

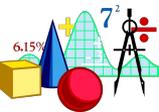
Таблицы сопряженности

Стат. методы в
психологии
(Радчи́кова Н.П.)



Цели

- **Вспомнить, что такое таблицы сопряженности**
- **Вспомнить, какую статистику можно для них считать**





ТАБЛИЦЫ СОПРЯЖЕННОСТИ

- ❖ **Таблицы сопряженности – это совместное распределение двух переменных.**
- ❖ **Строки таблицы образуются значениями одной переменной.**
- ❖ **Столбцы таблицы образуются значениями второй переменной.**





ТАБЛИЦЫ СОПРЯЖЕННОСТИ

- ❖ В клетке таблицы (на пересечении строки и столбца) указывается частота совместного появления соответствующих значений.
- ❖ Суммы частот по строке или по столбцу называются маргинальными частотами.
- ❖ Распределения маргинальных частот представляют собой одномерное распределение переменных.





Проводим исследование:

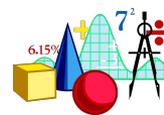
X – семейное положение – НП

Y – занятость - ЗП

Собранные данные выглядят примерно так:

Испытуемый	Занятость	Семейное положение
1.	Работает	Замужем
Анна К.	Работает	Разведена
Галина Б.	Не работает	Не замужем
Татьяна В.

**Таким образом представленные данные
не дают нам много информации.**





Можно их сгруппировать в виде таблиц:

по занятости:

Занятость	Частота	Проценты
Работает	98	49.0
Не работает	102	51.0
Всего	200	100

и по семейному положению:

Семейное положение	Частота	Проценты
Замужем	35	17.5
Никогда не была замужем	125	62.5
Разведена	15	7.5
Вдова	25	12.5
Всего	200	100





А можно и по двум переменным сразу:

Занятость (Y)	Семейное положение (X)				Всего
	Не зам.	Зам.	Развед.	Вдова	
Работает	21	60	11		
Не работает	14	65	4	19	
	35	125	15		

По строкам
обычно идет
зависимая
переменная

По столбцам
обычно
приводится
независимая
переменная

таблицей сопряженности





Проценты в таблице сопряженности можно считать тремя способами:

□ по столбцам, т.е. по независимой переменной

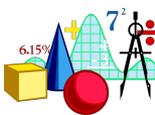
Занятость (Y)	Семейное положение (X)			
	Не зам.	Зам.	Развед.	Вдова
Работает	60%	48%	73.3%	24%
Не работает	40%	52%	26.7%	76%
Всего	100%	100%	100%	100%





□ по строкам, т.е. по зависимой переменной

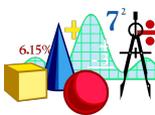
Занятость (Y)	Семейное положение (X)				Всего
	Не зам.	Зам.	Развед.	Вдова	
Работает	21.4%	61.2%	11.2%	18.6%	100%
Не работает	13.7%	63.7%	3.8%	6.1%	100%





□ по всей таблице сразу:

Занятость (Y)	Семейное положение (X)			
	Не зам.	Зам.	Развед.	Вдова
Работает	10.5%	30%	5.5%	3%
Не работает	7%	32.5%	2%	9.5
				100%





ТАБЛИЦЫ СОПРЯЖЕННОСТИ

для шкал
наименований

для шкал
порядка





ТАБЛИЦЫ СОПРЯЖЕННОСТИ

для шкал наименований

для шкал порядка

χ^2 Пирсона,
коэффициент сопряженности C ,
 V Крамера,

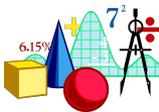
Φ

χ^2 МакНемара,
критерий Фишера } для таблиц 2x2
критерий Ятса (Yates)

...

+

τ Кендалла,
Гамма (G),
 ρ Спирмена,
 d Соммера

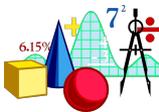




ТАБЛИЦЫ СОПРЯЖЕННОСТИ

для шкал
наименований

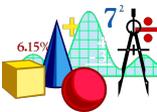
для шкал
порядка





СТАТИСТИЧЕСКИЕ КРИТЕРИИ ДЛЯ ТАБЛИЦ СОПРЯЖЕННОСТИ

Проверяют, есть ли зависимость в распределении одной переменной от распределения по другой переменной.





