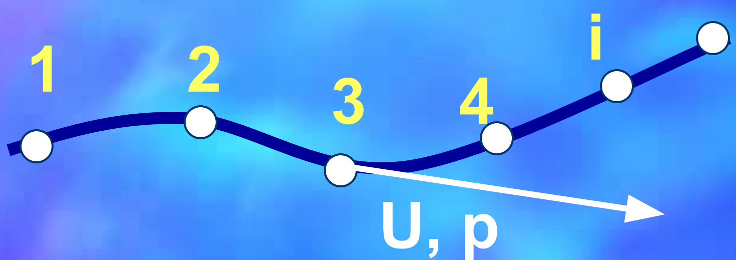
# Лекции по гидродинамике

## Часть 1

Гидродинамика изучает законы движения жидкостей и рассматривает приложения этих законов к решению практических инженерных задач

# Введение в гидродинамику
## Виды движения

Траектория жидкой частицы




В точках пространства 1, 2, .. i жидкость обладает разными скоростями и давлениями

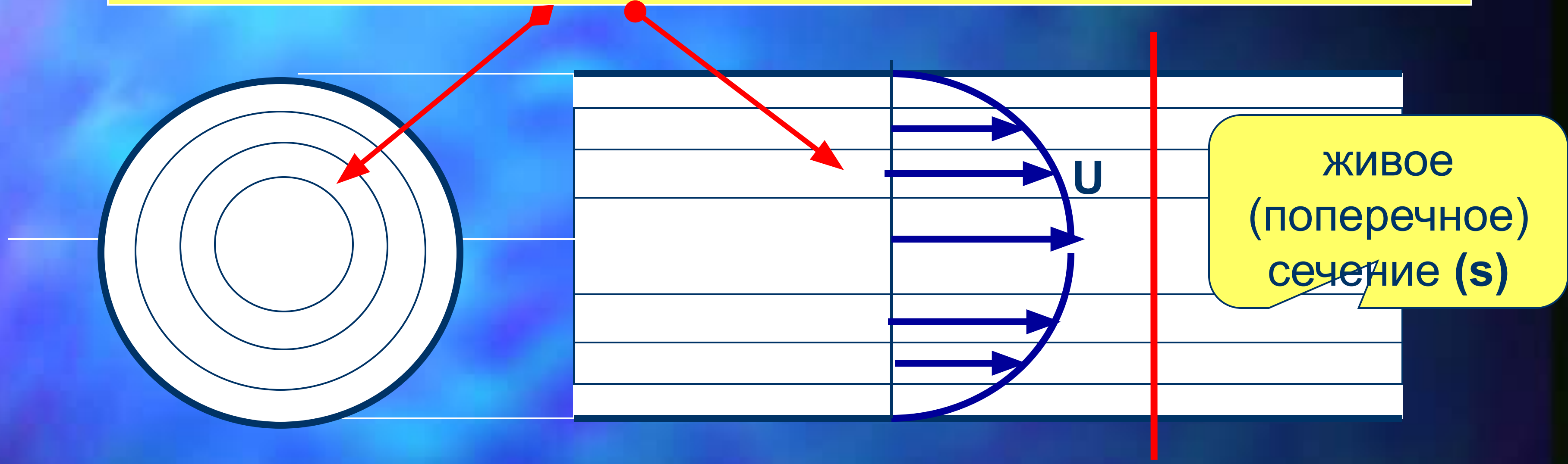
**Движение**

**Установившееся**
u=f(x,y,z); p=f(x,y,z)

**Неустановившееся**
u=f(x,y,z,t); p=f(x,y,z,t)

# Элементарная струйка и поток жидкости

**Элементарная струйка, скорость U, сечение ds**



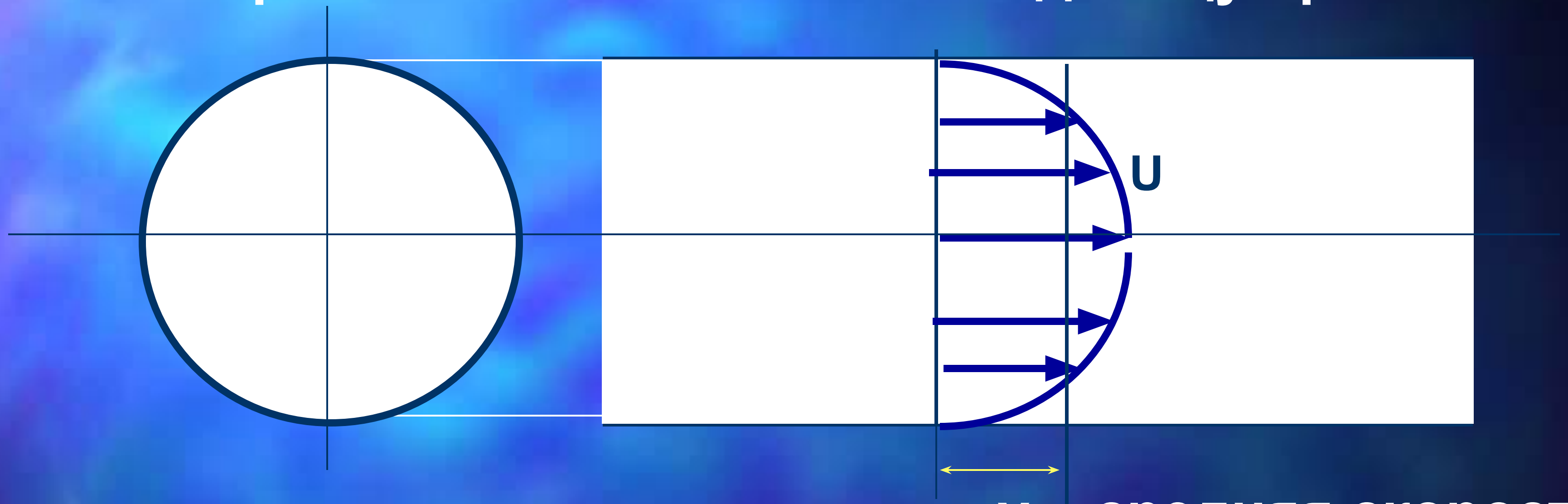

**Поток жидкости – совокупность элементарных струек, движущихся с разными скоростями**

**Живое (поперечное) сечение – сечение, перпендикулярное направлению скоростей**

**$S=\pi d^2/4$** -площадь сечения **$\Pi=\pi d$** -смоченный периметр

# Расход и средняя скорость

**Расход** – количество жидкости, проходящее через поперечное сечение потока за единицу времени




v – средняя скорость

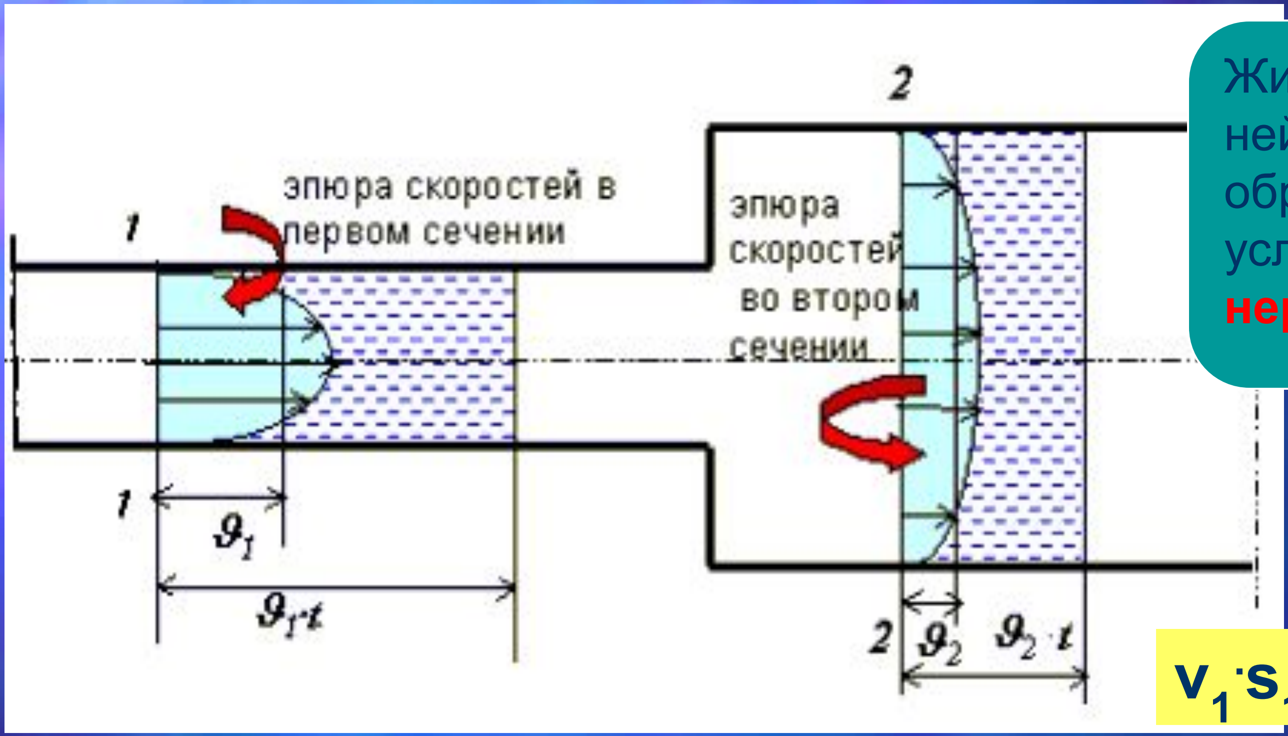
