

ЛЕКЦІЯ 5
ЕКОНОМЕТРИЧНІ
МОДЕЛІ
ДИНАМІКИ

План

- 5.1 Основні поняття і попередній аналіз рядів динаміки.
 - 5.1.1 Поняття часового ряду.
 - 5.1.2 Основні характеристики динаміки часового ряду.
 - 5.1.3 Систематичні та випадкові компоненти часового ряду.
- 5.2 Перевірка гіпотези про існування тренда.
- 5.3 Методи фільтрації сезонної компоненти.
 - 5.3.1 Проблеми аналізу сезонності (та/або циклічності).
 - 5.3.2 Фільтрація сезонної компоненти за допомогою індексу сезонності.
 - 5.3.3 Метод декомпозиції часового ряду.
- 5.4 Методи прогнозування часових рядів.
 - 5.4.1 Методи соціально-економічного прогнозування.
 - 5.4.2 Прогнозування тенденцій часового ряду за середніми характеристиками.
 - 5.4.3 Прогнозування тенденцій часового ряду за механічними методами.
 - 5.4.4 Прогнозування тенденцій часового ряду за аналітичними методами.

Поняття часового ряду

$$y = y_1, y_2 \boxtimes y_n$$

$$t_1, t_2 \boxtimes t_n$$

$$y_t \quad t = 1, 2, \dots, n$$

Моментний часовий ряд

Дата надання позички	01.10.	05.10.	12.10.	23.10.	03.11.	07.11.
Розмір наданої позички, тис. гр. од.	3747	3710	3839	3783	3747	3710

Інтервальний часовий ряд

Місяць	Січень	Лютий	Березень	Квітень	Травень
Валовий внутрішній продукт, млн. грн.	6578	7016	7353	7353	7941

Часовий ряд, утворений із середніх значень показника

Місяць	Січень	Лютий	Березень	Квітень	Травень
Середня зарплата загалом, грн/міс.	152,2	153,7	165,8	161,6	163,71

Основні характеристики динаміки часового ряду

Характеристики	Розрахункові формули
1. Абсолютний приріст	$\Delta y_t = y_t - y_{t-1}$
2. Коефіцієнт зростання	$K_{i(zp)} = \frac{y_t}{y_{t-1}}$
3. Коефіцієнт приросту	$K_{i(np)} = \frac{y_t - y_{t-1}}{y_{t-1}}$
4. Темп зростання	$T_{i(zp)} = \frac{y_t}{y_{t-1}} \cdot 100\% = K_{i(zp)} \cdot 100\%$
5. Темп приросту	$T_{i(np)} = T_{i(zp)} - 100\%$, або $T_{i(np)} = \frac{y_t - y_{t-k}}{y_{t-k}} \cdot 100\%$

6. Середня арифметична

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n}$$

7. Середня хронологічна

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i t}{\sum t}$$

8. Середній абсолютний приріст

$$\overline{\Delta y}_k = \frac{y_i - y_{i-1}}{k}$$

9. Середній темп зростання

$$\bar{T}(zp) = n-1 \sqrt{\frac{y_n}{y_1}}$$

10. Середній темп приросту

$$\bar{T}(np) = \bar{T}(zp) - 100\%$$

Систематичні та випадкові компоненти часового ряду

$$Y_t = f(U_t, S_t, V_t, E_t)$$

$$Y_t = U_t + S_t + V_t + E_t$$

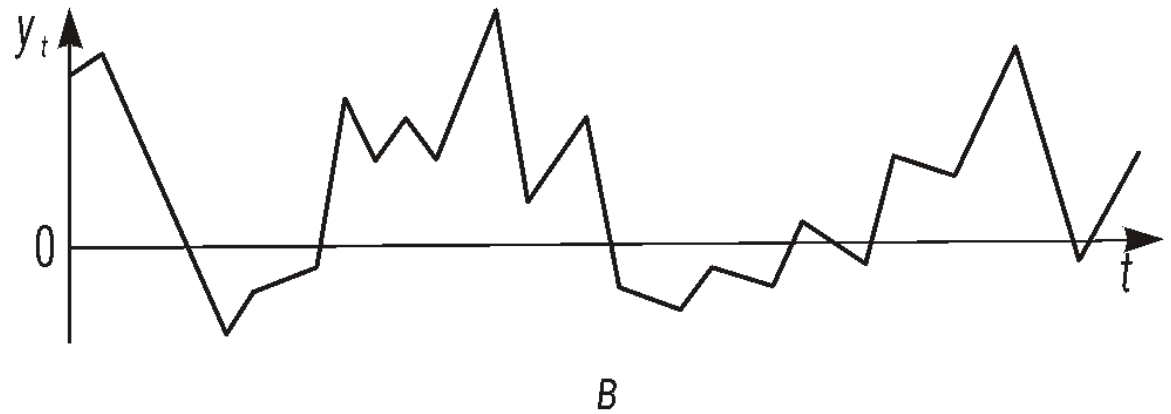
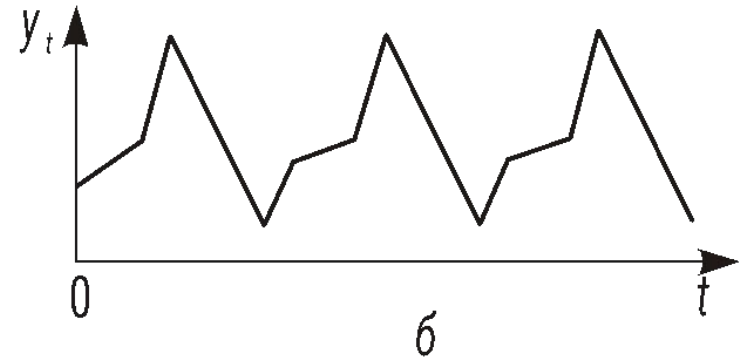
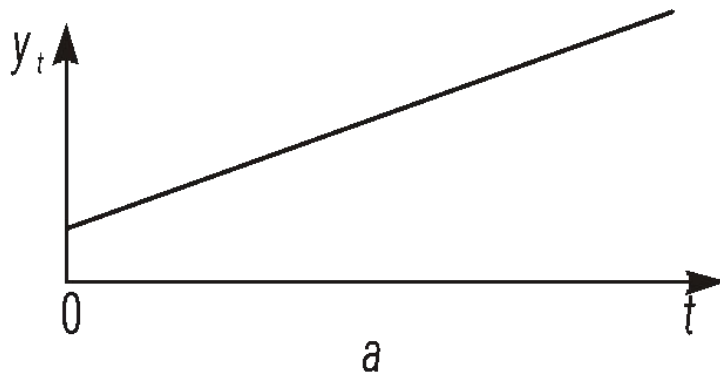
$$Y_t = U_t + E_t$$