Межгрупповая
схема

→ χ^2 Пирсона

Интраиндивидуальная
схема

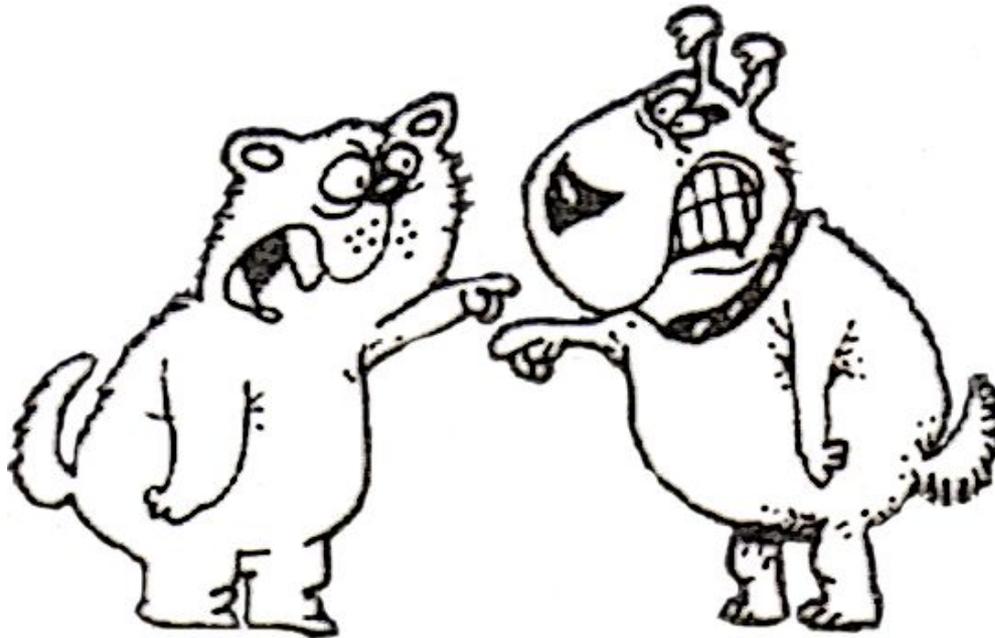
→ χ^2 МакНемара





χ^2 Пирсона

**Пример: мы хотим проверить, правда ли,
что мужчины больше любят собак,
а женщины - кошек**





Было опрошено 550 человек. Результаты опроса представлены в таблице:

Любимое животное (Y)	Пол (X)		всего
	муж	жен	
Собака	125	225	350
Кошка	75	125	200
всего	200	350	550

Мы можем проверить, зависит ли предпочтение домашнего животного (распределение по переменной Y) от пола





Подсчет критерия χ^2 (Пирсона)

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(f_o - f_e)^2}{f_e}$$

f_o - эмпирическая частота,

f_e - теоретическая частота,

$k=r*c$,

r - число строк в таблице,

c - число столбцов в таблице,

$df=(r-1)(c-1)$.





Как определить теоретическую частоту?

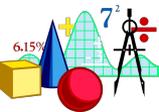
Для выделенной ячейки:

Следовательно, вероятность быть мужчиной и предпочитать собак равна

$$(200/550) * (350/550).$$

Умножив все это на количество испытуемых (550), получим теоретическую частоту для выделенной клетки:

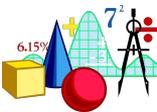
$$(200/550) * (350/550) * 550 = 127,3.$$





**Подсчитав таким образом
теоретические частоты для всех
клеток, находим
 $\chi^2=0,18$; $p=0,67$**

**Следовательно, предпочтение
домашнего животного не зависит от
пола: мужчины и женщины
одинаково любят собак.**





Ограничения критерия χ^2

- ★ ★ ★ Если теоретическая частота клеток маленькая, то вычисления могут быть не точны. Сейчас общепринятым является правило, что когда $df > 1$ теоретическая частота должна быть равна или больше 5 по крайней мере в 80% клеток.





χ^2 МакНемара (McNemar)

Увы! Только для таблиц 2×2 .

