

# Лекция 12

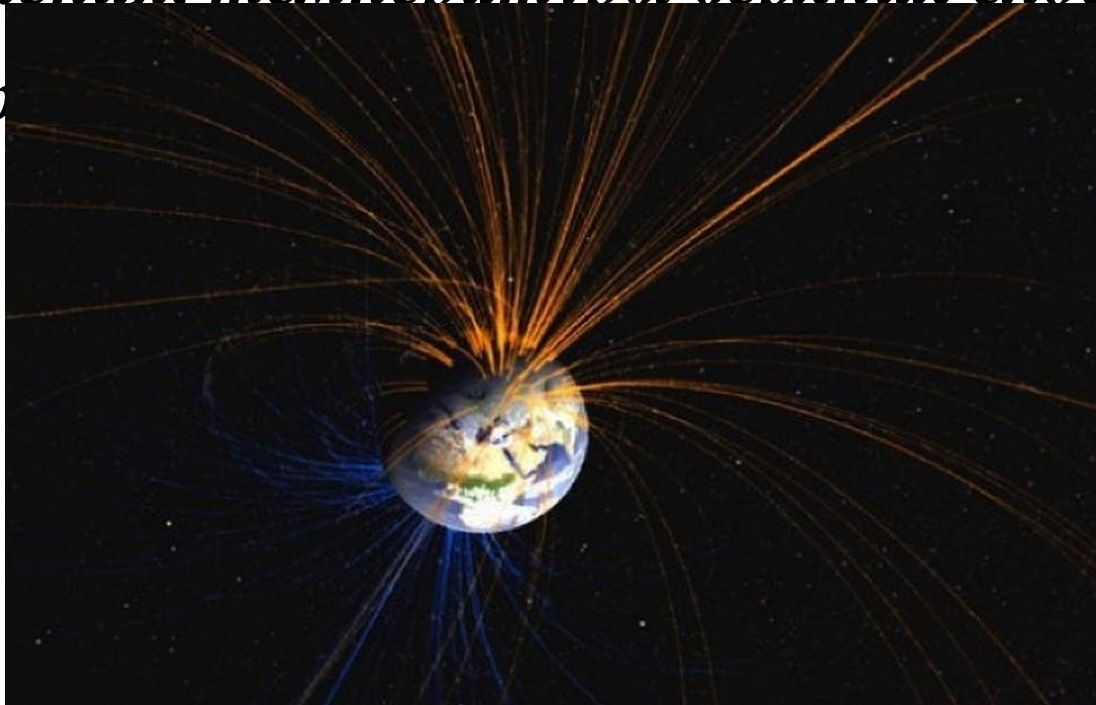
1. Проблема устойчивости атмосферы планет
2. Закон о равномерном распределении энергии по степеням свободы молекулы.
3. Теплоемкость многоатомного газа.

# Проблема устойчивости атмосферы планет



*Барометрическая формула Больцмана справедлива для  $T = const$ ,  $g = const$ . В действительности эти условия не выполняются, особенно в отношении температуры. Из-за интенсивного ультрафиолетового излучения Солнца, температура верхних слоев атмосферы Земли достигает  $1800\text{K}$ . В результате кинетическая энергия молекул может превосходить гравитационную энергию связи, удерживающую*

*В верхних слоях из-за разреженности атмосферы столкновения молекул редки, и молекула, имеющая скорость больше второй космической (11,2 км/с) беспрепятственно улетает в космос. Скорость движения молекул пропорциональна  $\sqrt{\frac{T}{m}}$ , следовательно, легкие газы: водород, гелий, уходят из атмосферы в первую очередь. Для любой планеты устойчивость атмосферы зависит от силы тяготения, температуры верхних слоев её атмосферы и молекуляр*



*В астрономии считают устойчивой атмосферу, средняя скорость молекул которой не превышает 0,2 от второй космической скорости. Если средняя скорость составляет 0,25 от 2-ой космической, атмосфера рассеивается за 50 000 лет, а если 0,33 — всего за несколько недель. Ниже приведены сведения о среднеквадратичной скорости молекул газов и 2-ой космической скорости некоторых планет.*