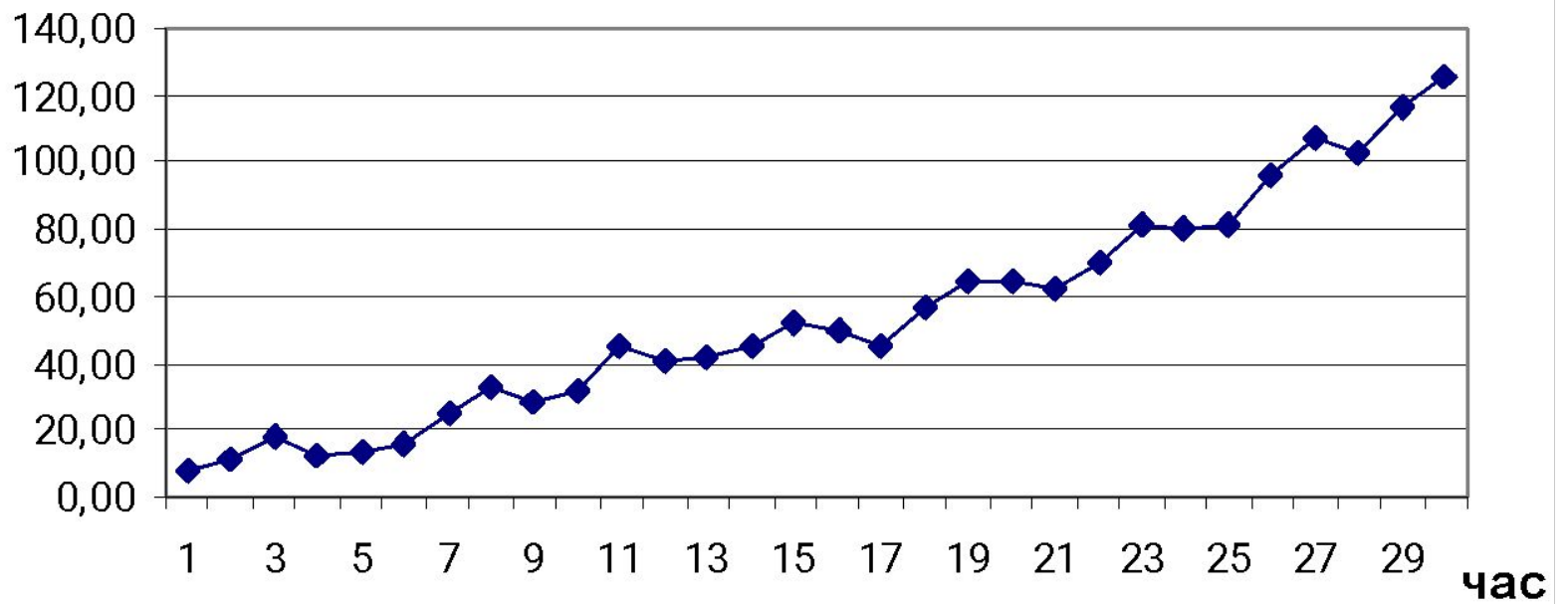

$$Y_t = S_t + E_t$$

$$Y_t = U_t + S_t + E_t$$

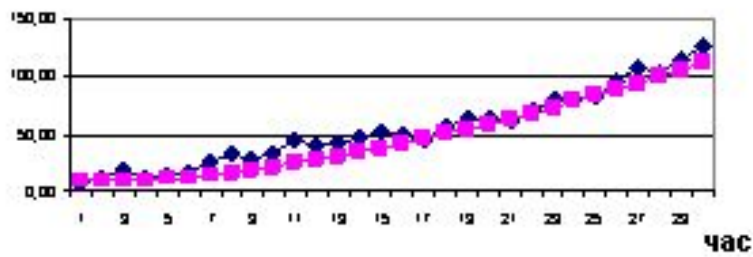
$$Y_t = U_t \cdot S_t \cdot V_t \cdot E_t$$