$Q=\int dQ=\int uds=v\cdot s$ -м$^3$/с, объёмный расход

1 литр=$10^{-3}$ м$^3$

$Q_m=\rho Q=\rho\cdot v\cdot s$ -кг/с, массовый расход

$Q_G=\rho g Q=\rho\cdot g\cdot v\cdot s$ -н/с, весовой расход

# Уравнение неразрывности




Жидкость несжимаема и в ней невозможно образование пустот. Это условие **сплошности** или **неразрывности** движения

$v_1 \cdot t \cdot s_1 = v_2 \cdot t \cdot s_2$

$v_1 \cdot s_1 = v_2 \cdot s_2 = Q = const$

$W_1 = v_1 \cdot t \cdot s_1$ **- объём через сеч. 1-1**

$v_1 / v_2 = s_2 / s_1$

$W_2 = v_2 \cdot t \cdot s_2$ **- объём через сеч. 2-2**

**- скорости обратно пропорциональны площадям сечений**

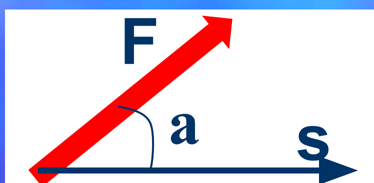
$\rho_1 \cdot v_1 \cdot s_1 = \rho_2 \cdot v_2 \cdot s_2 = Q_m = const$ **- для газа**

# Энергия и работа

**Энергия**

Определяет запас работы, которую может совершить тело, изменяя свое состояние

**Работа**




Скалярное произведение силы на перемещение под действием этой силы. **A=F · s · cos a**

**Энергия – это невостребованная работа, математическая абстракция, формула, по которой можно вычислить максимальную работу**

