

ТРИ ПОДХОДА К ПОСТРОЕНИЮ МНОЖЕСТВА ЦЕЛЫХ НЕОТРИЦАТЕЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

(ЧАСТЬ 2)

*Л. А. Янкина, канд. пед. наук,
доцент кафедры методики начального образования*



Отношения

«равно»,

«меньше»,

«больше»

Аксиоматический подход

Число a равно числу b ($a = b$), если они непосредственно следуют за одним и тем же числом n

Число a меньше числа b тогда и только тогда, когда $(\exists c \in \mathbb{N}) a + c = b$

$$a < b \Leftrightarrow (\exists c \in \mathbb{N}) a + c = b$$

Отношение «больше» определяется аналогично

Теоретико-множественный подход

Пусть A и B – конечные множества, $n(A) = a$, $n(B) = b$, т. е. a и b – соответствующие этим множествам натуральные числа

Равными натуральными числами называют те и только те числа, которые характеризуют равномоцные конечные множества:

$$a = b \Leftrightarrow A \sim B$$

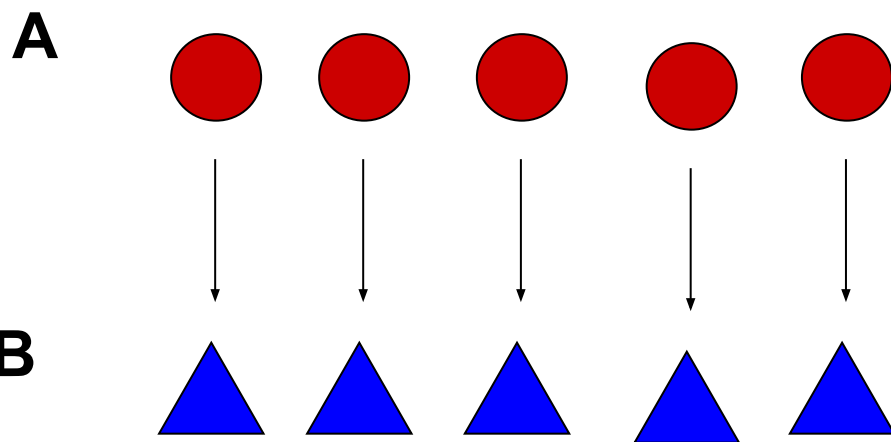
$$A \sim B =$$

- Множества A и B содержат поровну элементов, т. е. A и B равночисленны

- Множества A и B можно взаимно однозначно отобразить на один и тот же отрезок натурального ряда N_a

- Множества A и B можно взаимно однозначно отобразить друг на друга

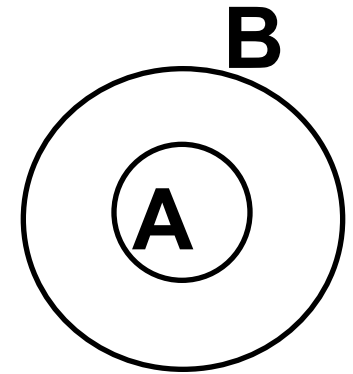
В начальном обучении математике равночисленность выражается словами «столько же» и может использоваться при ознакомлении учащихся со многими другими понятиями. Например, при введении понятия «равно»:



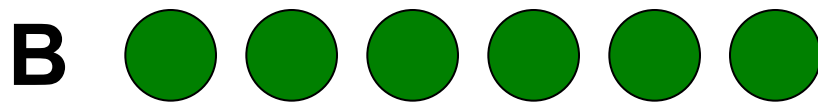
$$5 = 5$$

Определение 1

Число **a** меньше числа **b**, если множество **A** **есть** собственное подмножество множества **B**



$$A \subset B, A \neq B \Rightarrow a < b$$



$$n(B) = 6$$

$$n(A) = 4$$

A

$$A \subset B, A \neq B$$

$$4 < 6$$

Отношение «больше» определяется аналогично

Пример: используя теоретико-множественный подход к понятию числа, покажите, что $3 < 5$

