

# Тема 6

# ВОЛНОВЫЕ ПРОЦЕССЫ

Волной называется **процесс распространения колебаний** в пространстве с течением времени.

Основным свойством всех волн является **перенос энергии** без переноса вещества.

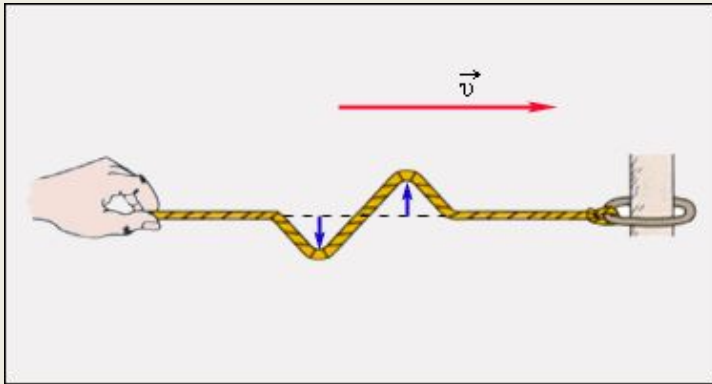
**Классификация** волн: гармонические, затухающие, стоячие.

По своей природе волны бывают **механическими (упругими)**, например, волны на поверхности жидкости, и **электромагнитными**.

Механические волны реализуются только в упругой среде в результате колебаний частиц среды.

# 6.1 МЕХАНИЧЕСКИЕ ВОЛНЫ

## ВОЛНОВЫЕ ВОЗМУЩЕНИЯ



Одиночной волной или **волновым импульсом** называется короткое возмущение, не имеющее регулярного характера.

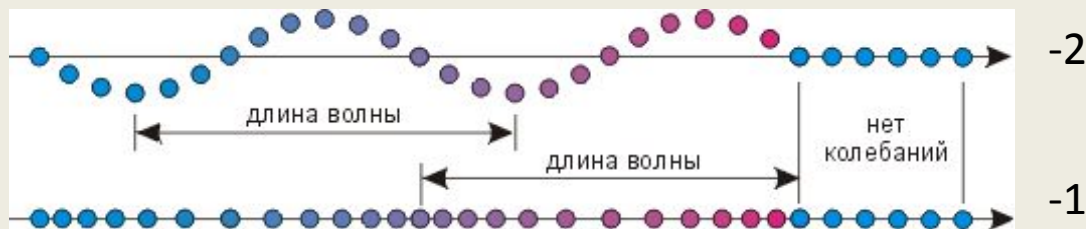
Ограниченный ряд повторяющихся возмущений называется **цугом волн**.



Особое значение в теории волн имеет **гармоническая волна**, т. е. неограниченная в пространстве синусоидальная волна, в которой смещение частиц среды происходит по закону синуса или косинуса.

# ВОЗНИКНОВЕНИЕ ВОЛНЫ

Если в каком-либо месте упругой среды (твердой, жидкой, газообразной) возбудить колебания ее частиц, то вследствие взаимодействия между частицами это колебание будет распространяться в среде от частицы к частице с некоторой скоростью. В среде возникнет волна. Частицы среды, в которой распространяется волна, не вовлекаются в поступательное движение, они лишь совершают колебания около своих положений равновесия.

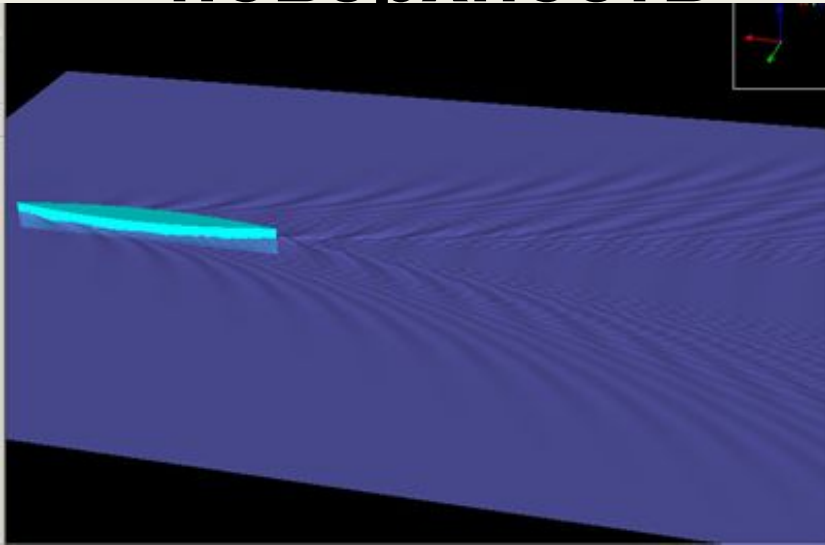


В **продольной волне** (1) частицы среды колеблются вдоль направления распространения волны.

В **поперечной волне** (2) частицы среды колеблются в направлениях,

перпендикулярных к направлению распространения волны. В газообразной среде возможно возникновение только продольных волн. В твердой среде возможно возникновение как продольных, так и поперечных волн.

# Волновой фронт и волновая поверхность



Распространяясь от источника колебаний, волновой процесс охватывает все новые и новые области пространства. **Геометрическое место точек, до которых доходят колебания к данному моменту времени, называется фронтом волны или волновым фронтом.**

Фронт волны отделяет часть пространства, уже вовлеченную в волновой процесс, от области, в которой колебания еще не возникли.



Геометрическое место точек, колеблющихся в одинаковой фазе, называется **волновой поверхностью**.

Волновую поверхность можно провести через любую точку пространства, охваченного волновым процессом. Следовательно

волновых. Волновой фронт является одной из волновых поверхностей. Существует бесконечно много поверхностей.



Волновые поверхности могут быть любой формы.

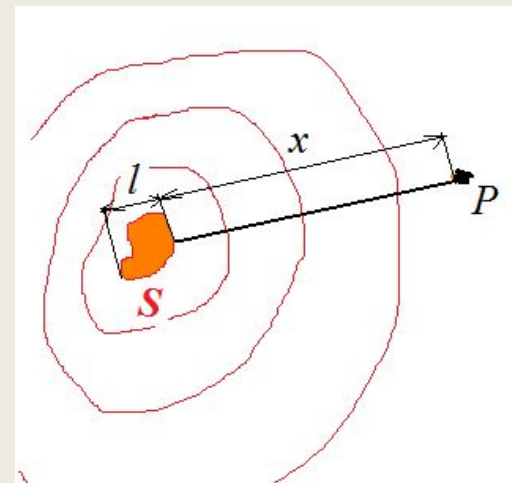
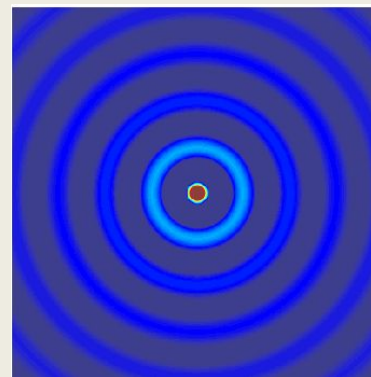
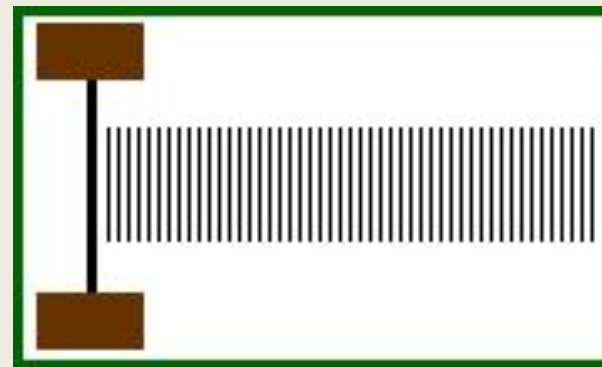
В простейших случаях они имеют форму плоскости (**плоская волна**) или сферы (**сферическая волна**).