**η = работа / энергия=A / E** **- к.п.д. механизма**

# Виды энергии

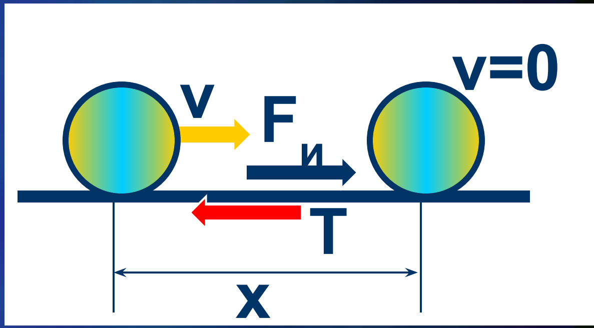
Энергия жидкости

потенциальная

кинетическая

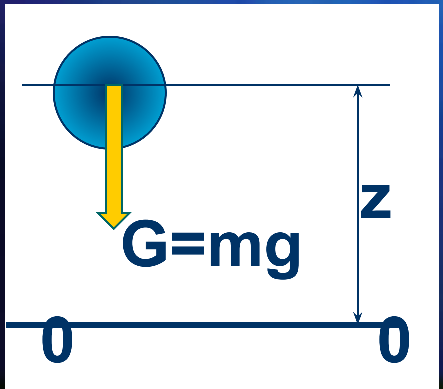
положения $E_z$

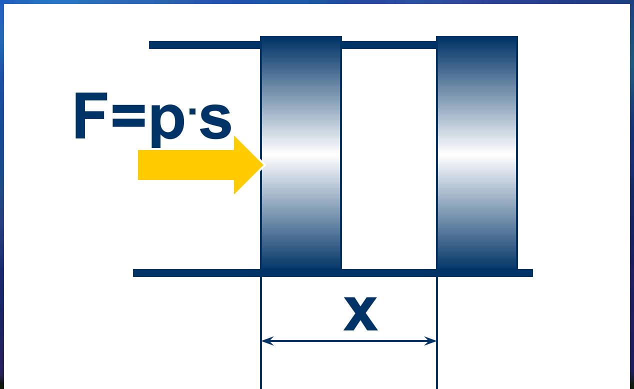
давления $E_p$




$E_z = mgz$

$E_p = Fx = p \cdot s \cdot x = pW = mp/\rho$

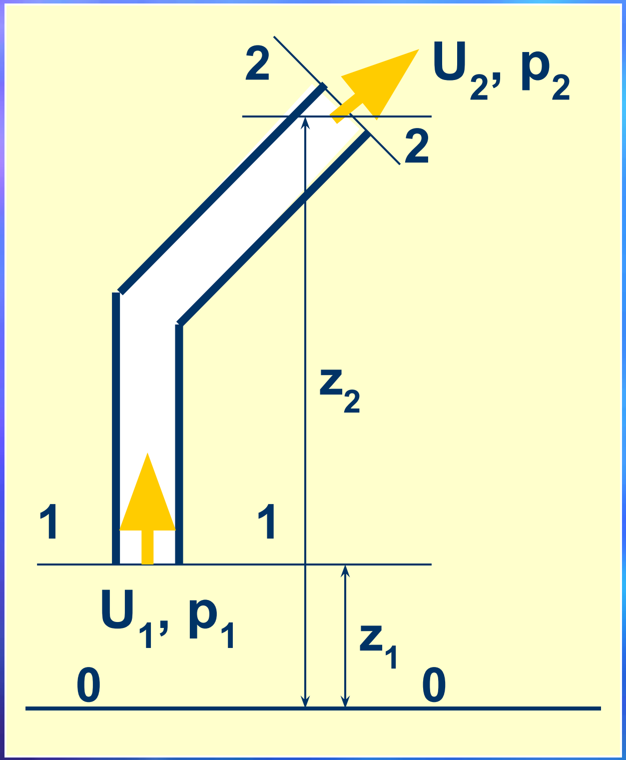



$E_k = T \cdot x = F_и \cdot x = m\,a \cdot x = m \cdot v/t \cdot v/2 \cdot t = mv^2/2$

# Закон сохранения энергии – уравнение Бернулли

## Идеальная жидкость, элементарная струйка




$$E = dmgz + dmp/\rho + dmu^2/2$$

полная энергия массы dm жидкости

$$E_1 = E_2$$

$$dmgz_1 + dmp_1/\rho + dmu_1^2/2 =$$
$$dmgz_2 + dmp_2/\rho + dmu_2^2/2$$

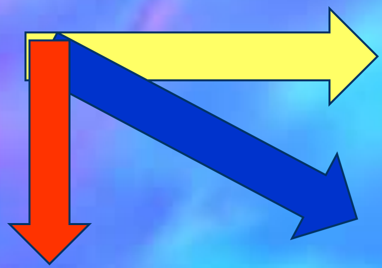
$$z_1 + p_1/\rho g + u_1^2/2g = z_2 + p_2/\rho g + u_2^2/2g$$

При движении идеальной жидкости полная энергия сохраняется. Возможен переход одного вида энергии в другой

Уравнение Бернулли (1738)