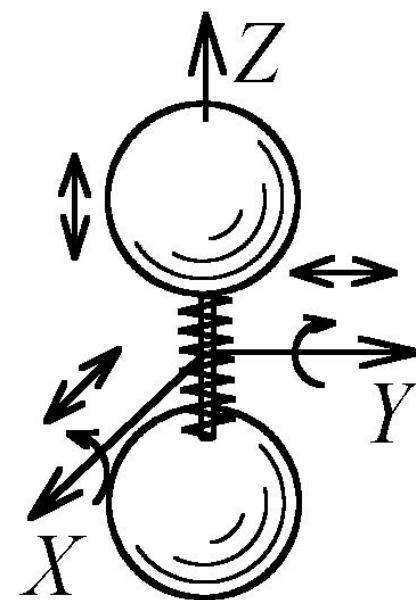
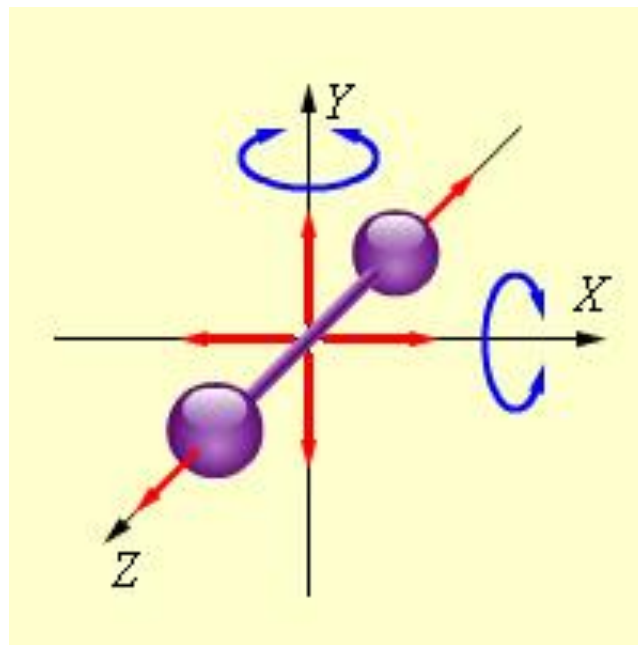
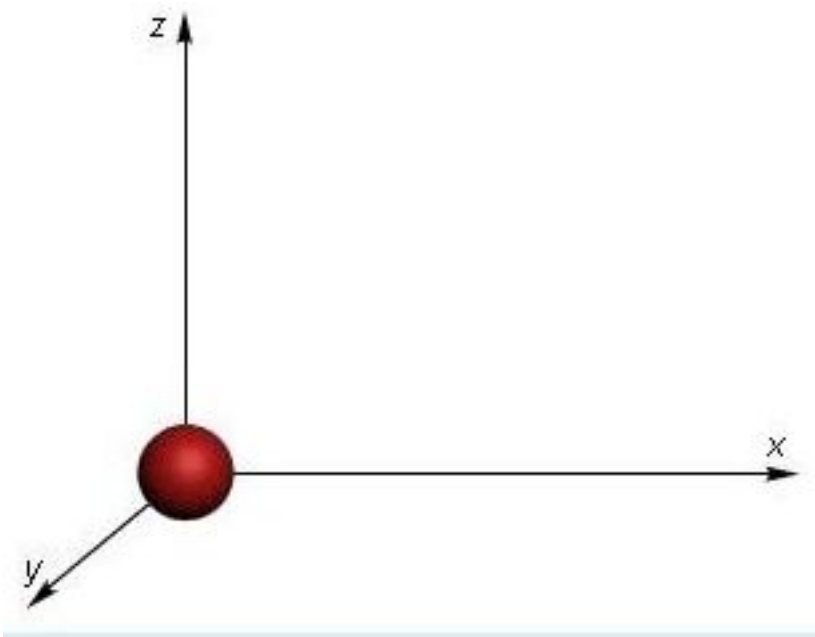
Газ	Молекулярная масса	Сред. квадр. скорость молекул при 0°C, км/сек
Водород	2	1,84
Пар водяной	18	0,62
Кислород	32	0,46
Углекислый газ	44	0,39