В плоской волне волновые поверхности представляют собой множество параллельных плоскостей, в сферической волне – концентрических сфер.

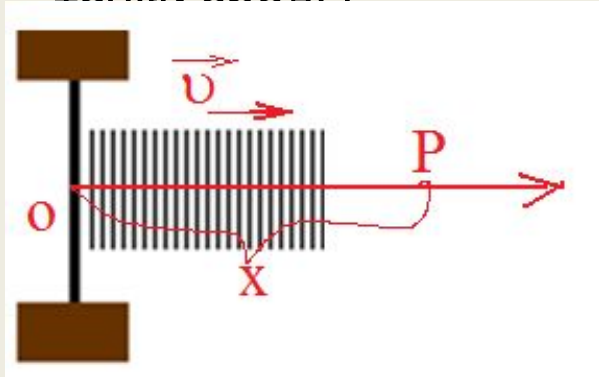
Всякий реальный источник волн обладает конечными размерами. Однако если ограничиться рассмотрением волны на расстояниях от источника значительно превышающих его размеры  $\lambda \ll x$ , то источник можно считать точечным.

В изотропной и однородной среде волна, порождаемая точечным источником будет сферической.

На малых расстояниях от источника ( ) волну можно считать плоской



Пусть колебания распространяются с постоянной скоростью  $v$  вдоль оси  $Ox$  в непоглощающей среде. Получим зависимость смещения  $\xi(x, t)$



Колебания источника, помещенного в начало координат:

$$\xi(0, t) = A \cos(\omega t + \varphi_0)$$

В т. P колебания придут на  $\tau = \frac{x}{v}$  позже, чем они возникли в источнике:

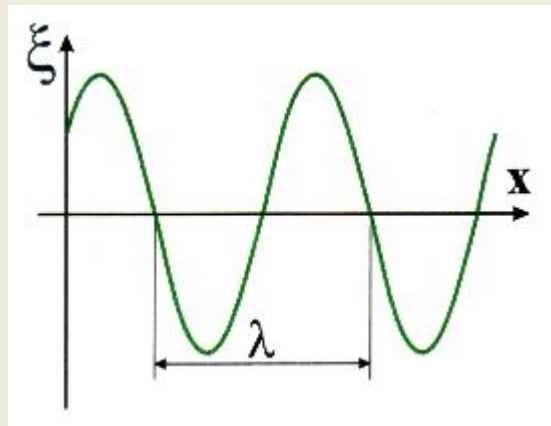
$$\xi_p(x, t) = A \cos[\omega(t - \tau) + \varphi_0] = A \cos[\omega t - \omega \tau + \varphi_0] = A \cos\left[\omega t - \frac{\omega}{v} x + \varphi_0\right]$$

Процесс распространения колебаний с фиксированной частотой ( $\omega = const$ ) называется **монохроматической волной**.

$$\xi(x, t) = A \cos\left[\omega t - \frac{\omega}{v} x + \varphi_0\right] \quad (1) - \text{уравнение плоской монохроматической волны}$$

# Характеристики волнового процесса

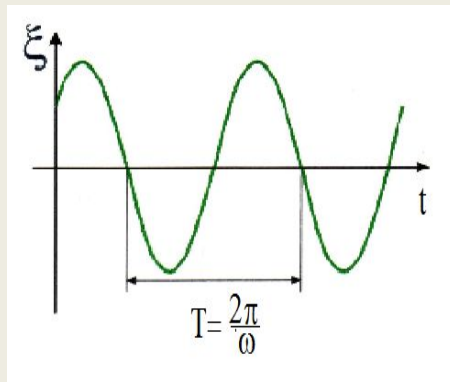
1) Длина волны и период колебаний  
 $t_0 = const$



$$\xi(x, t_0) = A \cos \left[ \omega t_0 - \frac{\omega}{v} x + \varphi_0 \right]$$

Расстояние между ближайшими частицами, колеблющимися в одинаковой фазе, называется **длиной волны  $\lambda$** .  
 График  $\xi(x, t_0)$  дает зависимость смещения всех частиц среды от расстояния до источника колебаний для момента  $t_0$ .

$x_0 = const$



$$\xi(x_0, t) = A \cos \left[ \omega t - \frac{\omega}{v} x_0 + \varphi_0 \right]$$

$\xi(x_0, t)$  — зависимость смещения данной частицы от времени



Найдем связь пространственного  $\lambda$  и временного  $T$  периодов колебаний. В один и тот же момент времени рассмотрим колебания в двух точках пространства, фазы колебаний в которых отличаются на  $2\pi$ .

$$\left. \begin{aligned} \varphi_1 &= \omega t_0 - \frac{\omega}{v} x_1 + \varphi_0 \\ \varphi_2 &= \omega t_0 - \frac{\omega}{v} x_2 + \varphi_0 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} |\varphi_2 - \varphi_1| &= \frac{\omega}{v} (x_2 - x_1) \\ 2\pi &= \frac{\omega}{v} \lambda \longrightarrow \lambda = v \frac{2\pi}{\omega} = vT \end{aligned}$$

$$\lambda = vT$$

2) Фазовая скорость      Зафиксируем фазу       $\varphi = const$

волны:

