит  $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ ,  
слово  $P = a_{i_1} a_{i_2} \dots a_{i_m}$  и слово  $Q = a_{j_1} a_{j_2} \dots a_{j_k}$

Под **объединением** слов  $PQ$  будем понимать слово:

$$PQ = a_{i_1} a_{i_2} \dots a_{i_m} a_{j_1} a_{j_2} \dots a_{j_k}$$

В частности:  $P\Lambda = \Lambda P = P$

Кроме этого:  $(P_1 P_2) P_3 = P_1 (P_2 P_3)$

Слово  $P$  является **подсловом** слова  $Q$ , если слово  $P$  является составной частью слова  $Q$ , т.е. существуют такие (возможно пустые) слова  $R_1$  и  $R_2$ , что  $Q = R_1PR_2$ .

Рассмотрим упорядоченную пару слов  $(P, Q)$

**Марковской подстановкой**  $(P, Q)$  называется следующая операция над словами:  
в заданном слове  $R$  находят первое вхождение слова  $P$  и, не изменяя остальных частей слова  $R$ , заменяют в нем это вхождение словом  $Q$

## **Замечание:**

- 1) Полученное слово называется **результатом** применения марковской подстановки  $(P, Q)$  к слову  $R$
- 2) Если первого вхождения слова  $P$  в слово  $R$  нет (и, следовательно, вообще нет ни одного вхождения  $P$  в  $R$ ), то считается что марковская подстановка  $(P, Q)$  **не применима** к слову  $R$

Частными случаями марковских подстановок являются подстановки с пустыми словами:

$(\Lambda, Q)$ ,  $(P, \Lambda)$ ,  $(\Lambda, \Lambda)$

Для обозначения марковской подстановки  
(P,Q) используют запись  $P \rightarrow Q$

Эту запись называют **формулой подстановки**  
(P,Q)



## Пример

Данное слово: **521421**

Подстановка: **21** → **3**

Результат подстановки:

**53421**



## Пример

Данное слово: **521421**

Подстановка: **21** → **Λ**

Результат подстановки:

**5421**



## Пример

Данное слово: **521421**

Подстановка: **25** → **7**

Результат подстановки:

**Не применима**