Планета	2-ая космич. скорость, км/сек
Луна	2,4
Марс	5,1
Земля	11,2
Юпитер	61,0

# Энергия движения молекул

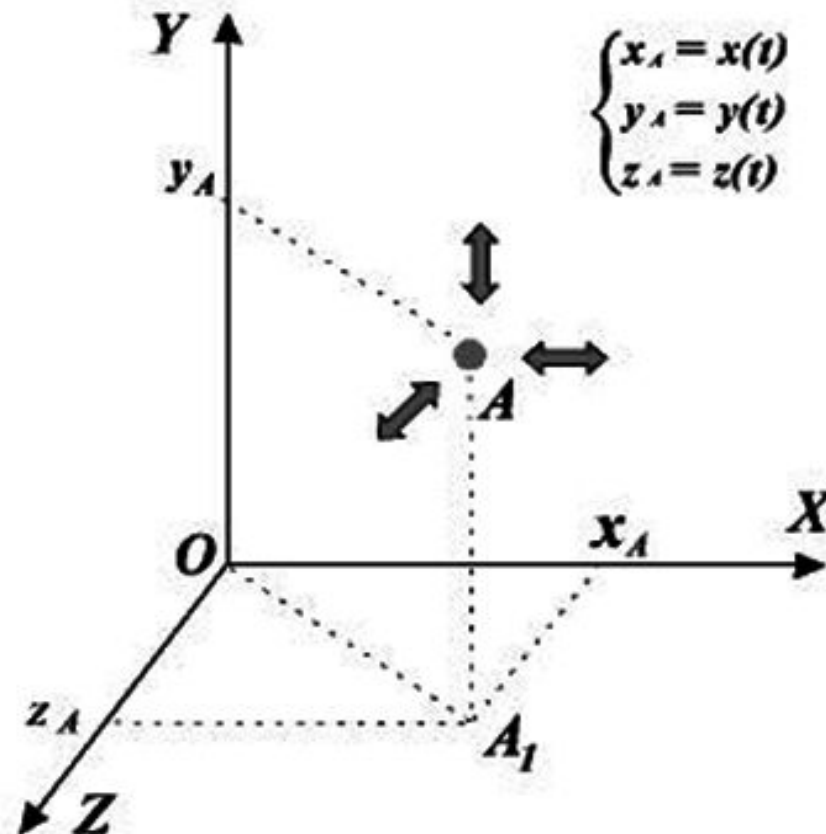
*Из закона распределения молекул по скоростям Максвелла следует, что средняя энергия  $\langle \varepsilon \rangle$  движения каждой молекулы равна  $(3/2)kT$ . В рамках тех предположений, в которых установлен закон распределения Максвелла, молекулы рассматриваются как материальные точки. Для материальной точки, лишенной внешних связей возможен только один вид движения - поступательный. Таким образом, величина  $(3/2)kT$  представляет собой среднюю энергию поступательного движения молекулы. Эта энергия определяется только*

*Поступательное перемещение – не единственно возможный вид движения молекул. Возможно также вращение молекул вокруг произвольной оси, проходящей через ее центр масс, и взаимные колебания атомов, входящих в состав молекулы. Оба эти вида движения также несут в себе определенную энергию. На них также распространяется тепловая энергия*