Тот критерий применяется, чтобы определить, произошли ли изменения после какого-либо условия. Данные обычно представляются в виде таблицы:

		после	
		II	I
до	I	A	B
	II	C	D

Получается, что $A+D$ – это число изменений



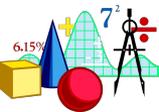


Подсчет критерия χ^2

(МакНемара)

$$\chi^2 = \frac{(A-D)^2}{A+D}$$

Ограничения:
A+D должно быть не меньше 10!

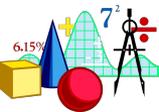




Пример: в телестудии проводятся дебаты, нужна ли смертная казнь. Зрители, сидящие в зале, опрашиваются до начала дебатов и в конце передачи.

		после дебатов	
		За смертную казнь	Против смертной казни
до	Против смертной казни	13	28
	За смертную казнь	27	7

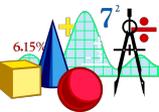
$\chi^2=1,25$; $p=0,26$. Следовательно, можно сделать вывод, что приглашенные ораторы были одинаково успешны в отстаивании своих точек зрения: мнения зрителей существенно не изменились





Что делать, если таблица большей размерности, а схема – интраиндивидуальная?

Для случая, когда условий больше (до дебатов, после дебатов, через год после дебатов...), можно использовать Q-критерий Кочрена (Кохрена), но только если данные представлены как дихотомические переменные (да/нет, за/против,...)





Что делать, если таблица большей размерности, схема – интраиндивидуальная, а данные не дихотомические?

Не проводить такие исследования!





МЕРЫ ЗАВИСИМОСТИ ДЛЯ ТАБЛИЦ СОПРЯЖЕННОСТИ





Меры зависимости для шкал наименований

**Все эти меры не имеют знака
и не показывают
направление отношений.**

**В программе STATISTICA можно посчитать
три таких меры**





Коэффициент ϕ

- ★ употребляется в основном с таблицами 2×2
- ★ меняется от 0 (когда переменные независимы) до 1 (когда они абсолютно зависимы)

$$\phi = \sqrt{\frac{\chi^2}{N}}$$





Коэффициент сопряженности С (или Ф)

- ★ разработан для использования с квадратными таблицами размера больше, чем 2×2
- ★ меняется от 0 (когда переменные независимы) до $\sqrt{\frac{k-1}{k}}$ где k - число строк (столбцов)

$$C = \sqrt{\frac{\chi^2}{\chi^2 + N}}$$





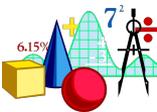
V Крамера

- ★ можно употреблять для любых таблиц - квадратных и прямоугольных
- ★ меняется от 0 (когда переменные независимы) до 1 (когда они абсолютно зависимы)

$$V = \sqrt{\frac{\chi^2}{N \cdot \text{Minimum}(r - 1, c - 1)}}$$

где c – число строк,

r – число столбцов таблицы.

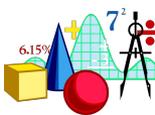




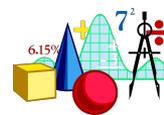
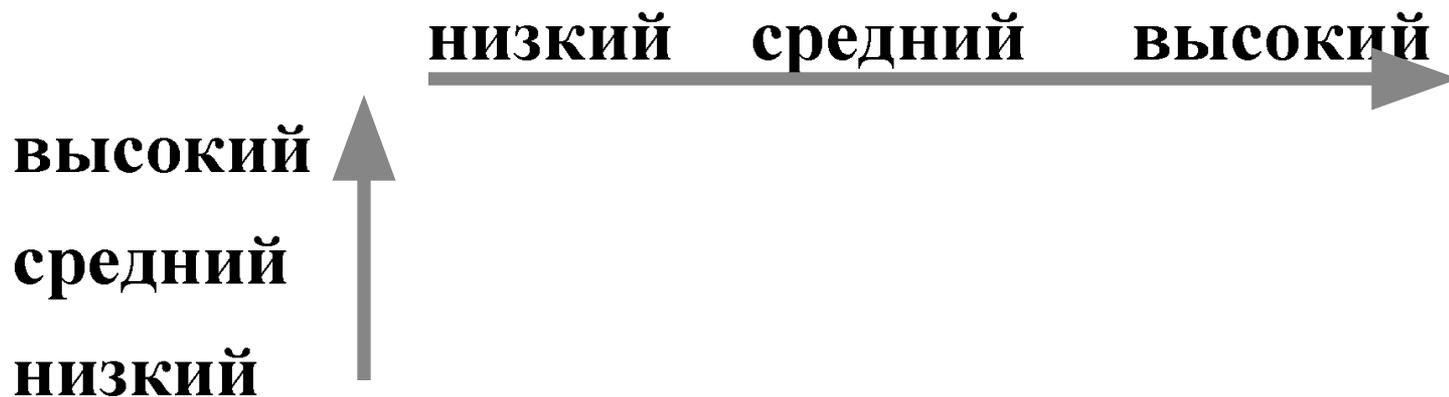
ТАБЛИЦЫ СОПРЯЖЕННОСТИ