$$A = \{a, b, c\}, n(A) = 3,$$

$$B = \{a, b, c, m, n\}, n(B) = 5$$

$$A \subset B, A \neq B \Rightarrow n(A) < n(B)$$

$$3 < 5$$

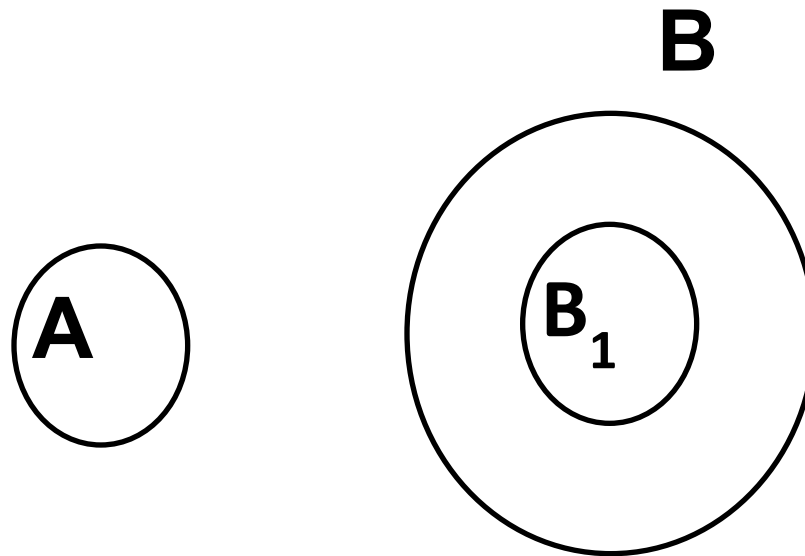
$$N_3 = \{1, 2, 3\}, n(N_3) = 3,$$

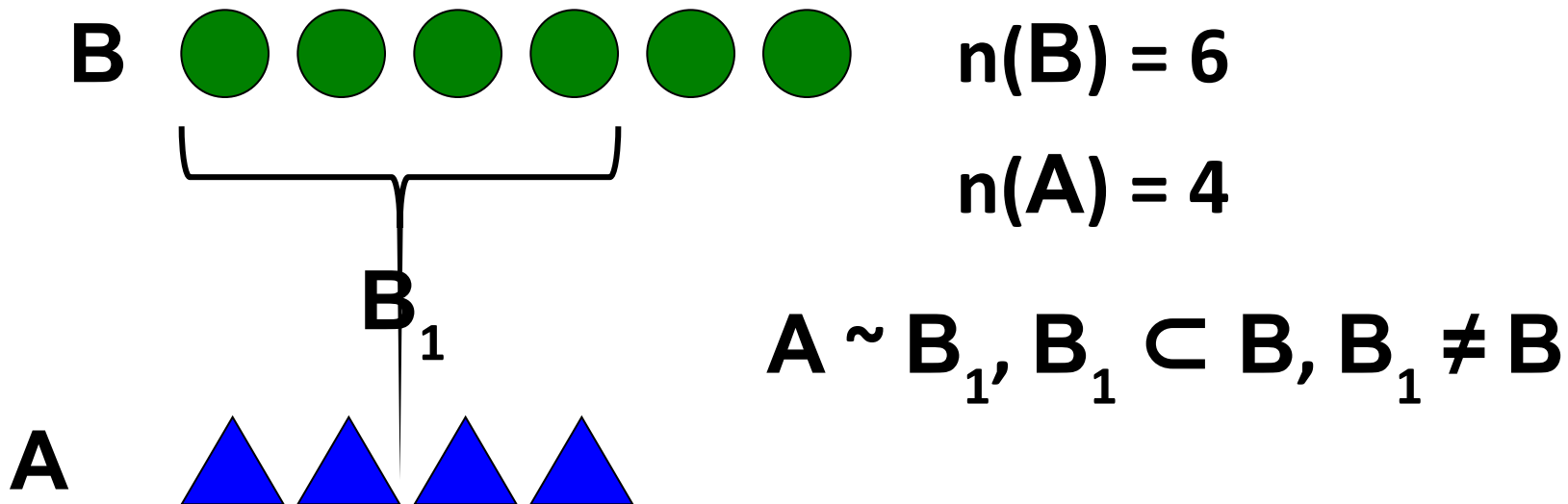
$$N_5 = \{1, 2, 3, 4, 5\}, n(N_5) = 5$$

Определение 2

Число **a** меньше числа **b**, если множество **A** равномощно собственному подмножеству множества **B**

$$A \sim B_1, B_1 \subset B, B_1 \neq B \Rightarrow a < b$$





$$4 < 6$$

Отношение «больше» определяется аналогично

Пример: используя теоретико-множественный подход к понятию числа, покажите, что $3 < 5$