$$\xi_0 = A \cos \varphi = const$$

Ей соответствует постоянное  $\xi_0$  смещение

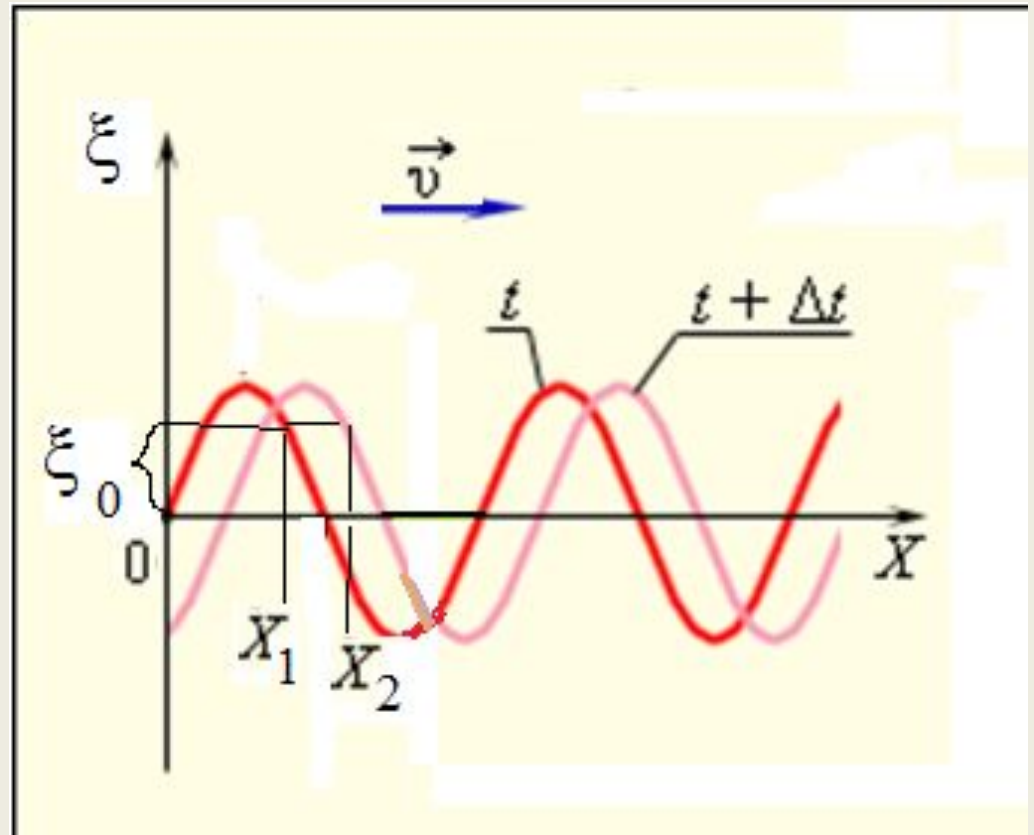
Найдем скорость движения

$$\varphi = \omega t - \frac{\omega}{v} x + \varphi_0 = const$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = 0; \omega - \frac{\omega}{v} \frac{dx}{dt} = 0; 1 - \frac{1}{v} \frac{dx}{dt} = 0;$$

$$v = \frac{dx}{dt}$$

- скорость  
распространения  
фиксированной фазы  
колебаний, или **фазовая  
скорость**



### 3) Волновое число и волновой вектор

По аналогии с  $T = \frac{2\pi}{\omega}$  можно записать  $\lambda = \frac{2\pi}{k}$ , где  $k$  – пространственная частота колебаний.

$$k = \frac{2\pi}{T\nu} = \frac{\omega}{\nu}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{\nu}$$

- **волновое число** (пространственная частота колебаний).

**Волновой вектор**

$$\vec{k} = \frac{\omega}{\nu} \vec{n}$$

- по модулю равен волновому числу и направлен **по нормали** к волновой поверхности в данной точке .

$$|\vec{n}| = 1$$

Для плоской волны, распространяющейся в произвольном направлении, смещение в т. наблюдения Р

$$\xi_p(\vec{r}, t) = A \cos(\omega t - k\vec{r} + \varphi_0) \quad (*)$$

Это уравнение **плоской монохроматической волны**, распространяющейся в непоглощающей среде в **общем случае**.

Частные случаи:

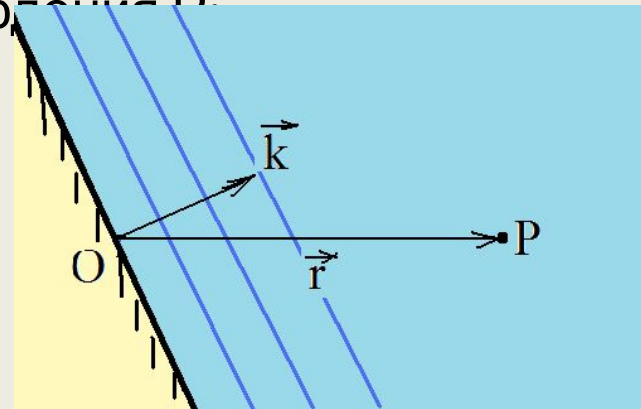
1) если волна распространяется **вдоль**

$$\xi(x, t) = A \cos(\omega t - kx + \varphi_0)$$

2) если волна распространяется **против оси OX**:

$$\xi(x, t) = A \cos(\omega t + kx + \varphi_0)$$

(\*) – идеальная модель волнового процесса. Монохроматических волн в природе не существует, любой реальный волновой процесс включает набор частот в определенном интервале  $[\omega_1, \omega_2]$ .

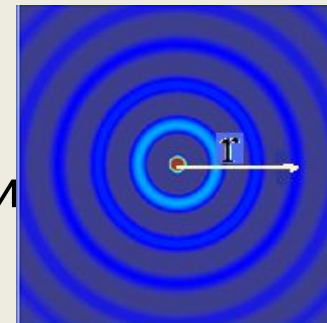


В изотропной и однородной среде волна, порождаемая точечным источником будет сферической.

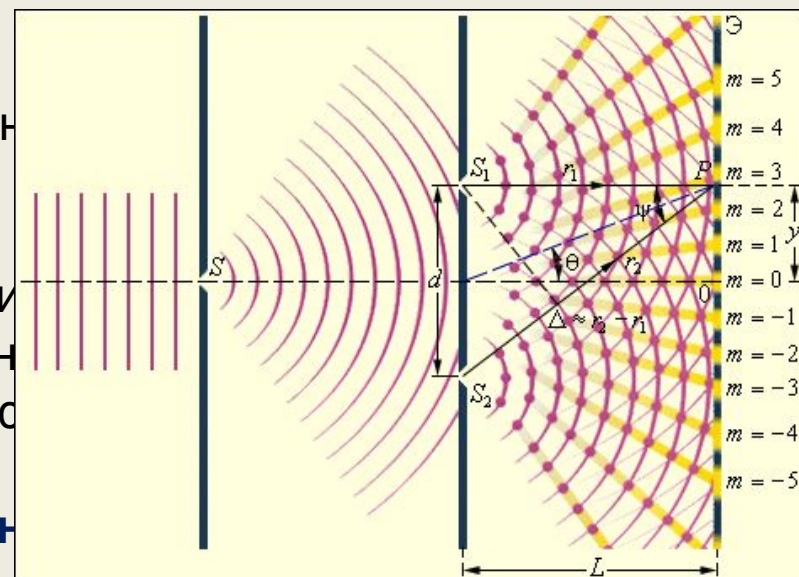
Даже если сферическая волна не поглощается средой, ее амплитуда уменьшается с удалением от источника по закону  $1/r$ , т.к. энергия распределяется по поверхности все большего радиуса.

Тогда 
$$\xi(r, t) = \frac{a}{r} \cos(\omega t - kr + \varphi_0).$$

( $a$  – амплитуда на расстоянии от источника, равном единице)



Если в среде распространяется одновременно несколько волн, то колебания частиц среды оказываются суммой колебаний, которые совершали бы частицы при распространении каждой из волн в отдельности. Следовательно волны просто накладываются одна на другую не возмущая друг друга. Это утверждение называется **принципом суперпозиции волн**



# Стоячие

## волны.

Стоячие волны – это волны, образующиеся при наложении

двух бегущих волн, распространяющихся навстречу друг другу

с одинаковыми частотами и амплитудами.