**для шкал
наименований**

**для шкал
порядка**



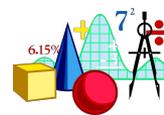
- 
-
- ★ В таблице сопряженности можно представлять и порядковые данные.
 - ★ Обычно они перечисляются слева направо (от меньшего к большему) и сверху вниз (от большего к меньшему):





Доход (Y)	Возраст (X)		
	молодой	немолодой	старый
высокий	A		D
средний		B	
низкий			C

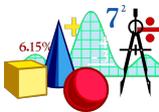
Согласованная пара - это пара, где оба члена ранжированы в одном порядке по двум направлениям.





Доход (Y)	Возраст (X)		
	молодой	немолодой	старый
высокий	A		D
средний		B	
низкий			C

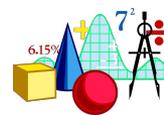
Несогласованная пара - это пара, где оба члена ранжированы в противоположном порядке по двум направлениям.





Доход (Y)	Возраст (X)		
	молодой	немолодой	старый
высокий	A		D
средний		B	
низкий			C

Связанная пара - это пара, где оба члена ранжированы одинаково по крайней мере по одному направлению.





Доход (Y)	Возраст (X)		
	молодой	немолодой	старый
высокий	20	6	2
средний	5	30	2
низкий	1	4	10

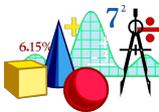
Если в таблице преобладают несогласованные пары, то зависимость между переменными **отрицательная**.





Доход (Y)	Возраст (X)		
	молодой	немолодой	старый
высокий	1	6	10
средний	5	30	2
низкий	20	4	2

Если в таблице преобладают согласованные пары, то зависимость между переменными **положительная**.





Меры зависимости

$$G = \frac{C - D}{C + D}$$

$$d_{yx} = \frac{C - D}{C + D + T_y}$$

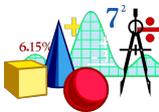
$$\tau = \frac{C - D}{\sqrt{(C + D + T_y)(C + D + T_x)}}$$

C - число согласованных пар,

D - число несогласованных пар,

T_x - число пар, связанных по X

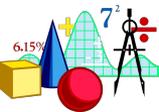
T_y = число пар, связанных по Y





**★ Меры зависимости
для шкал порядка имеют знак**

**★ τ Кендалла всегда меньше 1,
если таблица не квадратная**





**STATISTICA не знает, какая
шкала была использована:
определить подходящий критерий
или меру зависимости -
полностью ваша проблема
(и ответственность)**