Головні компоненти часового ряду



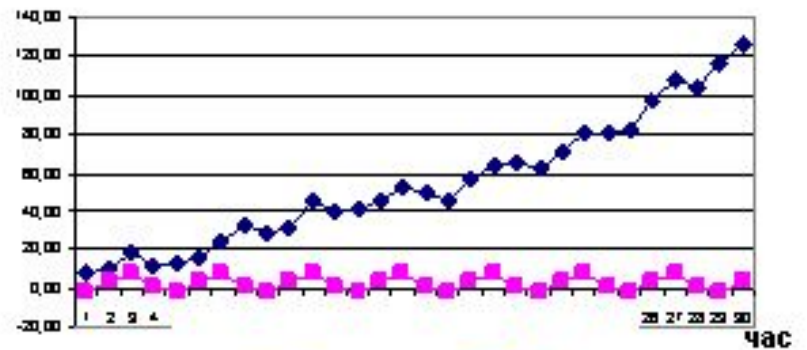


—◆— Y



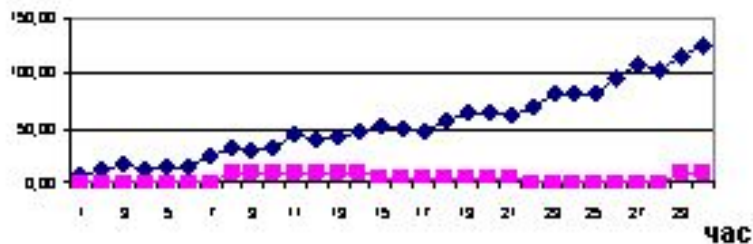
—◆— Y —■— T

а) трендова компонента $U(t)=3t^{1,3}-5t+12$



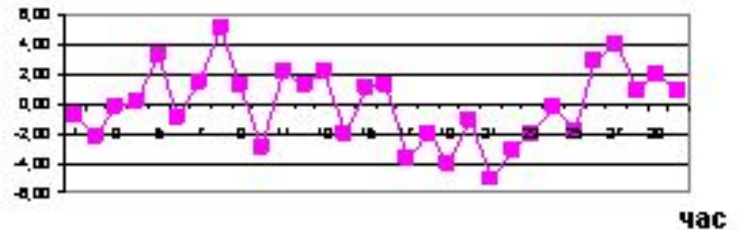
—◆— Y —■— S

б) сезонна компонента



—◆— Y —■— U

в) циклічна компонента



—■— E

г) випадкова компонента

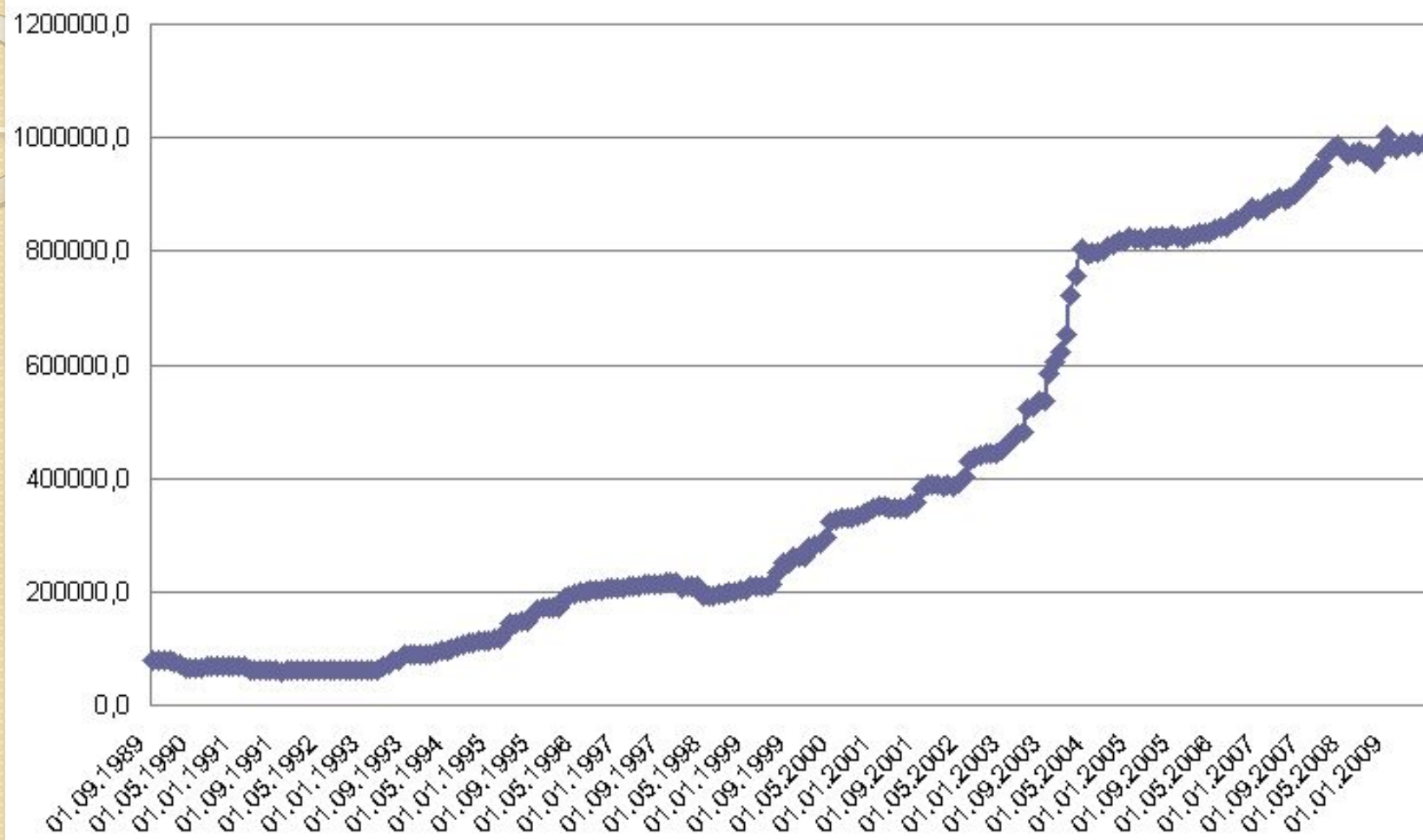
Перевірка гіпотези про існування тренда

$$r_1 = \frac{\sum_{t=2}^n (y_t - \bar{y}_1)(y_{t-1} - \bar{y}_2)}{\sqrt{\sum_{t=2}^n (y_t - \bar{y}_1)^2 \sum_{t=2}^n (y_{t-1} - \bar{y}_2)^2}},$$

$$\bar{y}_1 = \frac{1}{n-1} \sum_{t=2}^n y_t, \quad \bar{y}_2 = \frac{1}{n-1} \sum_{t=2}^n y_{t-1}.$$

$$r_2 = \frac{\sum_{t=3}^n (y_t - \bar{y}_3)(y_{t-2} - \bar{y}_4)}{\sqrt{\sum_{t=3}^n (y_t - \bar{y}_3)^2 \sum_{t=3}^n (y_{t-2} - \bar{y}_4)^2}},$$

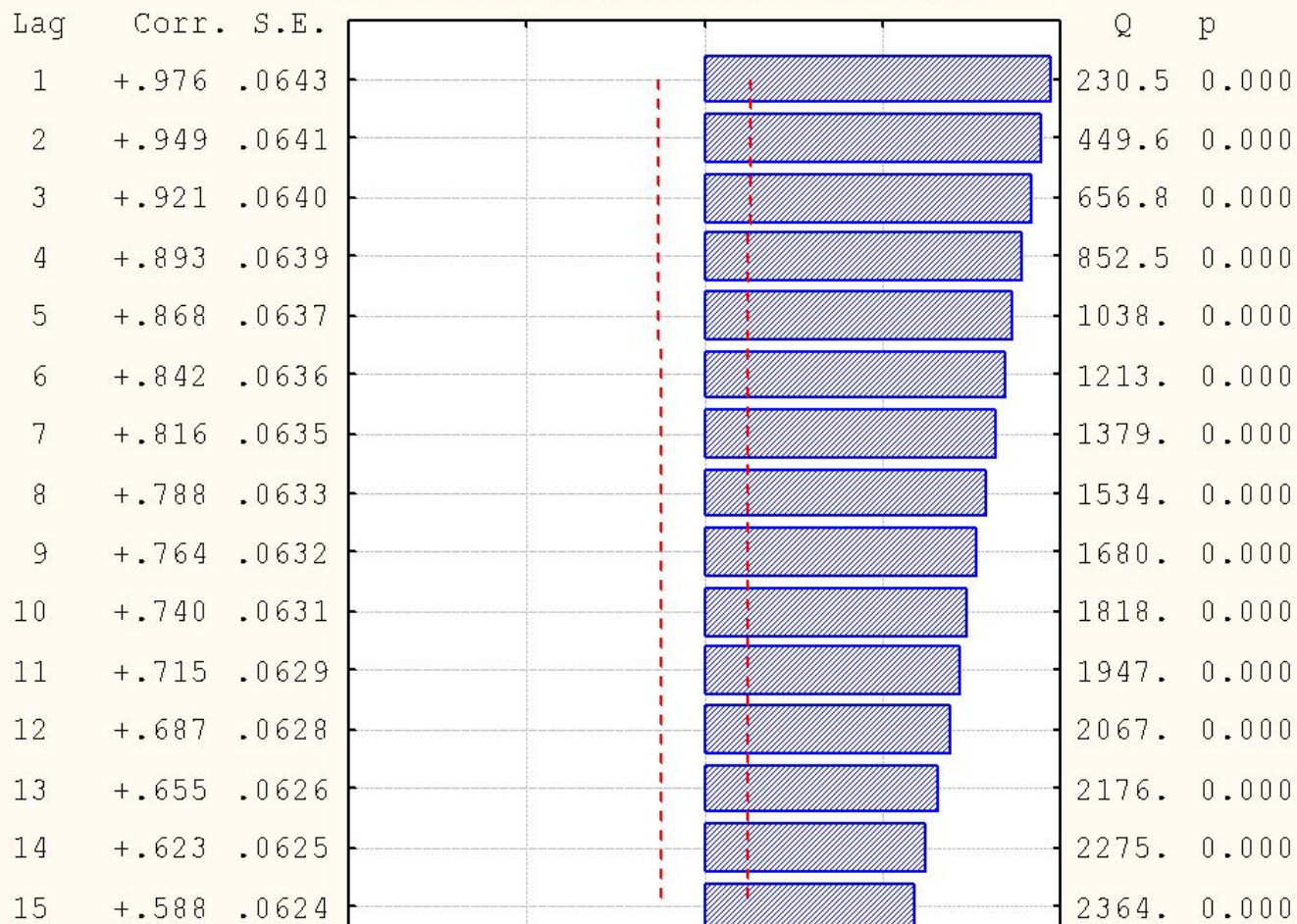
$$\bar{y}_3 = \frac{1}{n-2} \sum_{t=3}^n y_t, \quad \bar{y}_4 = \frac{1}{n-2} \sum_{t=3}^n y_{t-2}.$$