Пусть две плоские волны распространяются навстречу друг другу вдоль оси  $X$  в среде без затухания, причем обе волны

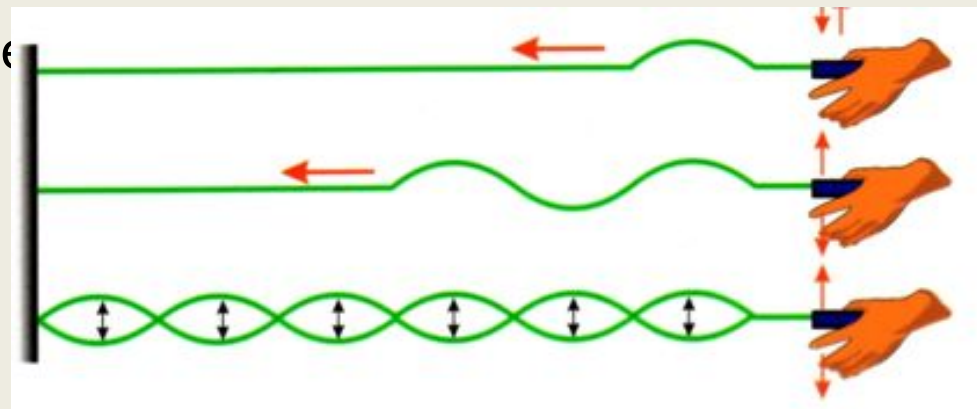
характеризуются одинаковыми амплитудами и частотами.

Начало координат выберем в точке, в которой обе волны имеют

одинаковую фазу, а отсчет времени

когда  $\xi_1 = A \cos(\omega t - kx)$

фазы обеих волн равны нулю,  $\xi_2 = A \cos(\omega t + kx)$



$$\xi = \xi_1 + \xi_2 = A[\cos(\omega t - kx) + \cos(\omega t + kx)]$$

$$\xi = 2A \cos(kx) \cos(\omega t) =$$

$$= 2A \cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right) \cos(\omega t)$$

$$A_{cm}(x) = 2A \cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right)$$

Точки волны, в которых амплитуда колебаний максимальна, называются **пучностями стоячей волны**, а точки, в которых

амплитуда колебаний равна нулю называются **узлами**  $m = 0, 1, 2, \dots$

$$\frac{x_{пуч}}{\lambda} = m\pi$$

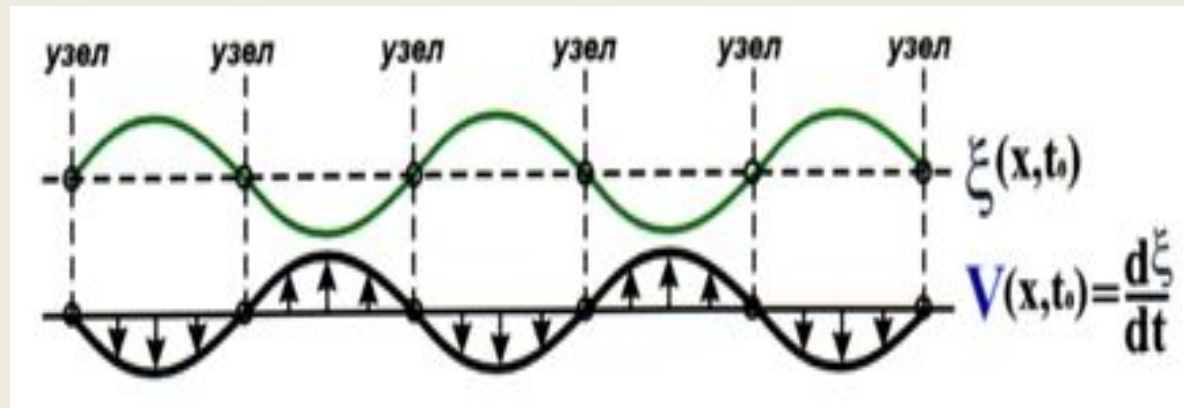
**пучностей**

$$\frac{x_{узел}}{\lambda} = \pm(m + 1/2)\pi$$

**узлов**

$$x_{узел} = \pm(m + 1/2) \frac{\lambda}{2}$$

В случае стоячей волны переноса энергии нет.



# ВОЛНОВОЕ УРАВНЕНИЕ

Уравнение любой волны, в том числе (\*), является решением дифференциального уравнения, называемого **волновым**.

Чтобы установить вид волнового уравнения, найдем вторые частные производные по времени и координатам от уравнения плоской волны:

$$\xi = a \cos(\omega t - k_x x - k_y y - k_z z + \varphi_0) \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = -\omega^2 \xi; \quad \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = -k_x^2 \xi; \\ \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} = -k_y^2 \xi; \quad \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} = -k_z^2 \xi. \end{array} \right.$$

Сложим производные по координатам, учтем, что  $\Delta = \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$  - оператор Лапласа.

$$\nabla^2 \xi \equiv \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} = -k^2 \xi \Rightarrow$$

$$\nabla^2 \xi = \frac{k^2}{\omega^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}; \quad \frac{k^2}{\omega^2} = \frac{1}{v^2} \Rightarrow \nabla^2 \xi = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}.$$



$$\Delta \xi = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}$$

- **волновое уравнение** справедливо для волны любой природы и с любой формой волнового фронта, распространяющейся с **постоянной скоростью**.

Для плоской волны, распространяющейся вдоль оси OX, волновое уравнение имеет вид:

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}$$

# 6.2 электромагнитные волны

м

Гц

**Радиоволны:**

$$\lambda = 10^3 - 10^4$$

$$\nu = 3 \cdot 10^5 - 3 \cdot 10^{12}$$

Источник излучения – колебательный контур  
вibrator Герца лампы генератор

**Световые волны:**

инфракрасное излучение	$5 \cdot 10^{-4} - 8 \cdot 10^{-7}$	$6 \cdot 10^{11} - 3.75 \cdot 10^{14}$
видимый свет	$8 \cdot 10^{-7} - 4 \cdot 10^{-7}$	$3.75 \cdot 10^{14} - 7.5 \cdot 10^{14}$
ультрафиолетовое изл.	$4 \cdot 10^{-7} - 10^{-9}$	$7.5 \cdot 10^{14} - 3 \cdot 10^{17}$

Источник излучения – лампы, лазеры

**Рентгеновское излучение:**  $2 \cdot 10^{-9} - 6 \cdot 10^{-12}$      $1.5 \cdot 10^{17} - 5 \cdot 10^{19}$

Источник излучения – трубки Рентгена

**$\gamma$  – Излучение**     $< 6 \cdot 10^{-12}$   
 $> 5 \cdot 10^{19}$

Источник излучения – радиоактивный распад  
ядерные процессы  
космические процессы

## 6.2.1 Волновое уравнение для электромагнитной волны. Плоская электромагнитная волна и ее свойства

Система уравнения Максвелла в дифференциальной форме:

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \qquad \operatorname{div} \vec{D} = \rho$$

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \qquad \operatorname{div} \vec{B} = 0$$