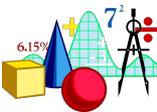
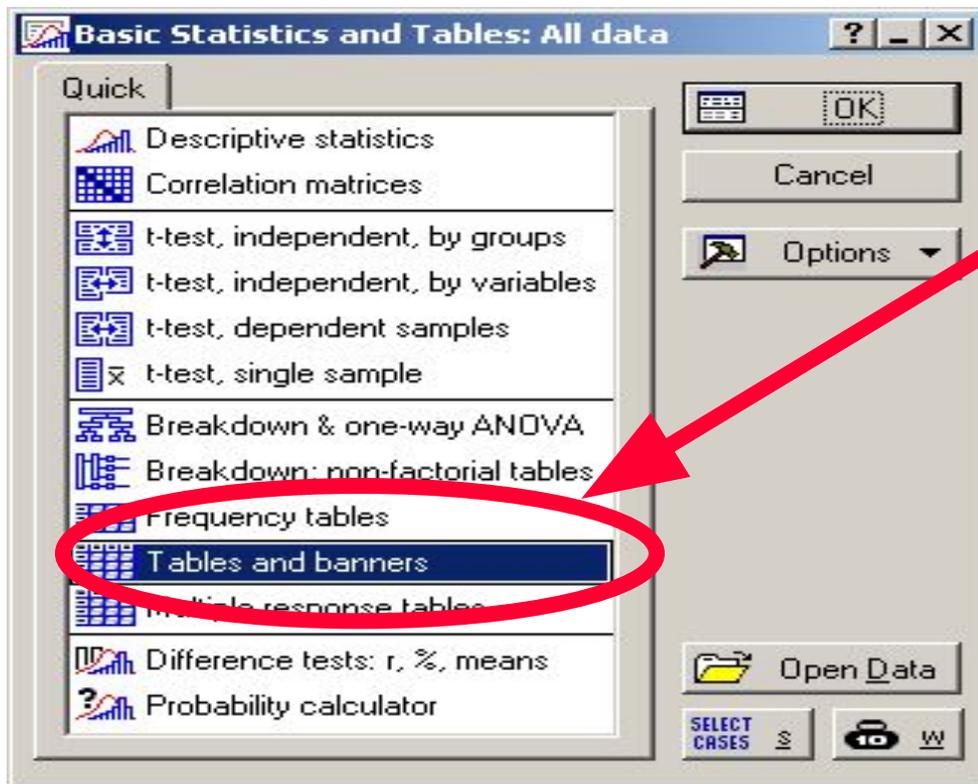




Представление данных

Посчитать статистику для таблиц сопряженности можно в модуле

Basic Statistics/ Tables and Banners

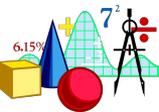




Представление данных

Исходные данные:

	звезда	принятый
1-й класс	10	36	...	
4-й класс	12	42	...	





Представление данных

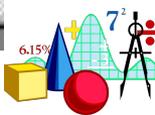
STATISTICA: Basic Statistics and Tables

File Edit View Analysis Graphs Options Window Help

-9999, [Icons] Vars Cases ABC [Icons] +.0 .00 +

Data: NEW.STA 10v * 110c

TEXT VALU	1 CLASS	2 STATUS	3 VAR3	4 VAR4	5 VAR5	6 VAR6
1	1,000	zvezda				
2	1,000	zvezda				
3	1,000	prinyat				
4	1,000	prinyat				
5				
6	4,000	zvezda				
7	4,000	zvezda				
8	4,000	prinyat				
9	4,000	prinyat				
10	4,000	prinyat				





Представление данных

STATISTICA: Basic Statistics and Tables - [Data: NEW.STA 10v * 109c]

File Edit View Analysis Graphs Options Window Help

-9999, [Icons] Vars Cases ABC [Icons] [Icons]