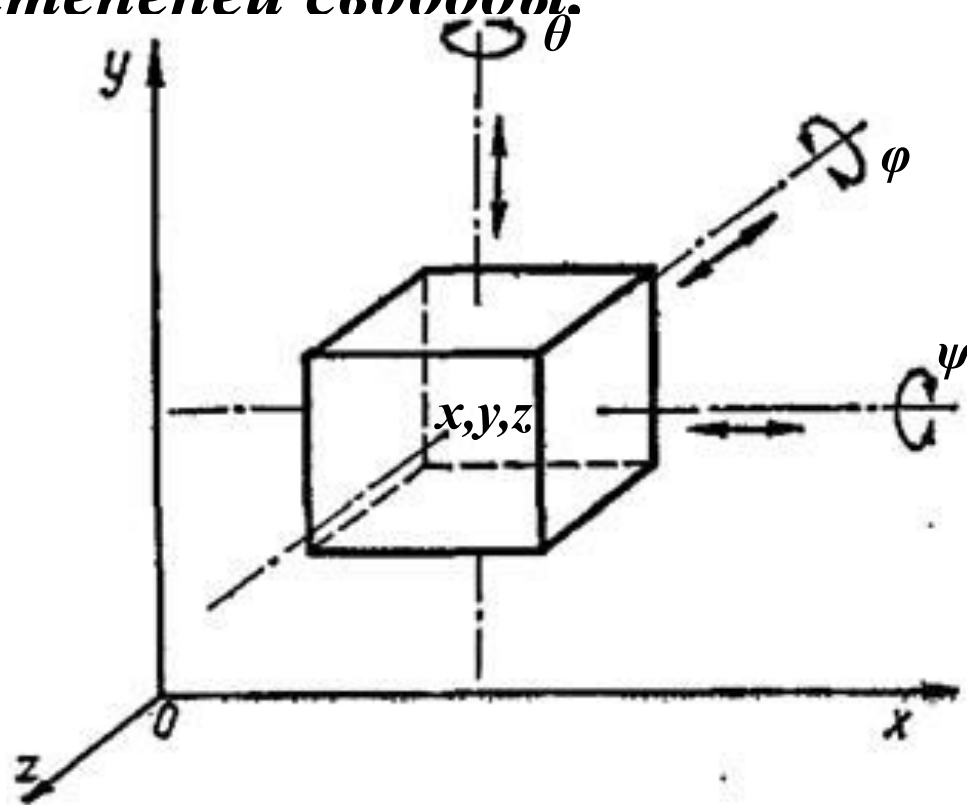


# Степени свободы

*Число степеней свободы механической системы - это количество независимых величин, с помощью которых может быть задано положение системы. Так, например, положение материальной точки в пространстве полностью задается тремя декартовыми координатами  $(x, y, z)$ .*



*Положение любого абсолютно твердого тела задается тремя декартовыми координатами  $(x, y, z)$  центра масс и тремя углами  $(\theta, \varphi, \psi)$  определяющими положение взаимно перпендикулярных осей, связанных с телом, в выбранной системе координат. Таким образом, абсолютно твердое тело имеет 6 степеней свободы.*



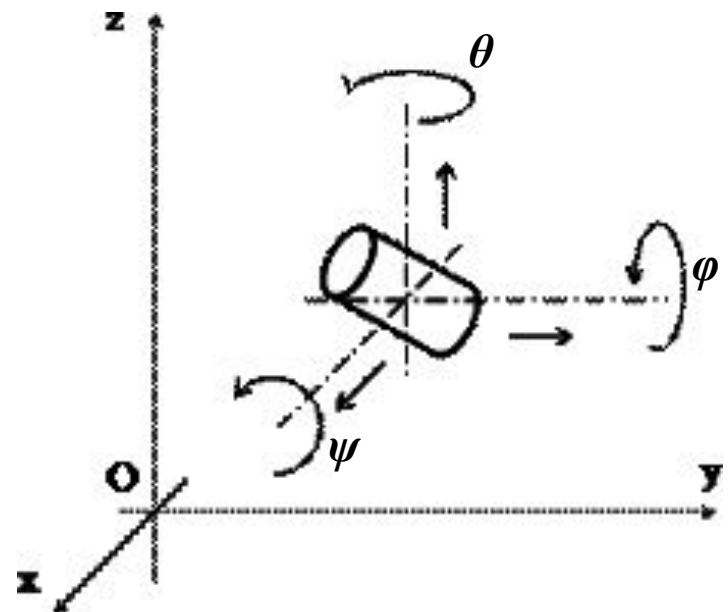
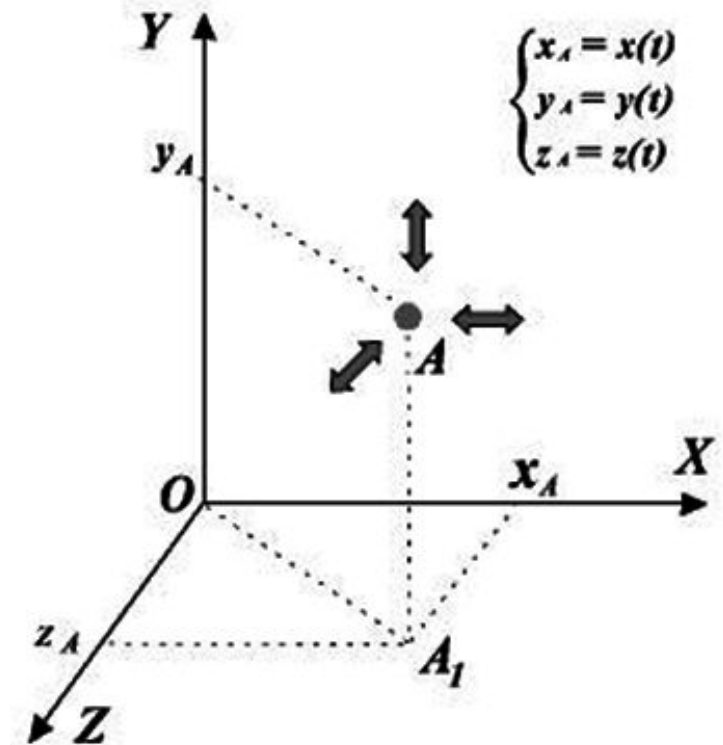


*Изменение координат центра масс происходит в результате поступательного перемещения тела.*