Здесь

$$\vec{E} = i E_x + j E_y + k E_z$$

$$\vec{H} = i H_x + j H_y + k H_z$$

$$\operatorname{div} \vec{D} = \frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{\partial D_y}{\partial y} + \frac{\partial D_z}{\partial z}$$

$$\operatorname{rot} \vec{E} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix}$$

Пусть среда однородна, изотропна и линейна:

тогда

$$\varepsilon = \text{const} \quad \mu = \text{const}$$

В этом случае материальные уравнения имеют

вид:

$$\vec{D} = \varepsilon \varepsilon_0 \vec{E} \quad \vec{B} = \mu \mu_0 \vec{H}$$

Пусть в среде нет токов проводимости и свободных зарядов ( $\rho = 0, \vec{j} = 0$ ).  
Перепишем уравнения Максвелла так, чтобы избавиться от  $\vec{D}$  и  $\vec{B}$  и

$$\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \longrightarrow \text{rot } \vec{E} = -\mu \mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad (1)$$

$$\text{div } \vec{D} = \rho \longrightarrow \text{div } \vec{E} = 0 \quad (2)$$

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \longrightarrow \text{rot } \vec{H} = \varepsilon \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (3)$$

$$\text{div } \vec{B} = 0 \longrightarrow \text{div } \vec{H} = 0 \quad (4)$$

Пусть плоская волна распространяется вдоль  $Ox$ . Тогда  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  зависят только от  $x$  и  $t$ .

Анализ записи уравнений Максвелла (1) – (4) в скалярном виде позволяет сделать следующие выводы:

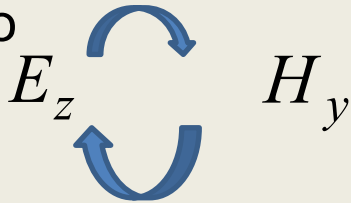
**Вывод 1** Электромагнитные волны поперечны, т.е. векторы  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  перпендикулярны направлению распространения волны.

Скалярную запись уравнений (1) – (4) можно объединить в две независимые группы:

$$\left. \begin{aligned} -\frac{\partial E_z}{\partial x} &= -\mu\mu_0 \frac{\partial H_y}{\partial t} \\ \frac{\partial H_y}{\partial x} &= \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial E_z}{\partial t} \end{aligned} \right\} 1$$

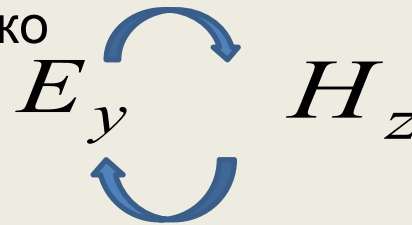
$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial E_y}{\partial x} &= -\mu\mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial t} \quad (*) \\ -\frac{\partial H_z}{\partial x} &= \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial E_y}{\partial t} \end{aligned} \right\} 2$$

1 группа содержит  
только



$E_z, H_y$

2 группа содержит  
только



$E_y, H_z$ .

**Вывод 2** Плоская электромагнитная волна, распространяющаяся вдоль OX, состоит из двух **независимых** плоских волн  $\vec{E} \perp \vec{H}$  в которых, причем векторы  $\vec{E}, \vec{H}, \vec{v}$  образуют правовинтовую систему.

Систему уравнений 2, описывающую плоскую волну вида  $\begin{pmatrix} 0 & E_y & 0 \\ 0 & 0 & H_z \end{pmatrix}$ ,

можно преобразовать в систему уравнений (5) –

(6):


$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \mu\mu_0\varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} \quad (5)$$

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} = \mu\mu_0\varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial^2 H_z}{\partial t^2} \quad (6)$$

Это волновые уравнения для векторов  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  плоской волны, описываемой системой уравнений 2.

Для произвольной электромагнитной волны волновые уравнения имеют вид:

$$\frac{\partial^2 \overset{\Delta}{E}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \overset{\Delta}{E}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \overset{\Delta}{E}}{\partial z^2} = \mu\mu_0 \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial^2 \overset{\Delta}{E}}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial^2 \overset{\Delta}{H}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \overset{\Delta}{H}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \overset{\Delta}{H}}{\partial z^2} = \mu\mu_0 \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial^2 \overset{\Delta}{H}}{\partial t^2}$$


При этом фазовая скорость  $v = \frac{1}{\sqrt{\mu\mu_0 \varepsilon\varepsilon_0}}$ , а так как скорость света  $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}$

, то

$$v = \frac{c}{\sqrt{\mu\varepsilon}} \quad (7)$$

**Вывод 3 Электромагнитные волны распространяются в однородной изотропной среде с постоянной фазовой скоростью  $v = \frac{c}{\sqrt{\mu\varepsilon}}$ ;**

$$\mu\varepsilon \geq 1, v \leq c.$$

В вакууме  $v = c$ , в веществе, т.к.



Решения волновых уравнений (5),

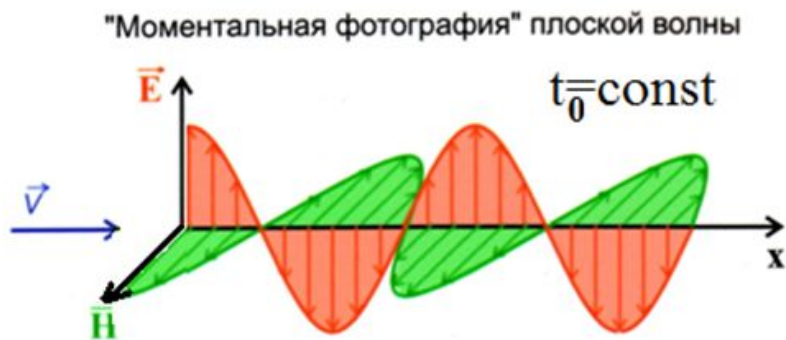
$$\left. \begin{aligned} E_y^{(6)} &= E_0 \cos(\omega t - kx + \varphi_{01}) \\ H_z &= H_0 \cos(\omega t - kx + \varphi_{02}) \end{aligned} \right\} \longrightarrow \frac{\partial E_y}{\partial x} = -\mu\mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial t} \quad (*)$$

$$(-k)E_0[-\sin(\omega t - kx + \varphi_{01})] = -\mu\mu_0\omega H_0[-\sin(\omega t - kx + \varphi_{02})] \quad (16)$$

Две гармонические функции равны, если равны их амплитуды и фазы:

$$\varphi_{01} = \varphi_{02}$$

**Вывод 4 Колебания электрического и магнитного векторов происходят с одинаковой фазой.**



- плоскополяризованная волна ( волна, у которой направление электрического поля и направление ее распространения всегда расположены в одной плоскости)

Приравняем амплитуды выражения

(16):

$$\left. \begin{aligned} kE_0 &= \mu\mu_0\omega H_0 \\ k &= \frac{\omega}{v} = \omega\sqrt{\mu\mu_0\varepsilon\varepsilon_0} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \sqrt{\varepsilon\varepsilon_0}E_0 = \sqrt{\mu\mu_0}H_0 \quad (17)$$

Т.к. векторы  $\vec{E}$ ,  $\vec{H}$  колеблются в одинаковых фазах, (17) справедливо для мгновенных значений модулей этих векторов.