Autocorrelation Function

VAR1

(Standard errors are white-noise estimates)

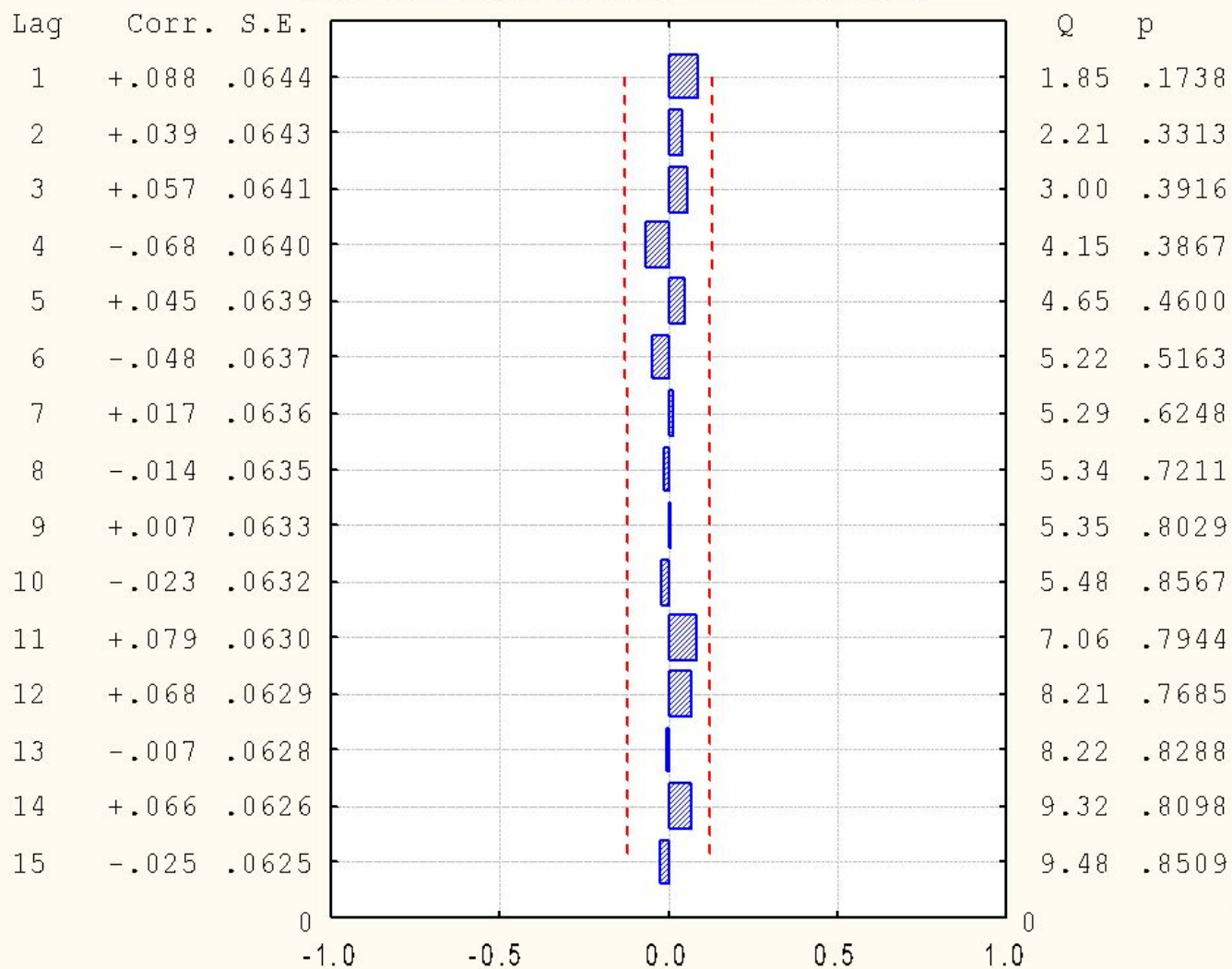


--- Conf. Limit

Autocorrelation Function

NEW VAR1

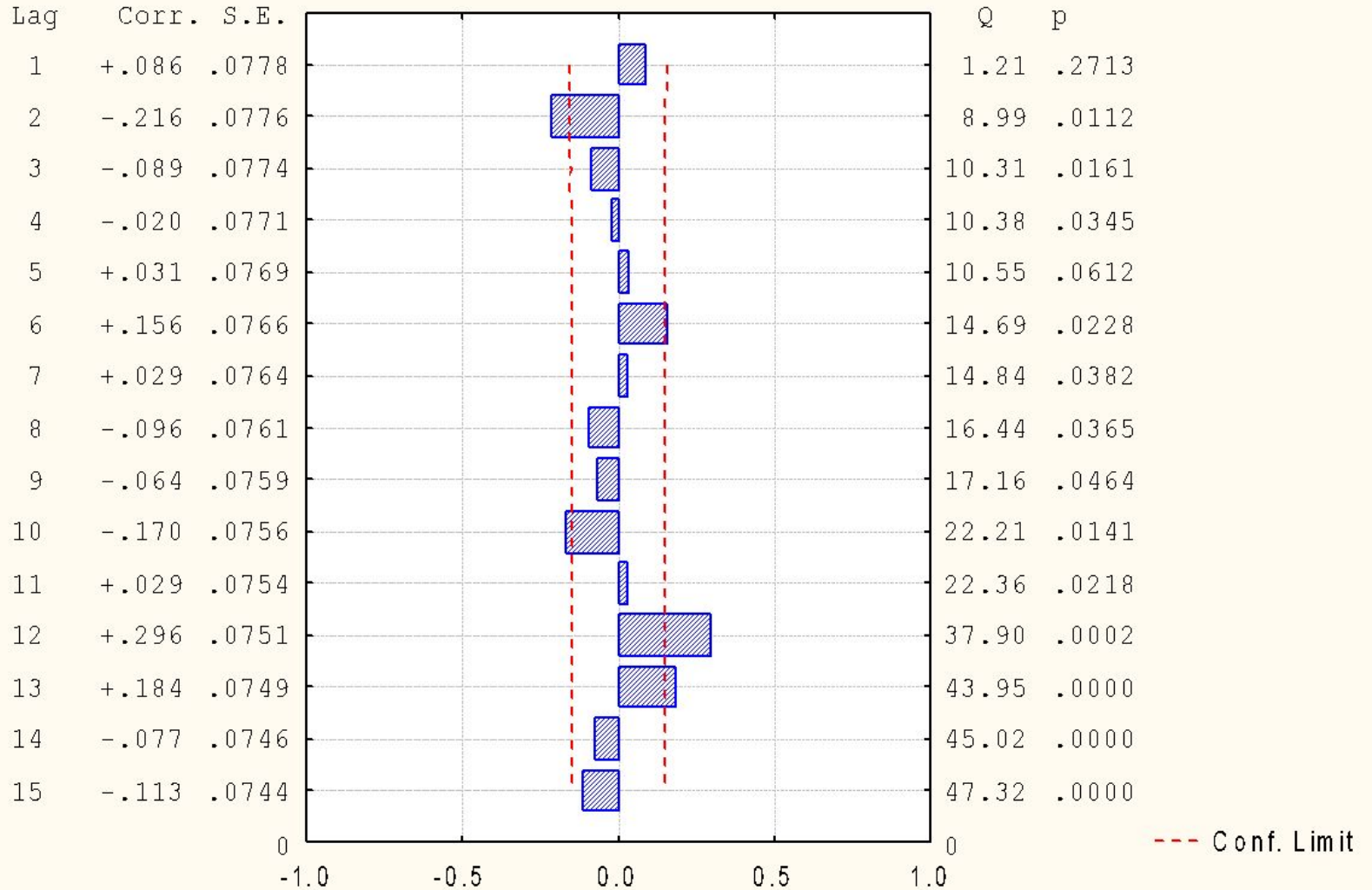