# Примеры применения уравнения Бернулли

## Двигатель Флетнера (турбопарус)



сила давления **ветра**

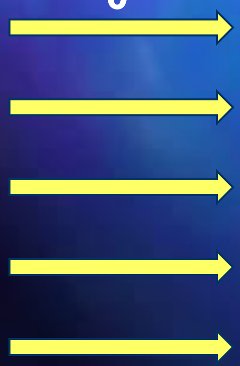
результирующая сила

$U_2 = U_0 - dU,\ p_2$

$U_1 = U_0 + dU,\ p_1$

**$F_U$ -сила из-за разницы скоростей**

$U_0$



$$z_1 + p_1/\rho g + u_1^2/2g = z_2 + p_2/\rho g + u_2^2/2g$$

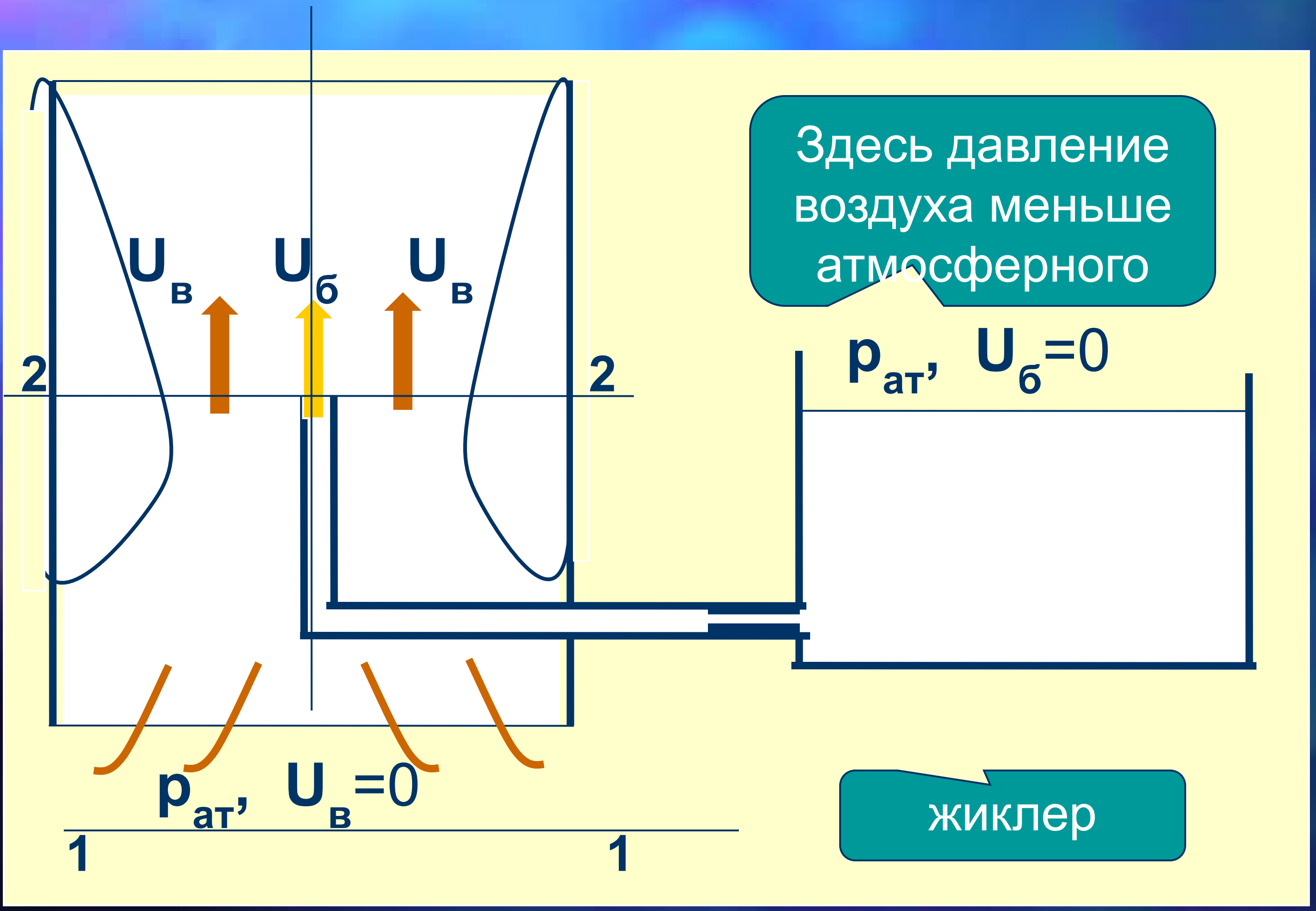
**Если $u_2 < u_1$, то $p_2 > p_1$**

$$F_U = (p_2 - p_1) \cdot s$$

# Примеры применения уравнения Бернулли

## Карбюратор

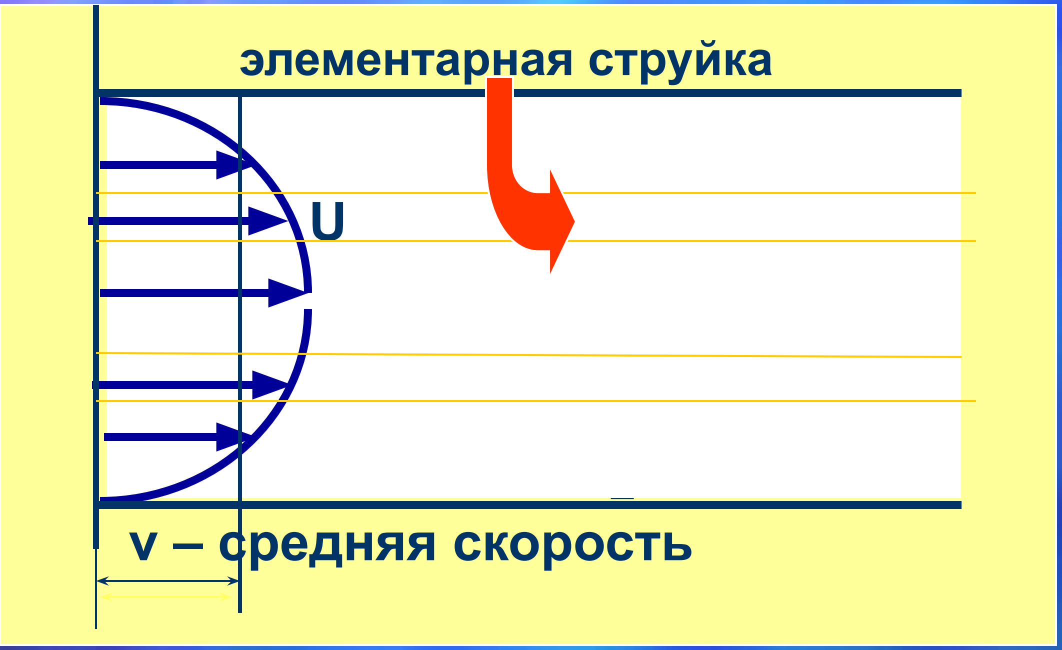
$$z_1 + p_1/\rho g + u_1^2/2g = z_2 + p_2/\rho g + u_2^2/2g$$




Если $u_2 > u_1$, то $p_2 < p_1$, то есть в сечении 2-2 давление меньше атмосферного.

Бензин вытекает в поток воздуха.

# Кинетическая энергия потока жидкости




Кинетическая энергия массы m потока жидкости – сумма энергий отдельных струек

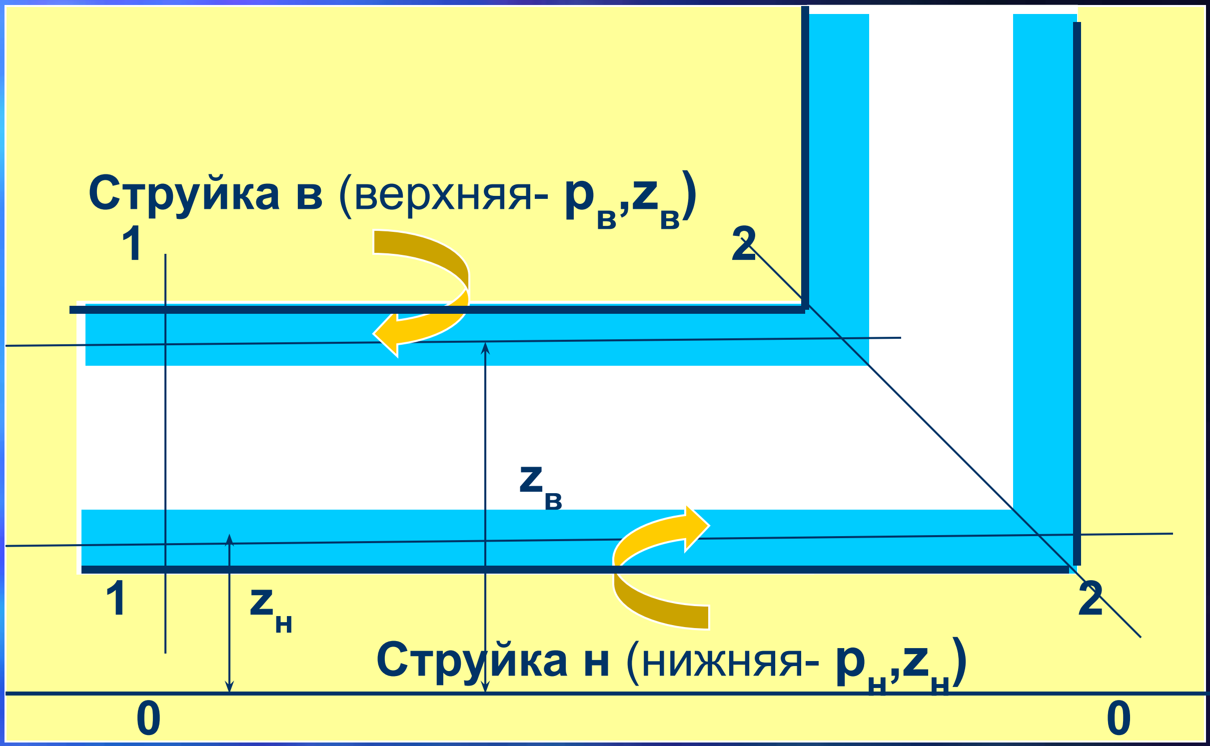
$$E_k = \int dmu^2/2 = \alpha mv^2/2$$

Чем больше ***неравномерность скоростей u,*** тем больше $\alpha$. Для ламинарного режима $\alpha=2$, для турбулентного $\alpha=1,1-1,2$ (на практике принимается 1).