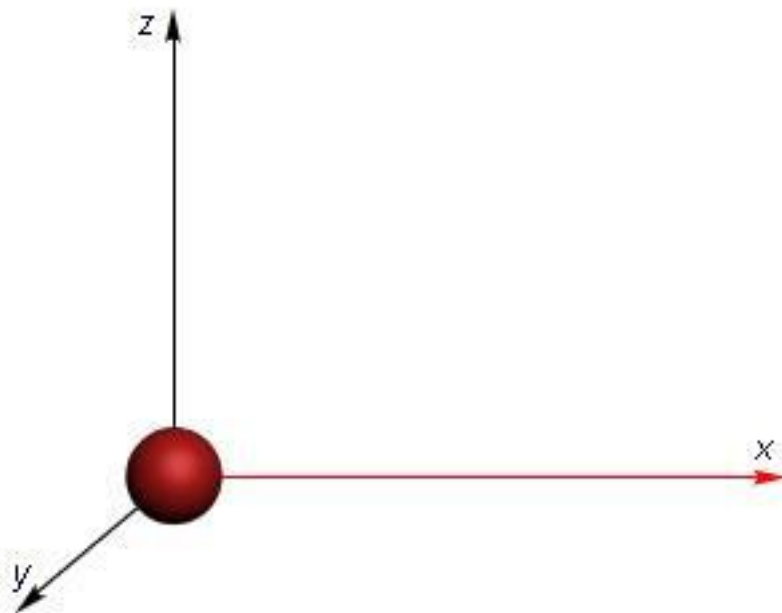
*Соответствующие степени свободы называют **поступательными.***

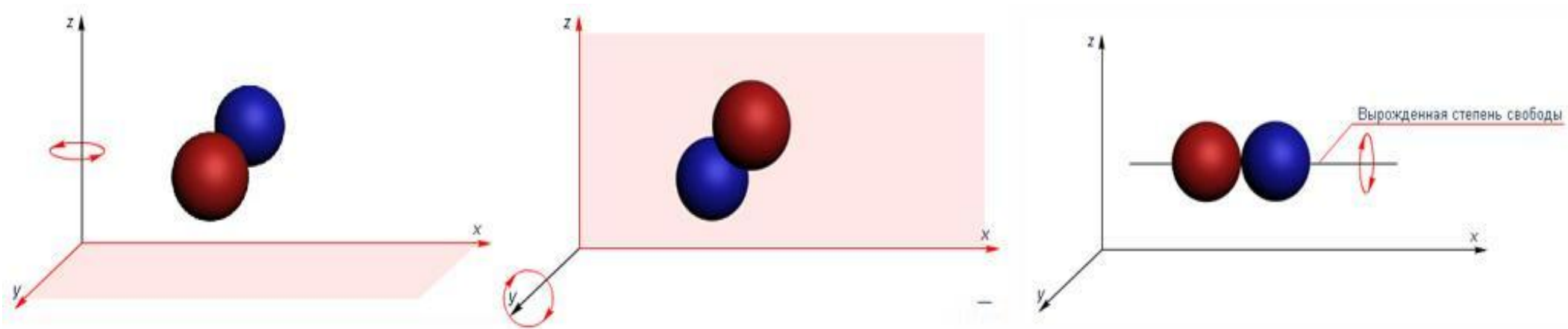
*Изменение углов ( $\theta, \varphi, \psi$ ) происходит в результате вращения тела.*

*Соответствующие степени свободы называют **вращательными.***



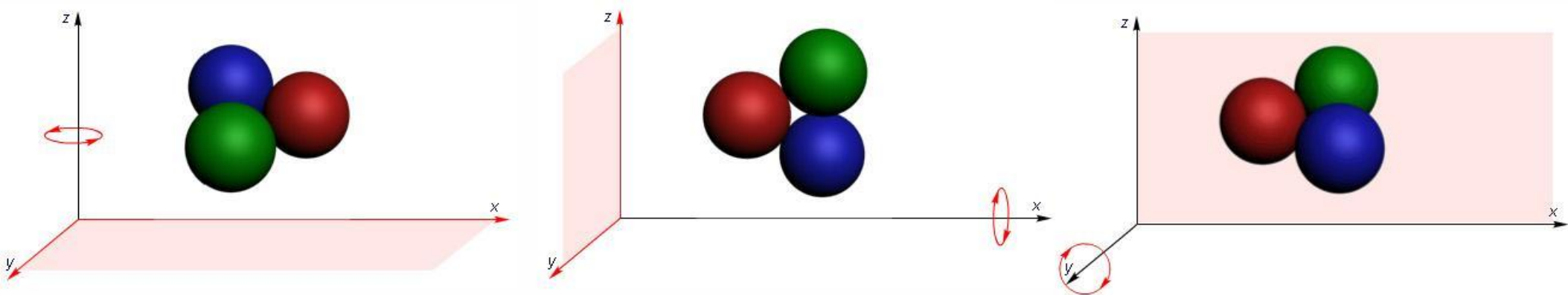
*Количество степеней свободы, которыми обладает молекула газа, зависит от ее структуры. Молекула одноатомного газа (He, Ne, Ar, Kr, Xe) может рассматриваться как материальная точка, поскольку практически вся масса атома сосредоточена в ядре малых размеров. Такая молекула обладает тремя поступательными степенями свободы.*