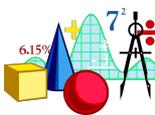
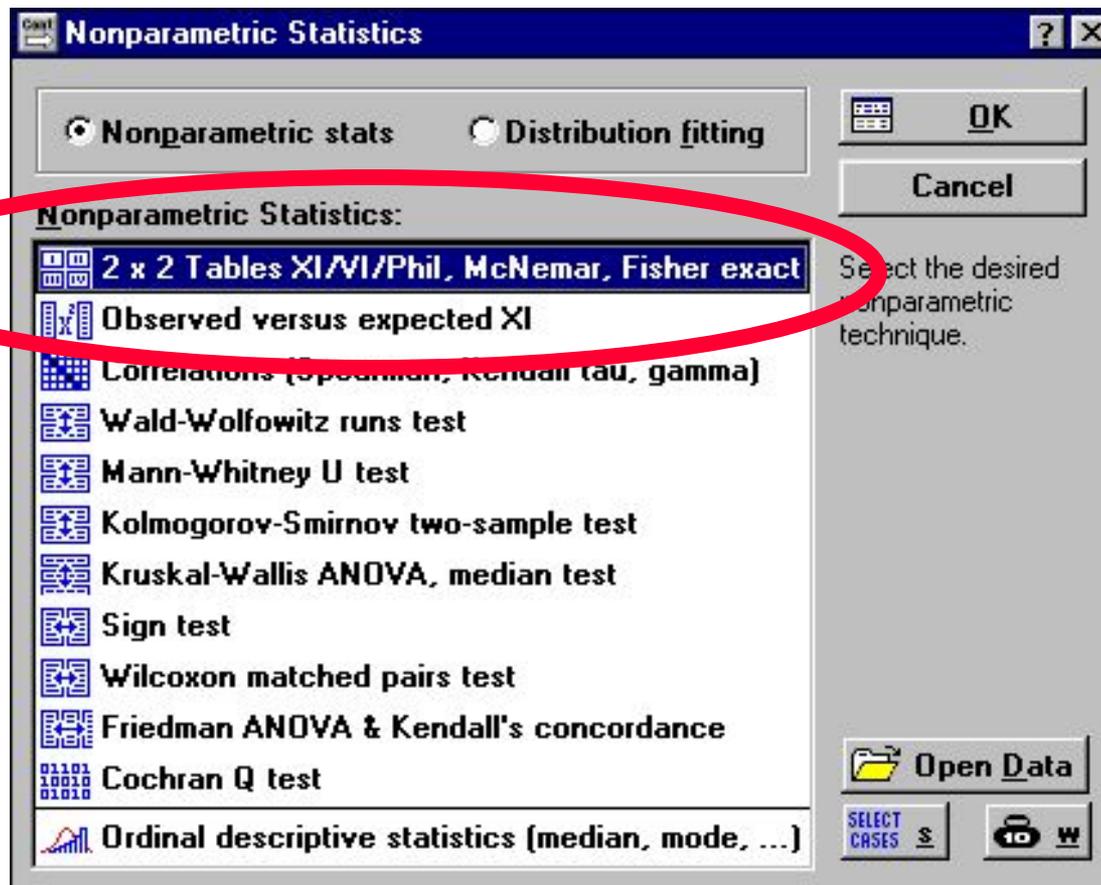
TEXT	1	2	3	4	5	6
VALU	CLASS	STATUS	WEIGHT	VAR4	VAR5	VAR6
1	1,000	zvezda	10			
2	1,000	predpoch	24			
3	1,000	prinyat	36			
4	1,000	neprinya	12			
5	4,000	zvezda	12			
6	4,000	predpoch	48			
7	4,000	prinyat	46			
8	4,000	neprinya	18			
9						
10						
11						





Представление данных

Для таблиц размером 2x2 есть еще модуль в Nonparametrics/Distrib.

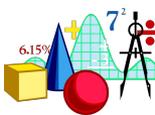




Представление данных

Остается только ввести цифры...

The image shows a dialog box titled "2 x 2 Tables" with a "Next" button on the left and help and close buttons on the right. The main text reads "Enter the frequencies for the 2 x 2 table:". Below this, there are four input fields arranged in a 2x2 grid, each with a small grid icon to its left and up/down arrow buttons to its right. The top-left field contains a blue "C", the top-right field contains "0", the bottom-left field contains "0", and the bottom-right field contains "0". A red oval highlights these four input fields. To the right of the input fields, there are "OK" and "Cancel" buttons. Below the input fields, there is a text instruction: "Specify the frequencies for the two-by-two frequency table; then click OK".

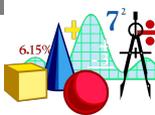




Представление данных

И получаем всю статистику!

NONPAR STATS	Column 1	Column 2	Row Totals
Frequencies, row 1	2	32	34
Percent of total	2,410%	38,554%	40,964%
Frequencies, row 2	34	15	49
Percent of total	40,964%	18,072%	59,036%
Column totals	36	47	83
Percent of total	43,373%	56,627%	
Chi-square (df=1)	32,96	p= ,0000	
V-square (df=1)	32,56	p= ,0000	
Yates corrected Chi-square	30,42	p= ,0000	
Phi-square	,39710		
Fisher exact p, one-tailed		p= ,0000	
two-tailed		p= ,0000	
McNemar Chi-square (A/D)	8,47	p= ,0036	
Chi-square (B/C)	,02	p= ,9020	



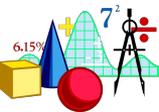


Самостоятельная работа

К следующему занятию прочитать:

**Савина и Ванг. Выбор и принятие
решений: риск и социальный контекст//
ПЖ,**

(есть в электронном виде)





**Можно
передохнуть!**