***Коэффициент Кориолиса*** $\alpha$ - отношение действительной кинетической энергии к энергии, определяемой по средней скорости

# Потенциальная энергия потока жидкости

В сеч. 1-1 нет сил инерции, давление распределяется по гидростатическому закону



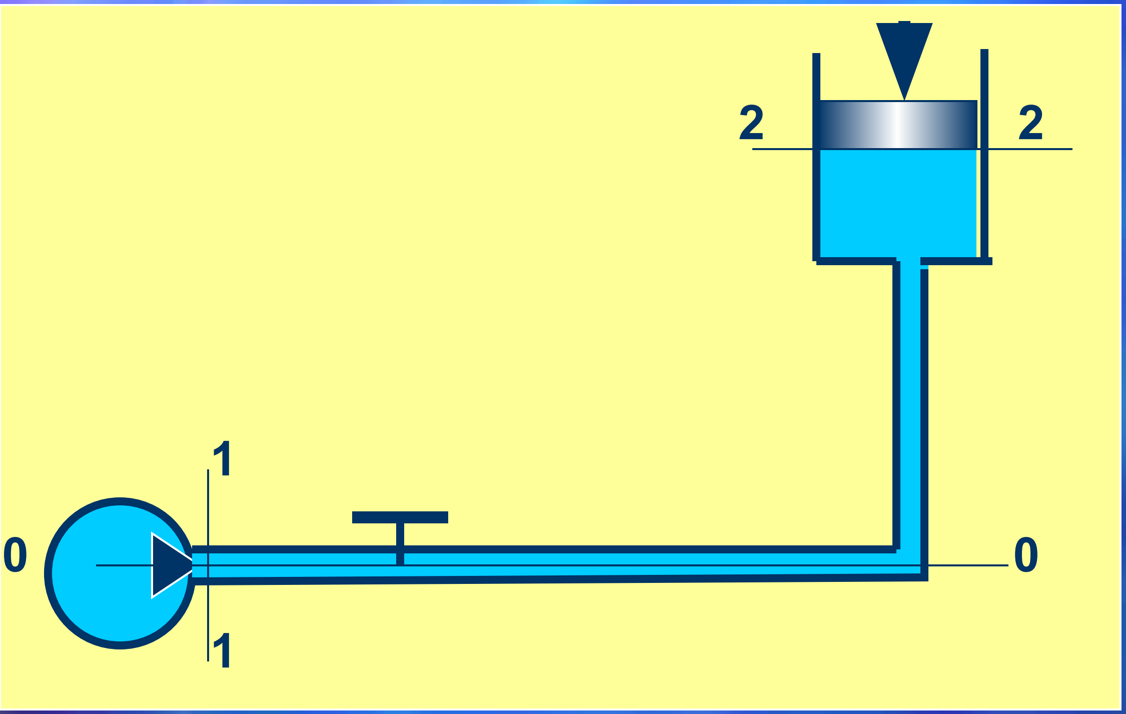

$$p_в + \rho \cdot g \cdot z_в = p_н + \rho \cdot g \cdot z_н = p + \rho \cdot g \cdot z = const$$

$$E_п = \int dm(gz + p/\rho) = \int dm(gz + p/\rho) = mgz + mp/\rho$$

В сеч. 2-2 появляется сила инерции, давление НЕ распределяется по гидростатическому закону

Потенциальная энергия массы m потока жидкости – сумма энергий отдельных струек

# Уравнение Бернулли для потока реальной жидкости



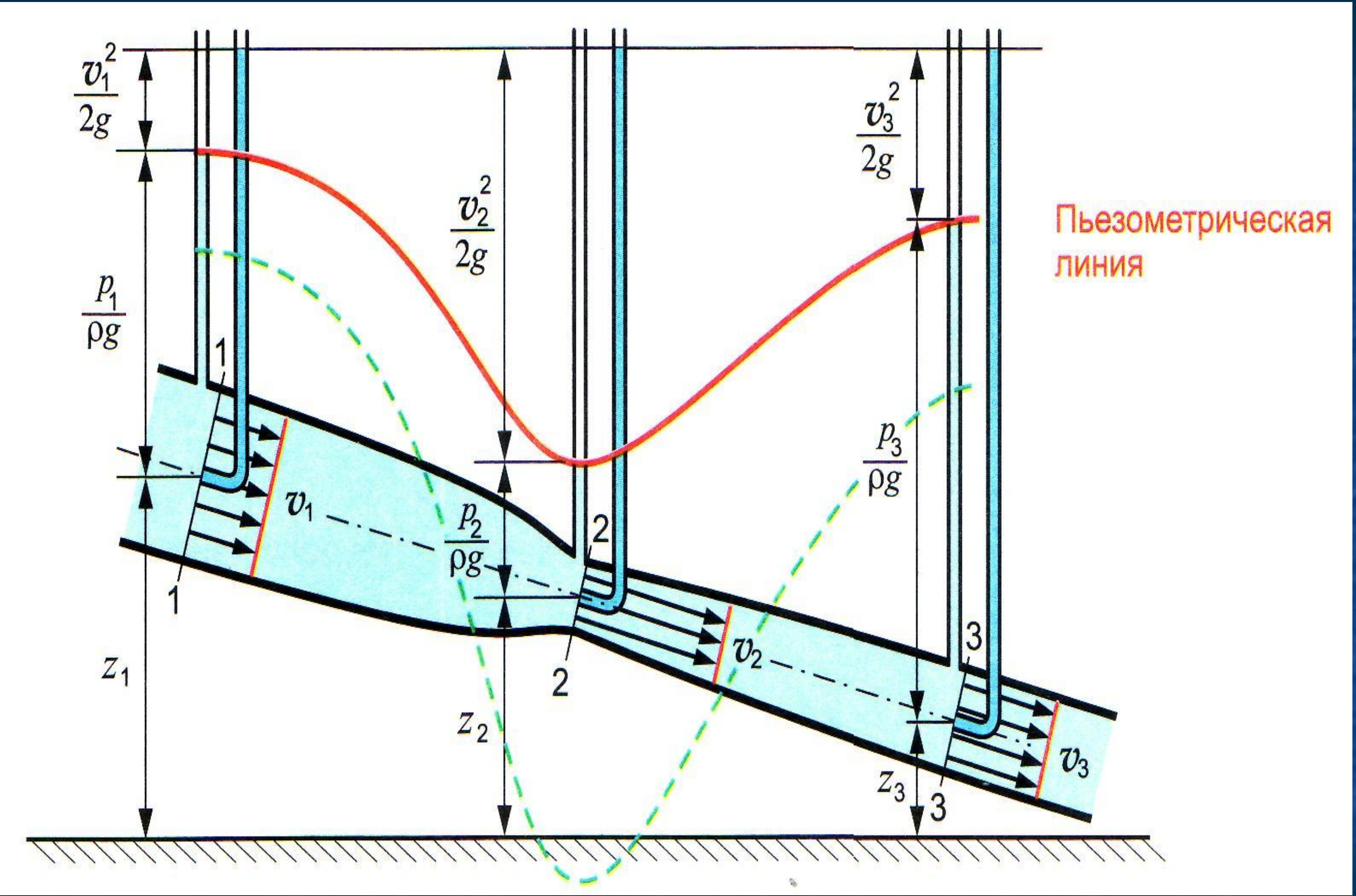

$E = mgz + mp/\rho + \alpha m v^2/2$

Полная энергия массы m потока жидкости в любом сечении, равна сумме потенциальной и кинетической