(Standard errors are white-noise estimates)



--- Conf. Limit

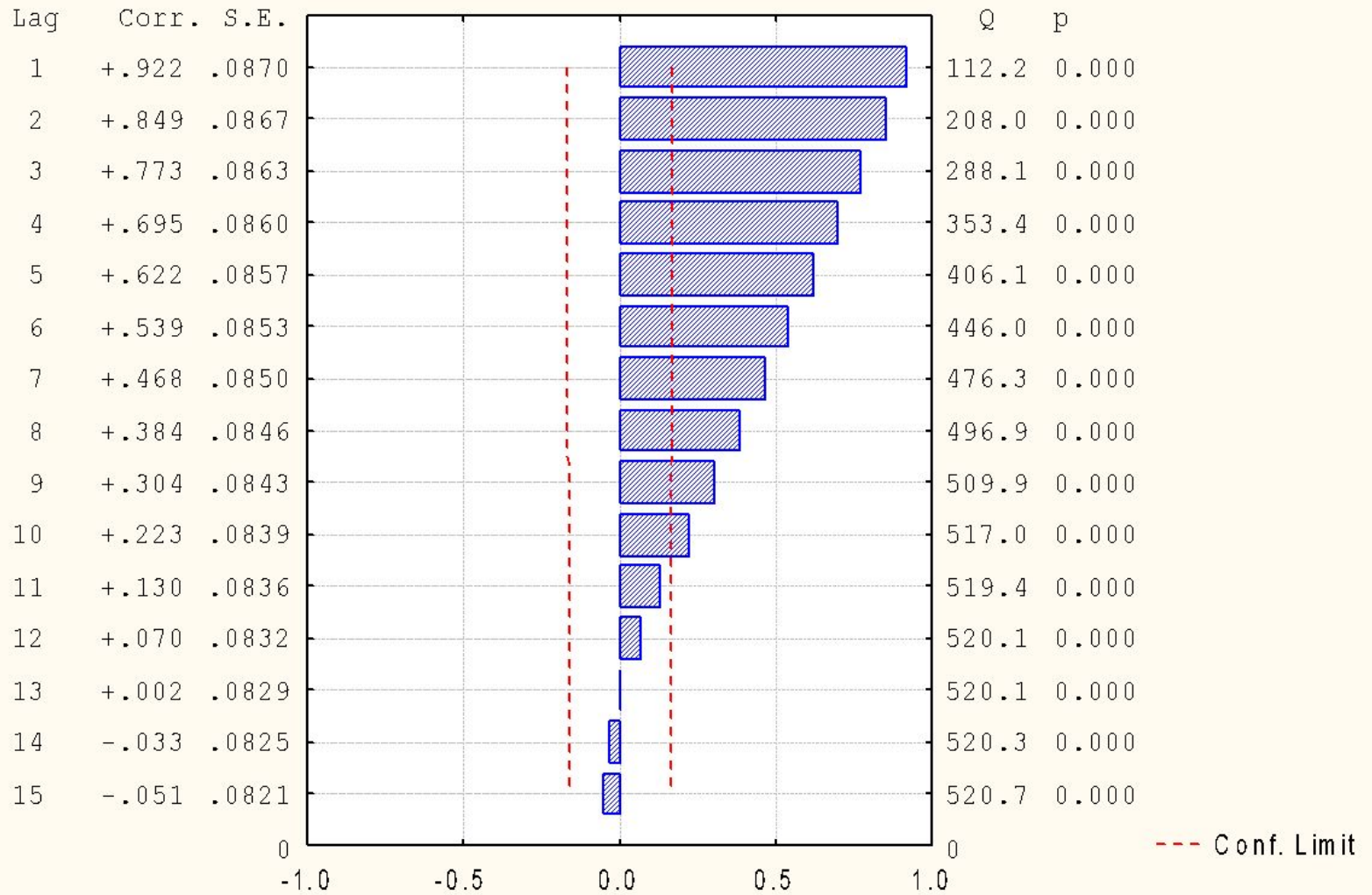
Autocorrelation Function NEW VAR3

(Standard errors are white-noise estimates)