**Вывод 5 Мгновенные значения E и H в любой точке связаны соотношением :**

$$\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0}E = \sqrt{\mu\mu_0}H$$

Произвольная плоская электромагнитная монохроматическая волна, распространяющаяся вдоль OX, - суперпозиция двух волн

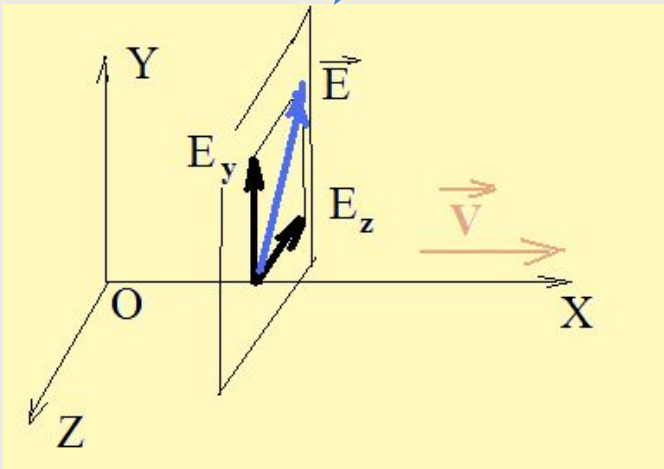
$$\begin{pmatrix} 0 & E_y & 0 \\ 0 & 0 & H_z \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & E_z \\ 0 & H_y & 0 \end{pmatrix}$$

В этой волне

$$E_y = E_{01} \cos(\omega t - kx + \varphi_{01})$$

$$E_z = E_{02} \cos(\omega t - kx + \varphi_{02})$$

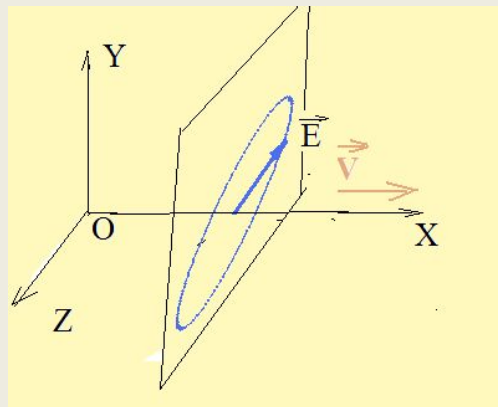
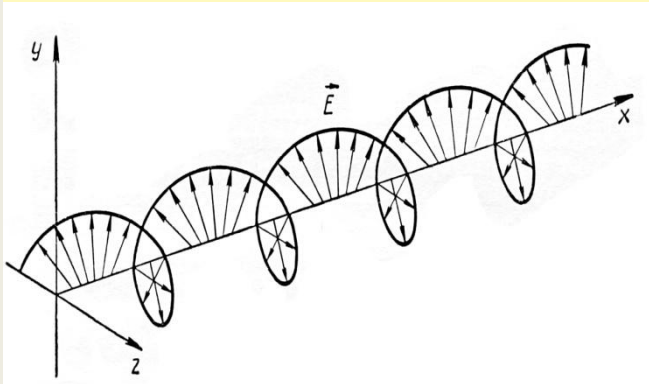
При этом результирующий вектор  $\vec{E}$  для некоторого  $\alpha_0$  - результат сложения двух взаимно перпендикулярных колебаний  $E_y$  и  $E_z$  в плоскости YOZ



Обозначим  $\Delta\varphi_0 = \varphi_{02} - \varphi_{01}$

Траектория движения конца вектора  $\vec{E}$  со временем в фиксированной плоскости YOZ представляет собой эллипс:

$$\frac{E_y^2}{E_{01}^2} + \frac{E_z^2}{E_{02}^2} - 2 \frac{E_y E_z}{E_{01} E_{02}} \cos \Delta\varphi_0 = \sin^2 \Delta\varphi_0$$

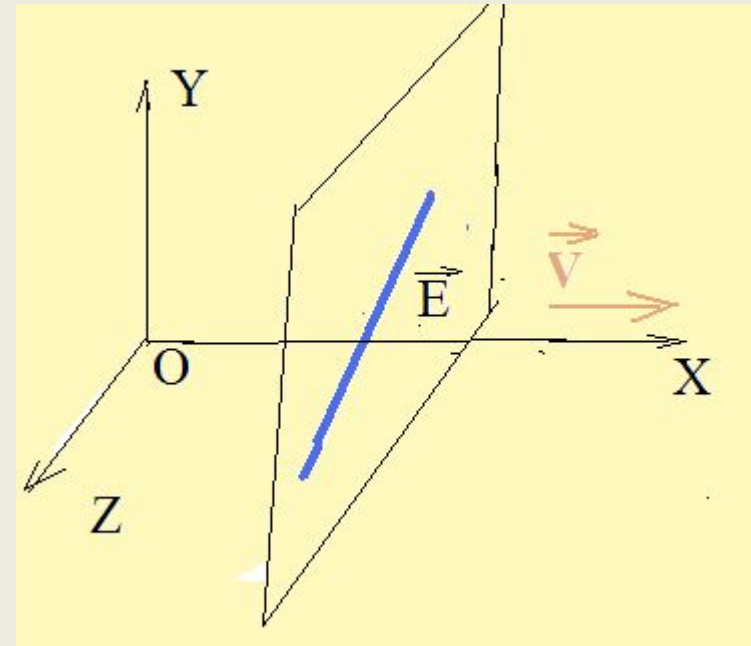
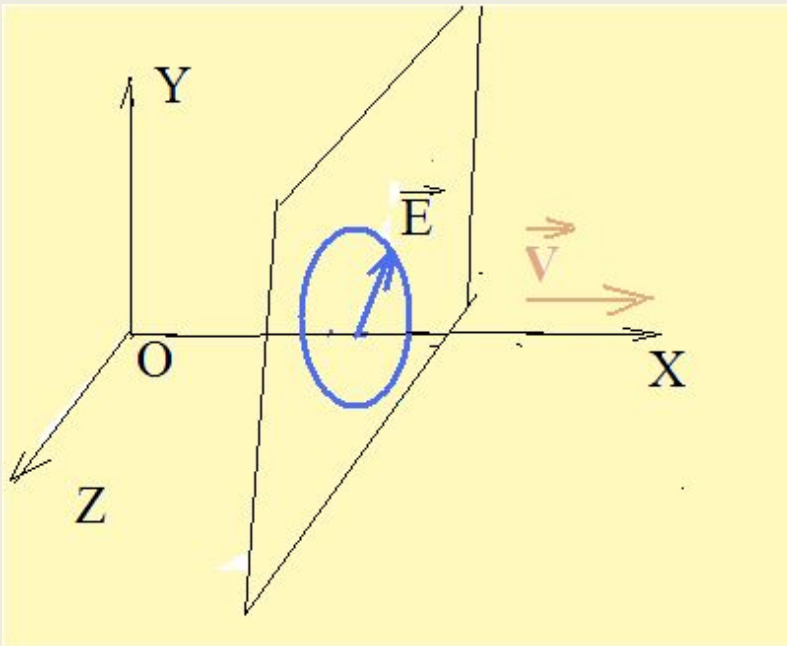


Так же ведет себя вектор  $\vec{H}$ . Такая волна называется **эллиптически поляризованной**.