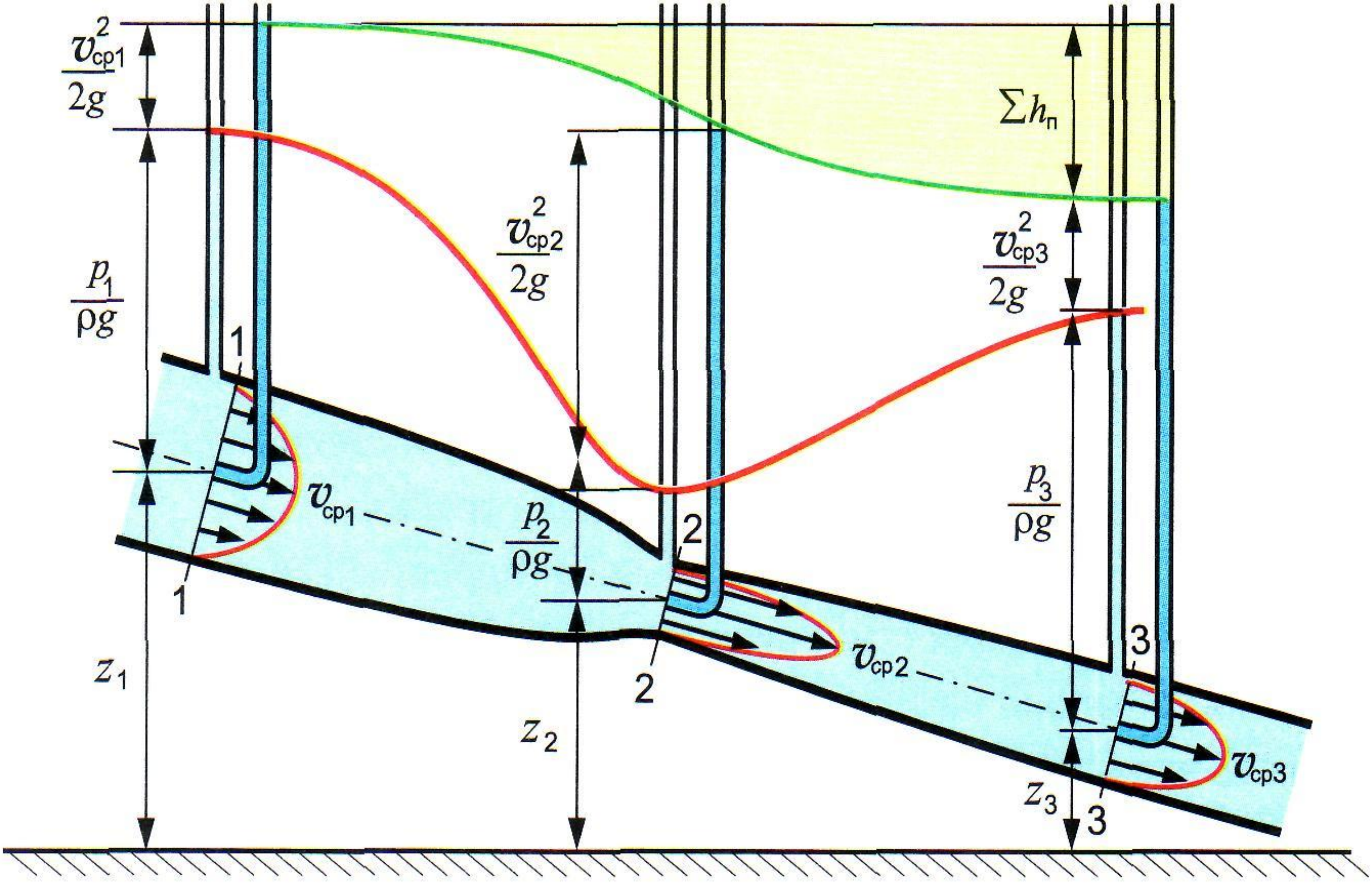
$$E_1 = E_2 + \delta E$$

$$mgz_1 + mp_1/\rho + \alpha_1 m v_1^2/2 = mgz_2 + mp_2/\rho + \alpha_2 m v_2^2/2 + \delta E$$

Потери энергии при движении жидкости от сеч. 1-1 к сеч. 2-2



$\frac{v_1^2}{2g}$
$\frac{p_1}{\rho g}$
$z_1$
$\frac{v_2^2}{2g}$
$\frac{p_2}{\rho g}$
$z_2$
$\frac{v_3^2}{2g}$
$\frac{p_3}{\rho g}$
$z_3$
$v_1$
$v_2$
$v_3$
1
1
2
2
3
3
Пьезометрическая
линия



$\frac{v_{ср1}^2}{2g}$
$\Sigma h_п$
$\frac{v_{ср2}^2}{2g}$
$\frac{v_{ср3}^2}{2g}$
$\frac{p_1}{\rho g}$
$\frac{p_2}{\rho g}$
$\frac{p_3}{\rho g}$
$v_{ср1}$
$v_{ср2}$
$v_{ср3}$
$z_1$
$z_2$
$z_3$
1
1
2
2
3
3

# Удельная энергия

Полная энергия, джоули (Н*м)

$$E = mgz + mp/\rho + \alpha m v^2/2$$

УДЕЛЬНАЯ - энергия, отнесенная к количеству вещества (объёмному, или массовому, или весовому)

$$E/G = E/mg = \underbrace{z + p/\rho g + \alpha v^2/2g}_{} = H$$

Гидродинамический напор – энергия единицы веса, метры

$$E/W = E/(m/\rho) = \underbrace{\rho g z + p + \alpha \rho v^2/2}_{}$$

Полное давление – энергия единицы объёма, Па

# Напор

Это энергия, отнесенная к весу жидкости

Измеряется в метрах

Используется для построения графиков изменения различных видов энергии по длине потока

$$z_1 + p_1/\rho g + \alpha_1 v_1^2/2g = z_2 + p_2/\rho g + \alpha_2 v_2^2/2g + h_{1\text{-}2}$$