Autocorrelation Function VAR8

(Standard errors are white-noise estimates)



Фільтрація сезонної компоненти за допомогою індексу сезонності

$$S_{t+m} = S_t$$

$$n = k \cdot m$$

$$y_{ij} = u_{ij} \cdot I_j + \varepsilon_{ij}$$

$$I_j = \frac{\sum_{i=1}^k I_{ij}}{k}$$

$$I_j = \frac{\sum_{i=1}^k I_{ij}}{k} 100 \%$$

$$I_{ij} = \frac{y_{ij}}{\bar{y}_i}$$

$$\bar{y}_i = \frac{\sum_{j=1}^m y_{ij}}{m}$$

$$I_{ij} = \frac{\hat{u}_{ij} + \hat{s}_{ij}}{\hat{u}_{ij}} = \frac{\hat{y}_{ij}}{\hat{u}_{ij}}$$

Метод декомпозиції часового ряду

$$s_{ij} = y_t - \tilde{y}_t$$

$$\bar{s}_j = \frac{\sum_{i=1}^k s_{ij}}{k}$$

$$\bar{s} = \sum_{j=1}^m \bar{s}_j$$

$$\sum_{j=1}^m \bar{s}_j = 0$$

$$\sum_{j=1}^m \bar{s}_j = m$$

$$\hat{s}_j = \bar{s}_j - \alpha$$

$$\alpha = \bar{s} / m$$

$$\hat{s}_j = \bar{s}_j \cdot \alpha$$

$$\alpha = m / \bar{s}$$


$$\hat{\mathcal{U}}_t$$
$$\hat{\mathcal{S}}_t$$

$$\hat{\mathcal{U}}_t + \hat{\mathcal{S}}_t$$

$$\hat{\mathcal{U}}_t$$
$$\hat{\mathcal{S}}_t$$

$$\hat{\mathcal{U}}_t \cdot \hat{\mathcal{S}}_t$$

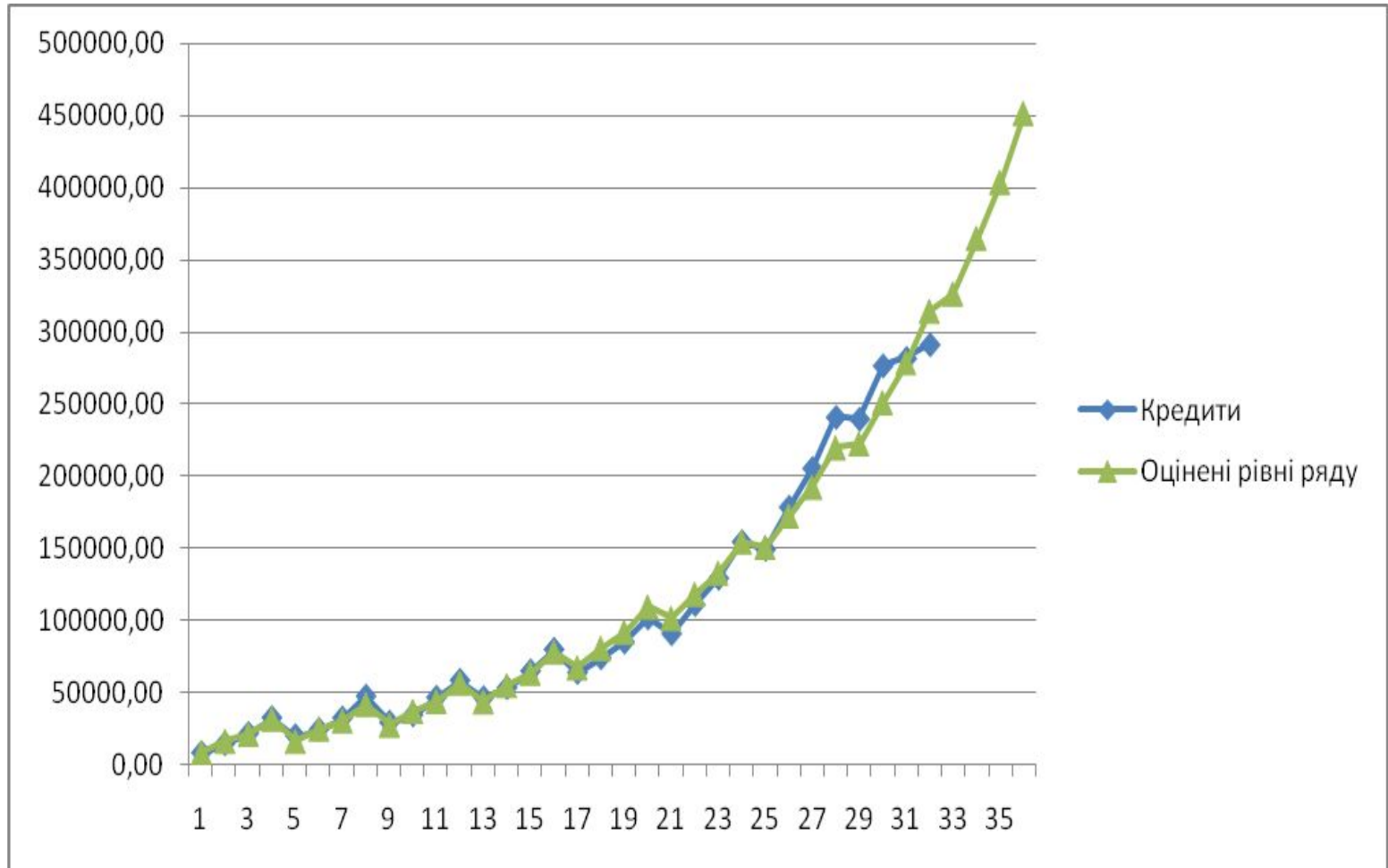
Таблиця 1 – Розрахунок оцінок компонент адитивної моделі декомпозиції часового ряду