## Вывод 6 Произвольная плоская монохроматическая электромагнитная волна эллиптически поляризована

Если конец вектора  $\vec{E}$  описывает окружность в плоскости YOZ, то имеем дело с **круговой** поляризацией (циркулярно поляризованной волной).

Если конец вектора  $\vec{E}$  колеблется вдоль отрезка прямой в плоскости YOZ, волна называется **линейно- или плоскополяризованной**.



# Резюме

е

Следствием теории Максвелла является поперечность электромагнитных волн:

векторы **E** и **H** напряженностей электрического и магнитного полей волны взаимно перпендикулярны и лежат в плоскости, перпендикулярной вектору **v** - скорости распространения волны, причем векторы **E**, **H** и **v** образуют правовинтовую систему.

Векторы **E** и **H** всегда колеблются в одинаковых фазах, причем мгновенные значения **E** и **H** в любой точке связаны соотношением

$$\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0}E = \sqrt{\mu\mu_0}H$$

## 6.2.2 Энергия электромагнитных волн. Поток энергии и плотность потока энергии.

В однородной изотропной среде ( $\epsilon, \mu = const$ ) объемная плотность энергии ЭМ поля

$$w = w_E + w_H = \frac{\epsilon\epsilon_0 \mathbf{E}^2}{2} + \frac{\mu\mu_0 \mathbf{H}^2}{2}$$

так как  $\sqrt{\epsilon\epsilon_0} \mathbf{E} = \sqrt{\mu\mu_0} \mathbf{H}$ ,

то  $w = \sqrt{\epsilon\epsilon_0 \mu\mu_0} \mathbf{E} \mathbf{H} = \frac{\mathbf{E} \mathbf{H}}{v}$  (\*\*)

Для характеристики стационарных полей достаточно понятий энергии и плотности энергии. Но волны переносят энергию. Перенос энергии волной характеризуется потоком энергии и плотностью потока энергии.

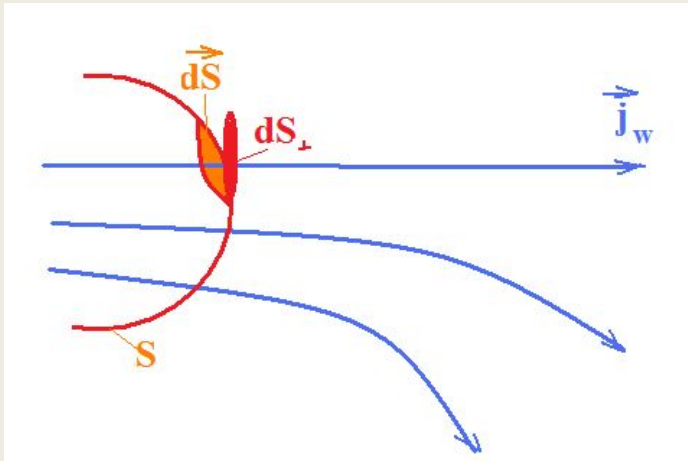
**Поток энергии** через данную поверхность – это количество энергии, переносимое через эту поверхность в единицу времени:

$$I_w = \frac{dW}{dt} \quad (\text{аналогом потока энергии является электрический ток } i = \frac{dq}{dt} \text{ ).}$$

По аналогии с электрическим током  $I (= \int_S \vec{j} d\vec{S})$  перейдем к

дифференциальной характеристике переноса энергии в окрестности данной точки – **плотности потока энергии**  $j_w$  :

$$I_w = \int_S \vec{j}_w d\vec{S}$$



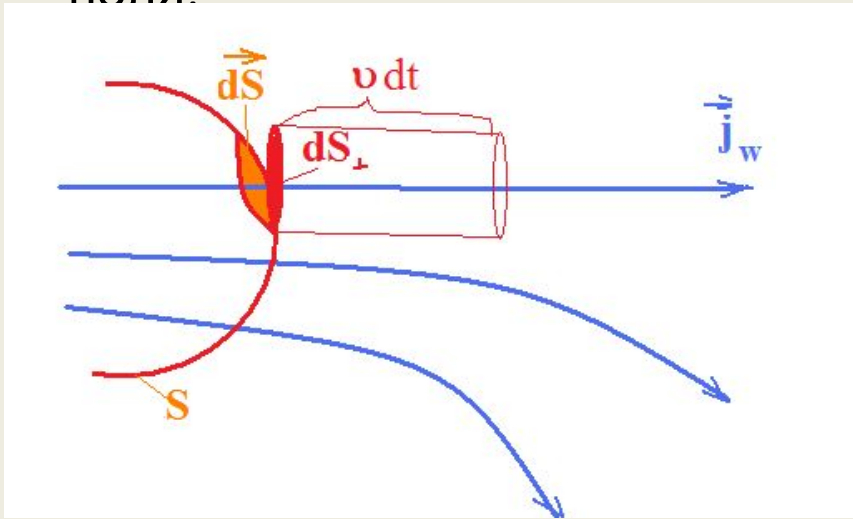
$$dI_w = \vec{j}_w d\vec{S} = j_w dS \cos \alpha$$

$$dS \cos \alpha = dS_{\perp}$$

$$dI_w = j_w dS_{\perp} \Rightarrow j_w = \frac{dI_w}{dS_{\perp}}$$

Плотность потока энергии численно равна энергии поля, перемещаемой за единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную направлению распространения волны в данной точке.

Выразим  $\vec{j}_w$  через объемную плотность энергии ЭМ поля:



$$dW = wV = w \cdot dS_{\perp} \cdot v dt$$

$$dW = j_w \cdot dS_{\perp} \cdot dt$$

$$\vec{j}_w = w \cdot \vec{u}$$

В векторной форме:

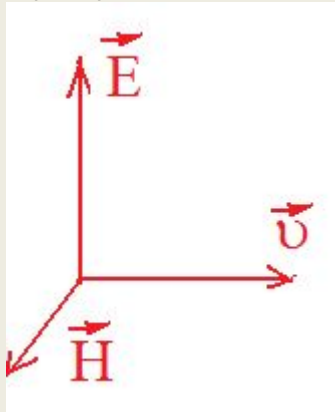
$$\vec{j}_w = w \cdot \vec{u}$$

**Плотность потока энергии равна произведению объемной плотности энергии на фазовую скорость волны; это вектор, совпадающий по направлению с фазовой скоростью.**