**Напор**

Потери напора на преодоление сопротивлений

**геометрический**

$z_1, z_2$

**пьезометрический**

$p_1/\rho g, p_2/\rho g$

**скоростной**

$v_1^2/2g$ , $v_2^2/2g$

# Давление

Это энергия, отнесенная к объёму жидкости

Измеряется в Паскалях

Используется при расчете гидроприводов и других систем

$$\rho g z_1 + p_1 + \alpha_1 \rho v_1^2/2 = \rho g z_2 + p_2 + \alpha_2 \rho v_2^2/2 + \delta p_{1-2}$$

Давление

Потери давления на преодоление сопротивлений

весовое

$\rho g z_1$, $\rho g z_2$

статическое

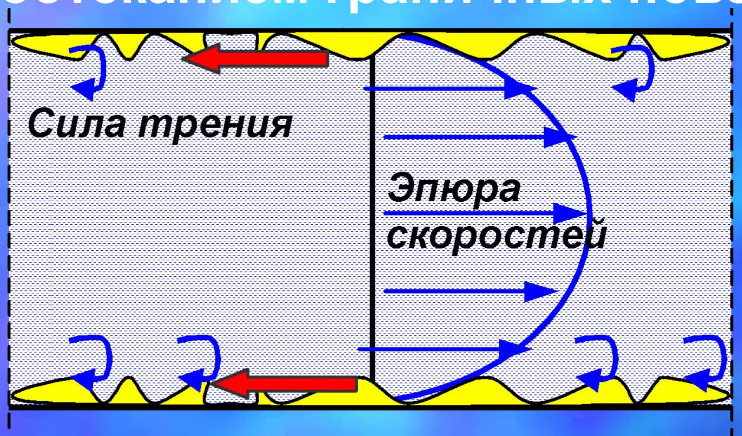
$p_1$, $p_2$

динамическое

$\rho v_1^2/2$, $\rho v_2^2/2$

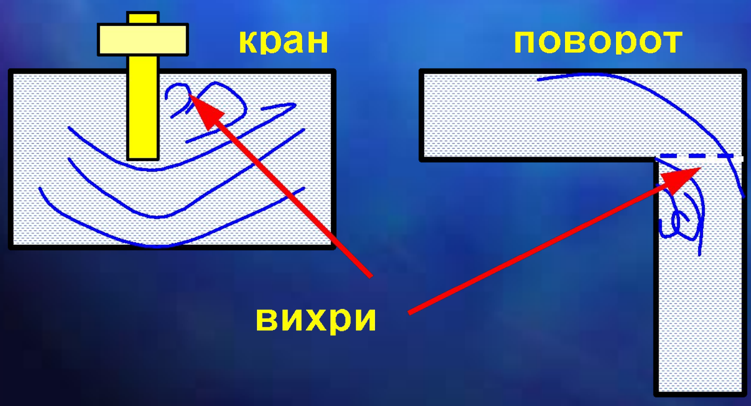
# Физическая природа гидравлических сопротивлений

✔***Сопротивления по длине***, обусловленные силами трения и обтеканием граничных поверхностей

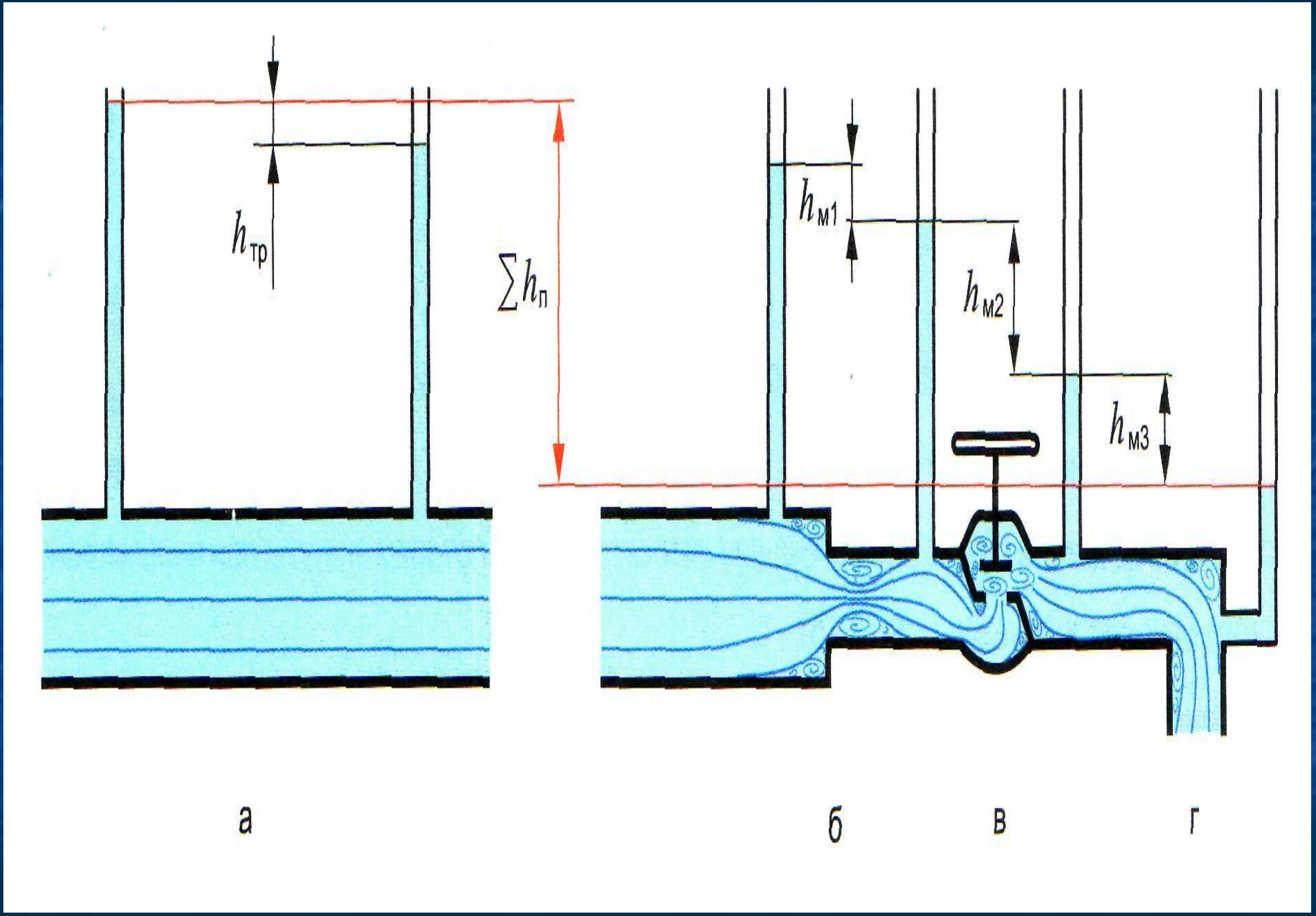



Энергия тратится на работу по преодолению силы трения и на вихреобразование при обтекании микронеровностей стенки турбулентным потоком