$$A = \{a, b, c\}, n(A) = 3,$$

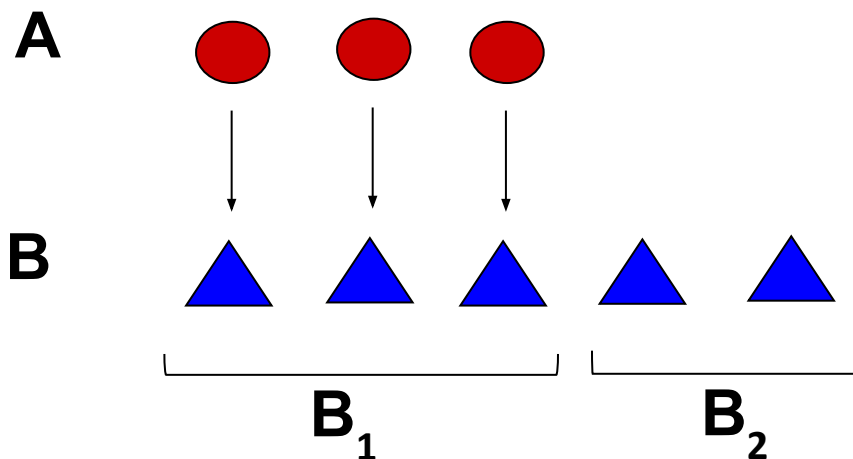
$$B = \{m, n, p, q, s\}, n(B) = 5$$

$$A \sim B_1, B_1 \subset B, B_1 \neq B$$

$$B_1 = \{m, n, p\}, n(B_1) = 3$$

$$3 < 5$$

В начальном обучении математике при введении понятий *«меньше...»*, *«меньше на...»* используется понятие равночисленности, которое выражается словами *«столько же»*



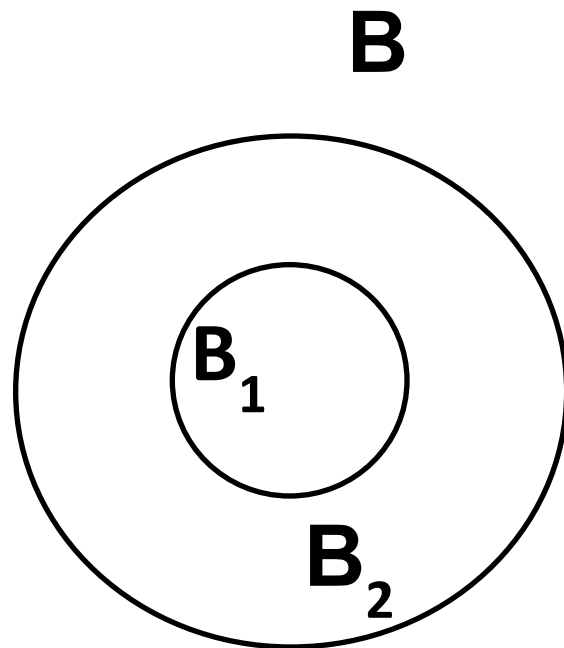
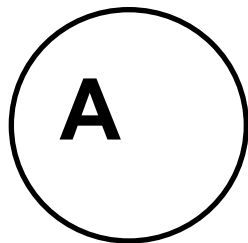
$$3 < 5$$

$$n(B_2) = 2$$

3 меньше 5 на 2

$$n(A) = a$$

$$n(B) = b$$



$$A \sim B_1, B_1 \subset B, B_1 \neq B \Rightarrow a < b$$

$$B_2 = B_1' = B \setminus B_1, n(B_2) = c \Rightarrow$$

a меньше b на c

Натуральное число как результат измерения величин

Если длины отрезков **a** и **b** выражаются натуральными числами **p** и **q** (при одной и той же единице длины **e**), т. е. **a = pe**, **b = qe**, то

$$p = q \Leftrightarrow a = b$$

$$p < q \Leftrightarrow a < b$$

$$p > q \Leftrightarrow a > b$$

Свойства отношения равно

1) рефлексивность: $a = a$

2) симметричность: $a = b \Rightarrow b = a$

3) транзитивность: $a = b \wedge b = c \Rightarrow a = c$

Отношение «равно» на множестве \mathbb{N} является отношением эквивалентности, так как обладает свойствами рефлексивности, симметричности, транзитивности.

Свойства отношения «меньше»

- 1) Антисимметричность: $a < b \Rightarrow \overline{b \times a}$
- 2) Транзитивность: $a < b \text{ и } b < c \Rightarrow a < c$

Отношение «меньше» на множестве \mathbb{N} является отношением порядка, так как обладает свойствами антисимметричности и транзитивности.

Для любых натуральных чисел **a**, **b**
и **c** верно только одно из следующих
отношений:

$$a = b$$

$$a < b$$

$$b < a$$

Свойства множества натуральных чисел

- 1) Бесконечность (A_2)
- 2) Упорядоченность (отношения «меньше», больше»)
- 3) Во множестве натуральных чисел имеется наименьший элемент – единица (A_2)

Любое непустое подмножество множества натуральных чисел содержит наименьшее число

4) Дискретность

Множество называется **дискретным**, если между любыми двумя элементами данного множества лежит лишь конечное число элементов этого множества.

$$(\forall a \in \mathbb{N}) (\exists n \in \mathbb{N}) a < n < a + 1$$

Три подхода к понятию числа

Аксиоматический

Теоретико-множественный

Число – мера величины

$a = b$, если a и b
непосредственно
следуют за одним
и тем же числом
 n

$a = b$, если $A \sim B$

$p = q$, если $a = b$

$a < b$, если $A \subset B$

$p < q$, если $a < b$,

$a < b$, если
 $(\exists c \in \mathbb{N}) a + c = b$

$a < b$, если $A \sim B_1$,
 $B_1 \subset B, B_1 \neq B$

где $a = pe, b = qe$



**Спасибо
за внимание !**