## 6.2.3 Закон сохранения энергии в электромагнитной волне. Вектор Умова - Пойнтинга

В 6.2.2 получили (\*\*):

$$w = \frac{EH}{v} \quad \Big| \times v \Rightarrow wv = EH = j_w$$


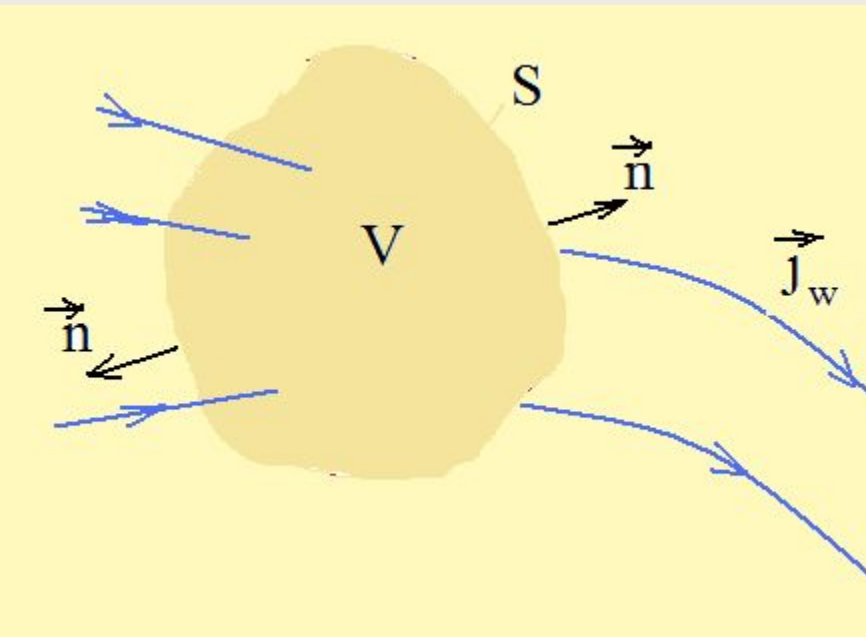
Т.к. векторы **E** и **H** взаимно перпендикулярны и образуют с направлением распространения волны правовинтовую систему, то

$$[\overset{\curvearrowright}{EH}] \uparrow \uparrow \overset{\curvearrowright}{v}$$

$$|[\overset{\curvearrowright}{EH}]| = EH$$

$$\overset{\curvearrowright}{j_w} = [\overset{\curvearrowright}{EH}] \quad \text{- вектор Умова-Пойнтинга}$$

Вектора Умова–Пойнтинга - это вектор плотности потока энергии, переносимой электромагнитной волной.



Поток энергии, втекающей в единицу времени в объем  $V$ :

$$-I_w = -\oint_S [\vec{E} \vec{H}] dS = -\frac{dW}{dt}$$

В объеме  $V$  эта энергия расходуется на: 1) выделение джоулева тепла; обозначим мощность джоулевых потерь  $P = \frac{dQ}{dt}$

2) увеличение энергии ЭМ поля  $W_V$  внутри этого объема

$$\frac{dW_V}{dt} = \int_V \frac{\partial w}{\partial t} dV$$

$$-I_w = P + \frac{dW_V}{dt} \quad \text{- закон сохранения энергии в электромагнитной волне}$$

**Поток энергии ЭМ поля, втекающий в объем  $V$ , расходуется на выделение джоулева тепла и увеличение энергии ЭМ поля внутри этого объема.**

## 6.2.4 СВЕТОВАЯ ВОЛНА

Оптическим излучением или светом называются электромагнитные волны, длины которых в вакууме лежат в диапазоне от 10 нм до 0.5 мм.

К оптическому излучению относятся инфракрасное, видимое и ультрафиолетовое излучение.

**Интенсивность** ЭМ волны – среднее по  $t$  значение плотности потока энергии, переносимого волной.

$$|\vec{j}_w| = |\vec{E}\vec{H}| = E_0 H_0 \sin^2(\omega t - kx + \varphi_0)$$

$$\left\langle \sin^2(\omega t - kx + \varphi_0) \right\rangle_{t \gg T} = \frac{1}{2} \quad \left\langle |\vec{j}_w| \right\rangle = \frac{1}{2} E_0 H_0 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon \varepsilon_0}{\mu \mu_0}} E_0^2$$

$$I_{св} \approx E_0^2$$

**Под интенсивностью света понимают просто квадрат амплитуды вектора напряженности электрического поля**

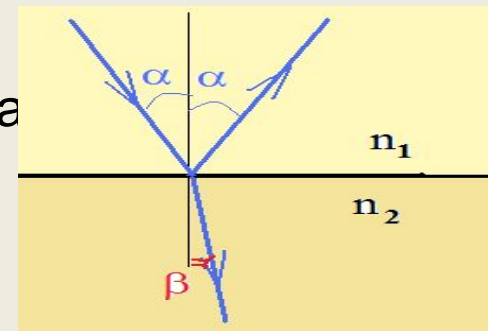
Экспериментально установлено, что действие света на фотоэлемент, фотопленку, флуоресцирующий экран и другие устройства для его регистрации определяется вектором электрической напряженности  $\mathbf{E}$  электромагнитного поля световой волны. Поэтому иногда этот вектор называют световым вектором. К такому же выводу приводит и классическая электронная теория, согласно которой процессы, вызываемые светом в веществе, связаны с действием электрического поля световой волны

Геометрическая оптика — основная модель — идеальный световой пучок

Под световыми лучами понимаются нормальные к волновым поверхностям линии, вдоль которых распространяется поток световой энергии.

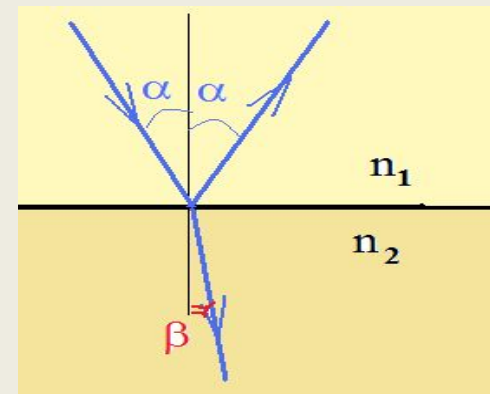
Основные законы геометрической оптики

- 1) В однородной среде свет распространяется прямолинейно ( этот закон нарушается явлением дифракции)
- 2) Лучи света при пересечении не возмущают друг друга ( нарушается явлением интерференции)
- 3) Закон отражения



4) Закон преломления на границе двух сред

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}$$



**абсолютным показателем преломления** среды называется величина  $n$ , равная отношению скорости  $c$  электромагнитных волн в вакууме к их фазовой скорости  $v$  в среде:

$$n = \frac{c}{v} = \sqrt{\epsilon\mu}$$

**Относительным показателем преломления двух сред** (второй среды по отношению к первой) называется величина  $n_{21}$ , равная отношению показателей преломления этих сред:

$$n_{21} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{c \cdot v_1}{v_2 \cdot c} = \frac{v_1}{v_2}$$

Для оптически прозрачных (неферромагнитных) сред

$$n_{21} = \sqrt{\frac{\epsilon_2 \mu_2}{\epsilon_1 \mu_1}} \approx \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}}$$

Из опыта : частота колебаний векторов **E**, **H** не зависит от среды распространения волны:

$$v = const$$

$$n = \frac{c}{v} = \frac{cT}{vT} = \frac{\lambda_0}{\lambda}$$

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{n}$$

- длина волны уменьшается в оптически более плотных средах.