Рік	Квартали	Обсяги наданих кредитів	Ковзні середні	Сезонна та випадкова компоненти	Оцінка сезонної компоненти	$y_t - \hat{v}_t - v_t + s_t$	Експ. тренд.	$\hat{v}_t + \hat{s}_t$	$e_t = y_t - \hat{v}_t - \hat{s}_t$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2001	1	8204,87	-	-	-8204,25	16409,12	17223,88	9019,63	-814,76
	2	14516,38	-	-	-2152,57	16668,95	18896,88	16744,31	-2227,93
	3	21438,80	20626,66	812,14	870,22	20568,58	20732,39	21602,61	-163,81
	4	32451,39	23334,84	9116,55	9486,60	22964,79	22746,18	32232,78	218,61
2002	1	19995,28	25927,47	-5932,19	-8204,25	28199,53	24955,57	16751,32	3243,96
	2	24391,39	29162,73	-4771,34	-2152,57	26543,96	27379,57	25227,00	-835,61
	3	32304,86	32204,44	100,42	870,22	31434,64	30039,01	30909,23	1395,63
	4	47467,42	34636,80	12830,62	9486,60	37980,82	32956,78	42443,38	5024,04
2003	1	29312,93	37684,00	-8371,07	-8204,25	37517,18	36157,96	27953,70	1359,23
...
2007	1	149385,20	162525,80	-13140,60	-8204,25	157589,45	159349,04	151144,79	-1759,59
	2	178661,80	182846,39	-4184,59	-2152,57	180814,37	174827,02	172674,45	5987,35
	3	205494,12	204954,88	539,24	870,22	204623,90	191808,41	192678,63	12815,49
	4	241063,20	228520,62	12542,58	9486,60	231576,60	210439,25	219925,85	21137,35
2008	1	239815,60	250340,88	-10525,28	-8204,25	248019,85	230879,75	222675,50	17140,10
	2	276757,30	266199,76	10557,54	-2152,57	278909,87	253305,69	251153,12	25604,18
	3	281960,70	-		870,22	281090,48	277909,92	278780,13	3180,57
	4	291467,70	-		9486,60	281981,10	304904,01	314390,61	-22922,91
2009	1	326315,86			-8204,25		334520,12		
	2	364860,34			-2152,57		367012,91		
	3	403532,02			870,22		402661,80		
	4	451259,97			9486,60		441773,37		

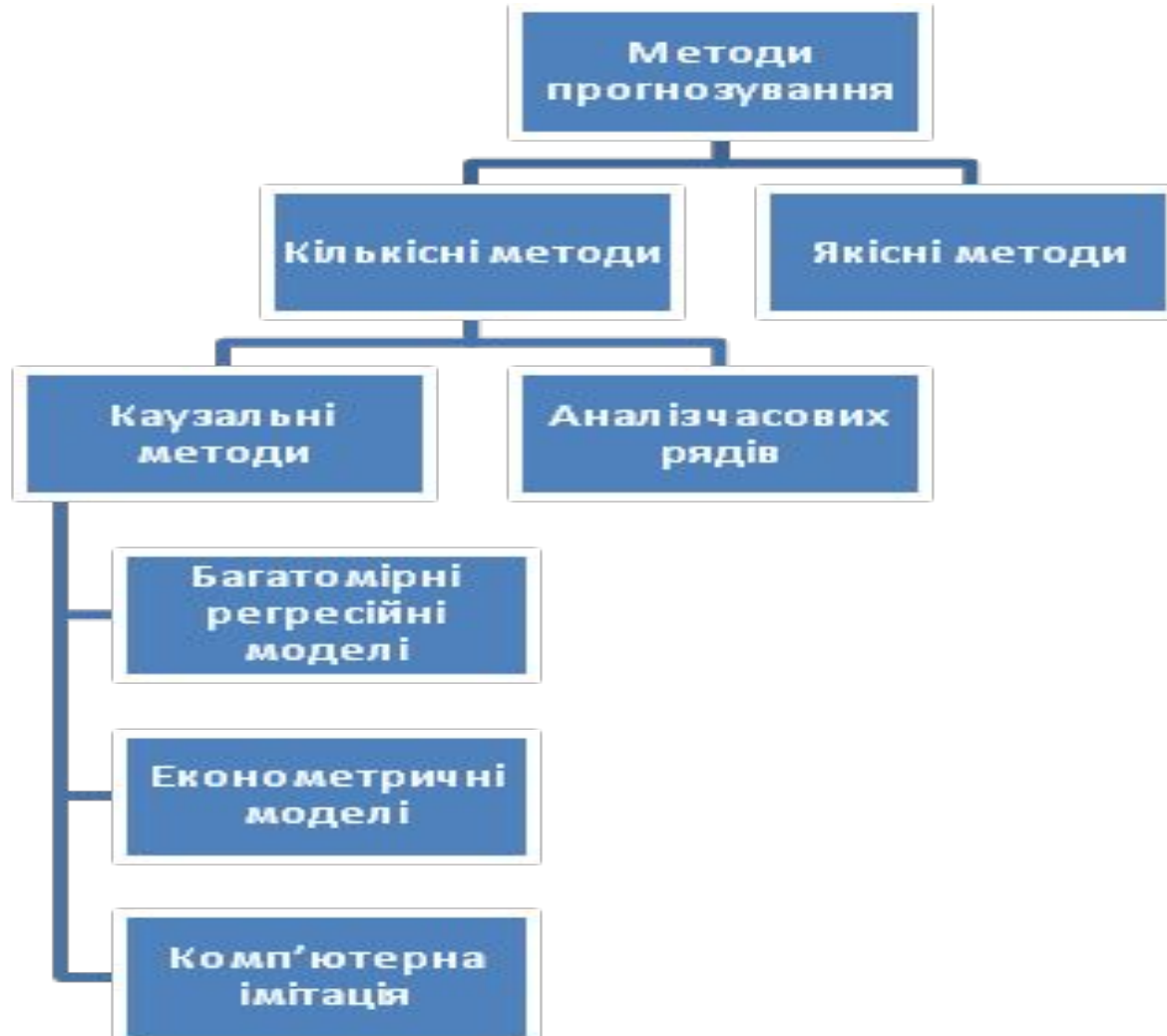
Таблиця 2 – Розрахунок скоригованих оцінок сезонної компоненти

$i \backslash j$	1	2	3	4	Середньосезонне значення, \bar{S}_j	Коригувальний коefficient, α
2001	—	—	812,14	9116,55		
2002	-5932,19	-4771,34	100,42	12830,62		
2003	-8371,07	-6305,13	2205,64	9649,71		
2004	-7163,16	-5099,61	1618,65	11765,08		
2005	-9265,64	-4373,29	428,28	9236,57		
2006	-11931,35	-3739,39	562,12	10056,43		
2007	-13140,60	-4184,59	539,24	12542,58		
2008	-10525,28	10557,54	—	—		
Підсумок за j -й квартал	-66329,28	-17915,82	6266,49	75197,54		
Середня оцінка сезонної компоненти для j -го кварталу, \bar{S}_j	-8291,16	-2239,48	783,31	9399,69	-347,63	-86,91
Скоригована оцінка сезонної компоненти, \hat{S}_j	-8204,25	-2152,57	870,22	9486,60	0,00	