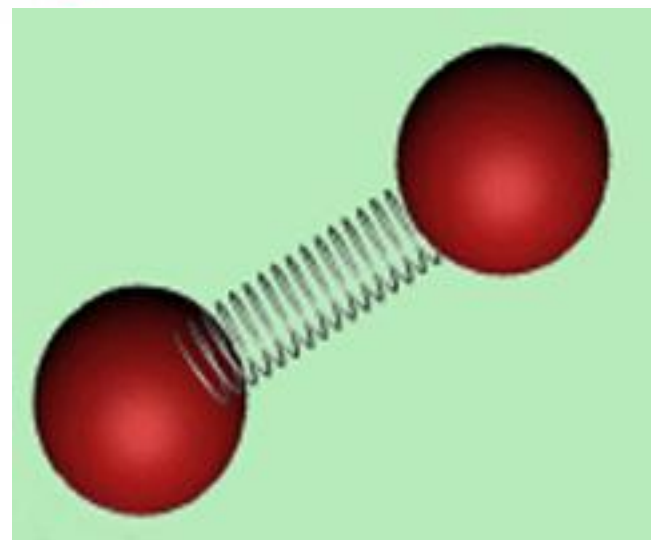


*Молекулы двухатомных газов ( $H_2$ ,  $O_2$ ,  $N_2$ ) можно представить себе как две материальные точки, связанные жесткой или упругой связью. Такая молекула обладает тремя поступательными степенями свободы и двумя вращательными. На рис. показаны две возможные взаимно перпендикулярные оси вращения, соответствующие этим степеням свободы. Вращение вокруг третьей оси (линии связи двух атомов) не изменяет положения системы, поэтому третья вращательная степень свободы у данной*

*Молекулы трехатомных газов, не вытянутые в линейную цепочку, обладают двумерной или трехмерной структурой. Они могут вращаться вокруг трех взаимно перпендикулярных осей и, в итоге, имеют все шесть степеней свободы.*



*Если связь между атомами в молекуле не жесткая, а упругая, то становится возможным еще один вид движения – колебания атомов относительно положения их равновесия внутри самой молекулы.*



*С этим движением связывают колебательные степени свободы. Их столько, сколько упругих связей содержит молекула.*