Графічний аналіз динаміки обсягів кредитування за адитивною моделлю



Методи соціально-економічного прогнозування



Екстраполяція на основі середнього рівня ряду

$$\hat{y}_n(\tau) = \bar{y}$$

$$\hat{y}_n(\tau) \pm t_\alpha \hat{\sigma} \sqrt{1 + \frac{1}{n}}$$

*Екстраполяцію за середнім
абсолютним приростом*

$$\hat{y}_n(\tau) = y_n + \tau \cdot \overline{\Delta y}$$

*Екстраполяцію за середнім
темпом зростання*

$$\hat{y}_n(\tau) = y_n \cdot \bar{T}_{зр}^\tau$$

Метод ковзної середньої

$$\hat{y}_t = \frac{\sum_{i=-k}^k y_{t+i}}{m}$$

$$\hat{y}_t = a_0 + \sum_{i=1}^p a_i t^i$$

k	p	w_{-k}	w_{-k+1}	...	w_0
3	0 a6o 1	$\frac{1}{2k+1}$	$\frac{1}{2k+1}$...	$\frac{1}{2k+1}$
5	2 a6o 3	$-\frac{3}{35}$	$\frac{12}{35}$	—	$\frac{17}{35}$
7	2 a6o 3	$-\frac{2}{21}$	$\frac{3}{21}$	$\frac{6}{21}$	$\frac{7}{21}$
9	2 a6o 3	$-\frac{21}{231}$	$\frac{14}{231}$	$\frac{39}{231}, \frac{54}{231}$	$\frac{59}{231}$
7	4 a6o 5	$\frac{5}{231}$	$-\frac{30}{231}$	$\frac{75}{231}$	$\frac{131}{231}$
9	4 a6o 5	$\frac{15}{429}$	$-\frac{55}{429}$	$\frac{30}{429}, \frac{135}{429}$	$\frac{179}{429}$

$$a_0 = \frac{1}{35} (-3y_{t-2} + 12y_{t-1} + 17y_t + 12y_{t+1} - 3y_{t+2})$$

Метод експоненціального згладжування

$$\hat{y}_n(1) = \alpha(y_n + (1 - \alpha)y_{n-1} + (1 - \alpha)^2 y_{n-2} + \dots)$$

$$0 < \alpha < 1$$

$$\hat{y}_t(1) = \alpha y_t + (1 - \alpha) \hat{y}_t$$

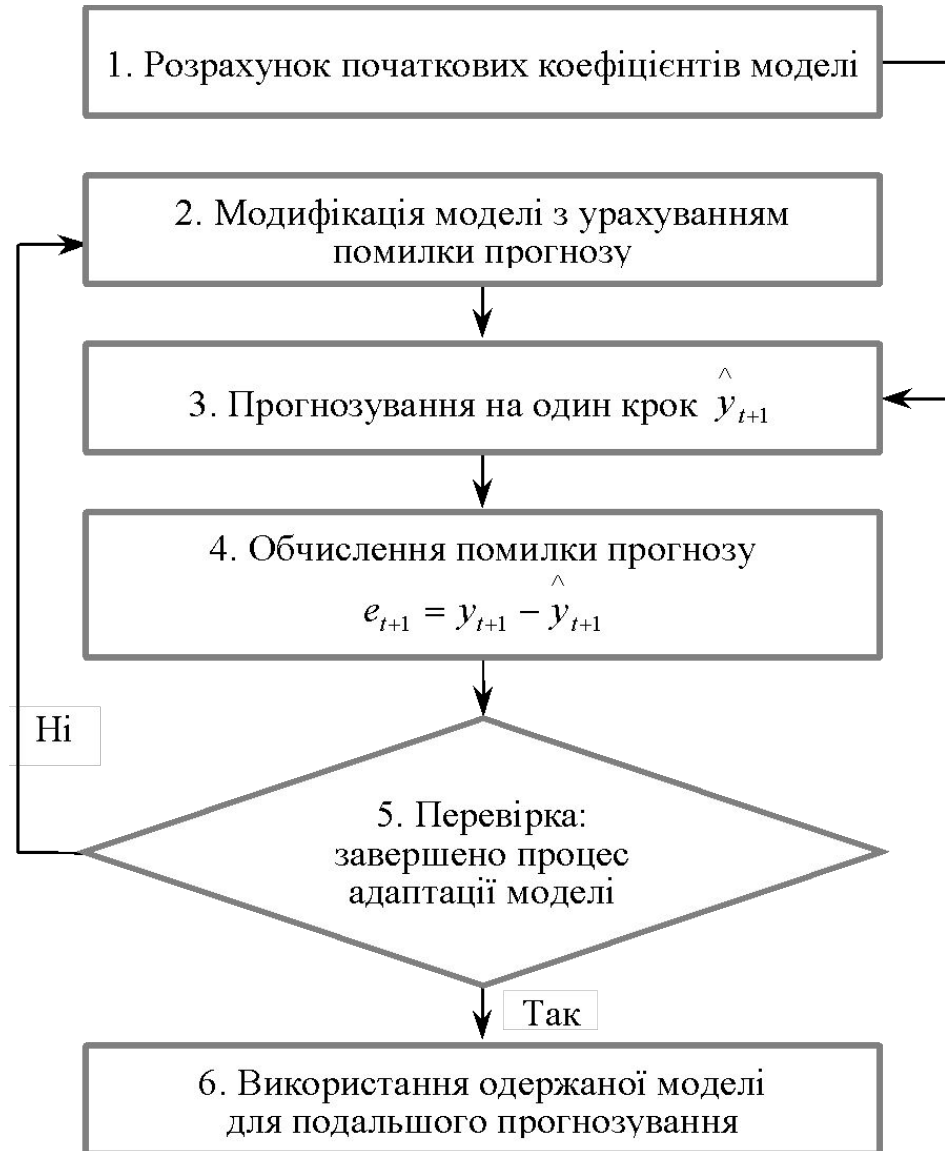
$$\hat{y}_t(1) = \hat{y}_t + \alpha(y_t - \hat{y}_t)$$

Прогнозування тенденції
часового ряду за аналітичними
методами

Регресійний аналіз

$$y_t = v_t + \varepsilon_t \quad t = 1, 2, \dots, n,$$

Адаптивні методи прогнозування



Модель Брауна

$$\hat{y}_t(\tau) = a_{1,t} + a_{2,t} \cdot \tau$$

$$a_{1,t} = a_{1,t-1} + a_{2,t-1} + (1 - \beta^2)e_t$$

$$a_{2,t} = a_{2,t-1} + (1 - \beta^2)e_t$$

$$e_t = y_t - \hat{y}_{t-1}$$

$$\hat{y}_t(\tau) \boxtimes \sigma_e \sqrt{1 + C(\tau)}$$

$$C(\tau) = (1 - \beta)(1,25 + (1 - \beta) \cdot \tau)$$

Модель Хольта

$$\hat{y}_t(\tau) = a_{1,t} + a_{2,t} \cdot \tau$$

$$a_{1,t} = a_{1,t-1} + a_{2,t-1} + \alpha_1 e_t$$

$$a_{2,t} = a_{2,t-1} + \alpha_2 e_t$$