*Итак, общее количество степеней свободы определяется структурой молекулы.*

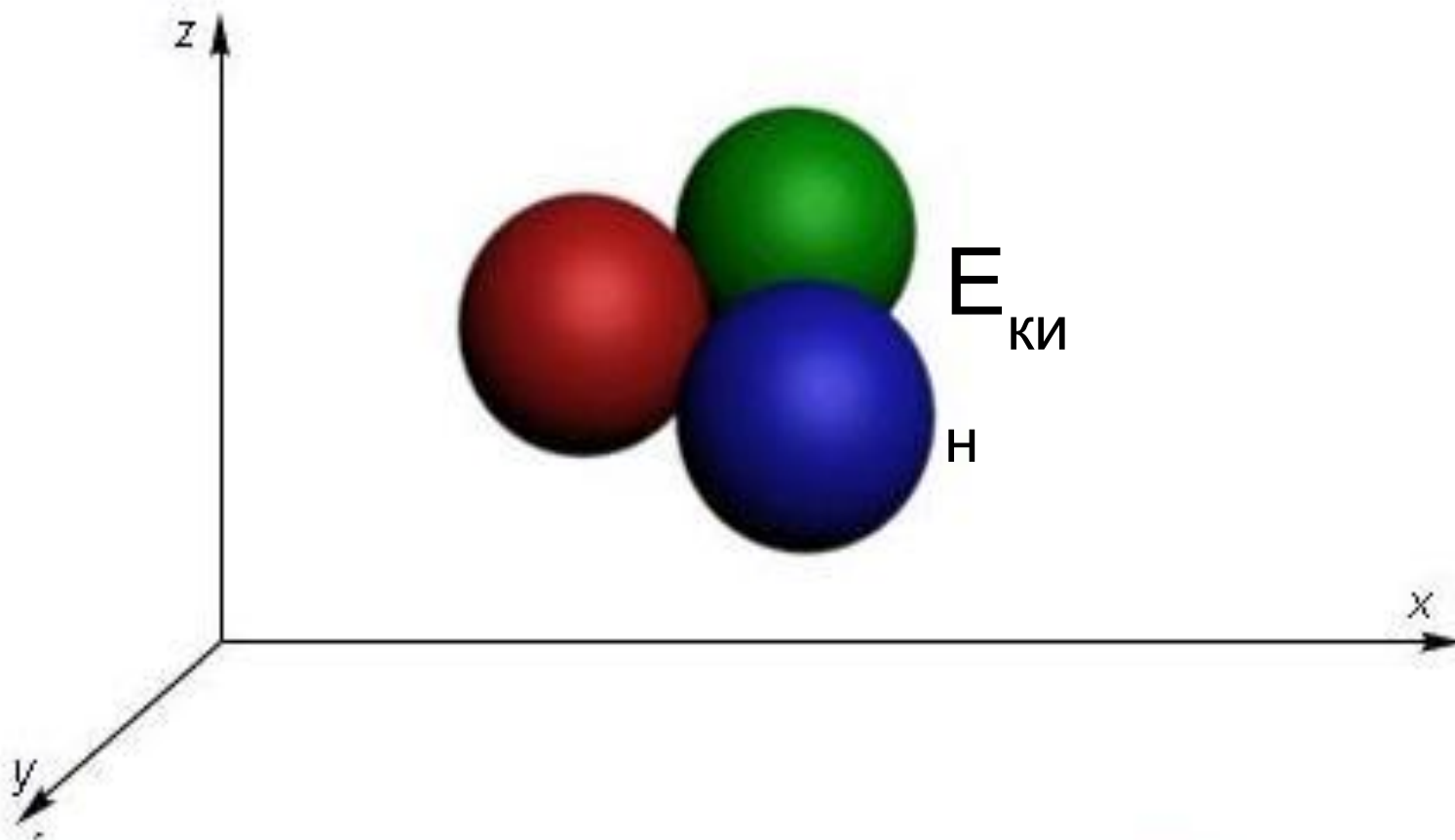
## **Закон равнораспределения энергии по степеням свободы**

*В статистической физике сформулирован закон равнораспределения энергии, согласно которому на каждую степень свободы молекулы приходится в среднем одинаковая кинетическая энергия теплового движения, равная  $(1/2)kT$ . Это означает, что среднее значение энергии  $\langle \varepsilon \rangle$  одной молекулы при одной и той же температуре будет тем больше, чем больше у нее количество степеней свободы  $i$ , то есть*

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{i}{2} kT$$

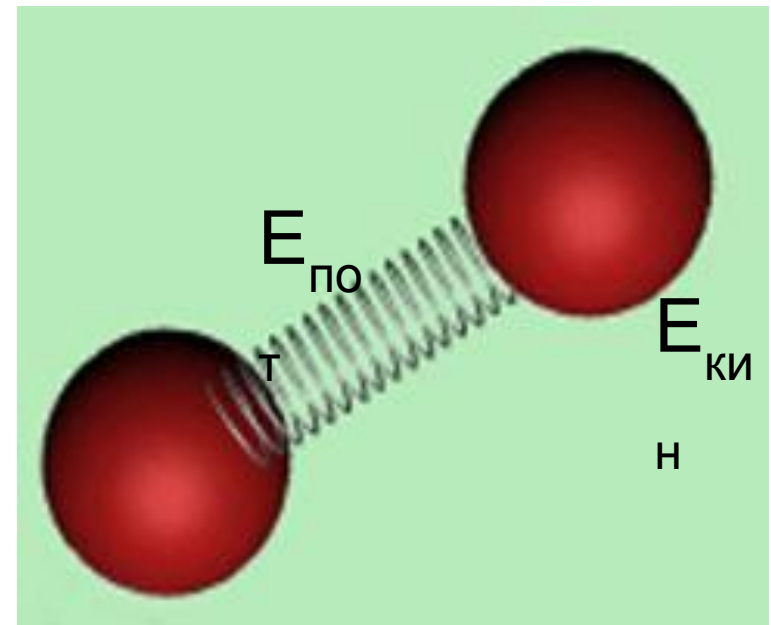
**При подсчете числа  $i$  следует учесть, что с поступательной и вращательной степенями свободы связан только один вид энергии – кинетическая энергия.**

Трехатомные молекулы имеют шесть степеней свободы: три степени, связанные с движением центра молекулы вдоль координатных осей, и три степени, связанные с вращением вокруг центра молекулы



*С колебательным движением сопряжено два вида энергии – кинетическая и потенциальная (потенциальной энергией обладают атомы молекулы при деформировании упругой связи в ходе их колебаний). Таким образом, на колебательную степень свободы молекулы приходится не одна, а две половинки  $kT$ . В результате, число степеней свободы  $i$  следует подсчитывать следующим образом:*

$$i = n_{\text{пост}} + n_{\text{вращ}} + 2n_{\text{кол}}$$



*где  $n_{\text{пост}}$ ,  $n_{\text{вращ}}$ ,  $n_{\text{кол}}$  – соответственно число поступательных, вращательных и колебательных степеней свободы молекулы.*

Чтобы получить внутреннюю энергию  $U_\mu$  одного моля идеального газа, нужно среднюю энергию молекулы  $\langle \varepsilon \rangle$  умножить на число молекул в одном моле, то есть на число Авогадро  $N_A$ .

$$U_\mu = N_A \langle \varepsilon \rangle = (i/2) N_A kT = (i/2) RT$$

В результате получаем, что молярная теплоемкость при **постоянном объеме**

$$C_V = \frac{dU_\mu}{dT} = \frac{i}{2} R$$

Молярная теплоемкость при **постоянном давлении**

$$C_P = C_V + R = \frac{i + 2}{2} R$$

Обозначим отношение

$$\frac{C_P}{C_V} = \frac{i + 2}{i} = \gamma$$

Величину  $\gamma$  называют **показателем адиабаты**



## Теплоемкость одноатомного газа.

Положение материальной точки (одноатомной молекулы) задаётся тремя координатами ( $x, y, z$ ), поэтому она имеет три степени свободы:

$$i = n_{\text{пост}} = 3$$

Внутренняя энергия

$$U = \frac{3}{2} RT$$

Теплоемкости:  $C_V = \frac{3}{2} R$      $C_P = \frac{5}{2} R$

Показатель адиабаты

$$\gamma = \frac{C_P}{C_V} = \frac{5}{3}$$

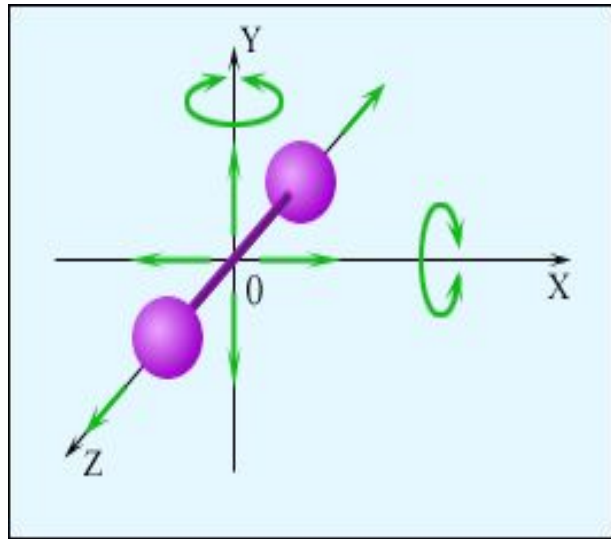
## Теплоемкость двухатомного газа.

Двухатомная молекула обладает тремя поступательными степенями свободы и двумя вращательными :

$$i = n_{\text{пост}} + n_{\text{вращ}} = 3 + 2 = 5$$

$$U_{\mu} = \frac{5}{2} RT \quad C_V = \frac{5}{2} R \quad C_P = \frac{7}{2} R$$

$$\gamma = \frac{7}{5}$$



## Теплоемкость многоатомного газа.

*Многоатомную молекулу классическая статистическая физика рассматривает как абсолютно твердое тело, которое может двигаться поступательно в трех взаимно перпендикулярных направлениях и может вращаться вокруг трех взаимно перпендикулярных осей*

*Число степеней свободы:*

$$i = n_{\text{пост}} + n_{\text{вращ}} = 3 + 3 = 6$$

*Внутренняя энергия:*

$$U_{\mu} = \frac{6}{2} RT = 3RT$$

*Теплоемкость:*

$$C_V = 3R \quad C_P = 4R$$

$$\gamma = 4/3$$