✔***Местные сопротивления***, обусловленные деформацией потока, в связи с препятствиями на его пути



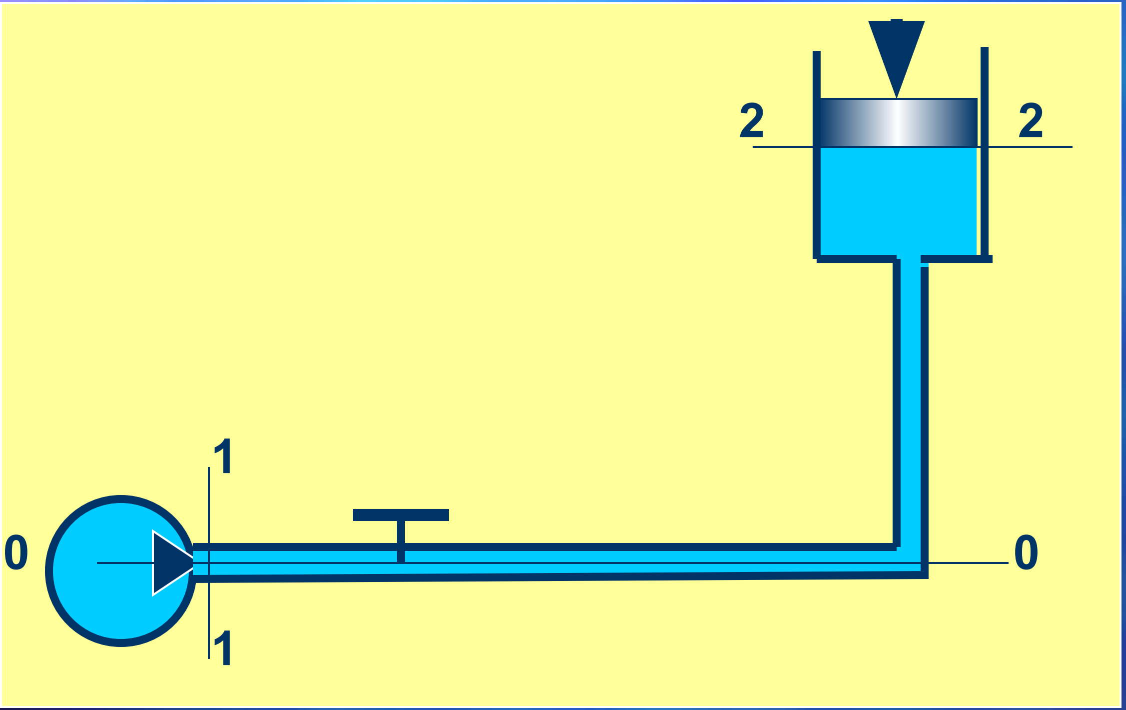

Энергия тратится на работу по преодолению силы инерции при деформации потока и на вихреобразование



$h_{тр}$
$\sum h_{п}$
$h_{м1}$
$h_{м2}$
$h_{м3}$
а
б
в
г

# Гидравлические сопротивления в уравнении Бернулли

$$z_1 + p_1/\rho g + \alpha_1 v_1^2/2g = z_2 + p_2/\rho g + \alpha_2 v_2^2/2g + h_{1\text{-}2}$$




Потери удельной энергии (напора) при движении жидкости от сеч. 1-1 к сеч. 2-2:

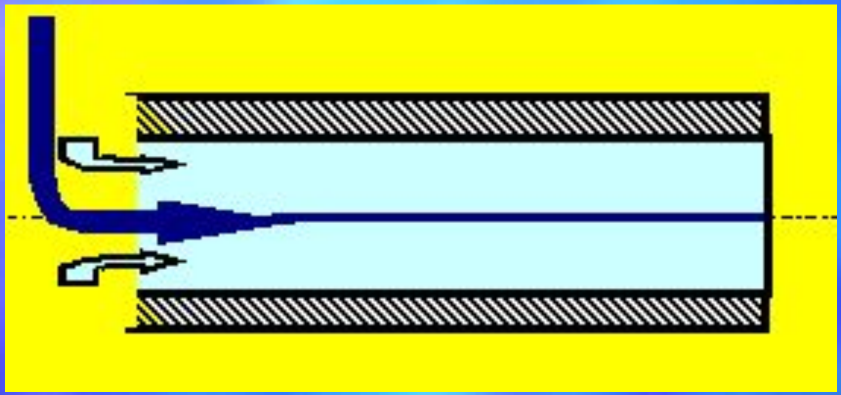
$$h_{1-2} = h_{дл} + \sum h_м$$

$$h_{1\text{-}2} = h_{дл} + \underbrace{h_{кр} + h_{пов} + h_{вых}}_{\text{местные потери}}$$

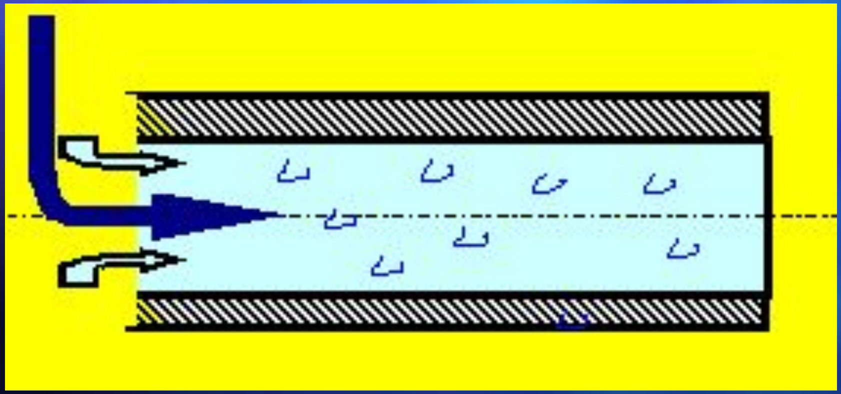
$h_{дл}$- *сопротивления по длине*,

$\sum h_м$ - *местные сопротивления*

# Режимы движения



Струйка краски параллельна оси трубы. Слои жидкости не перемешиваются. Ламинарное движение (от латинского lamina – слой)



Струйка краски распалась на отдельные вихри. Слои жидкости  перемешиваются в поперечном направлении. Турбулентное движение (от латинского turbulentus – хаотический, беспорядочный)

# Число Рейнольдса Re

$$Re = \frac{v \cdot d \cdot \rho}{\eta} = \frac{v \cdot d}{\nu}$$

Число (критерий) Рейнольдса). Re-мера отношения силы инерции к силе трения

$\eta$ - динамический коэффициент вязкости

$$\nu = \frac{\eta}{\rho}$$ - кинематический коэффициент вязкости


При увеличении скорости растут силы инерции. Силы трения при этом больше сил инерции и до некоторых пор выпрямляют траектории струек

При некоторой скорости $v_{кр}$:

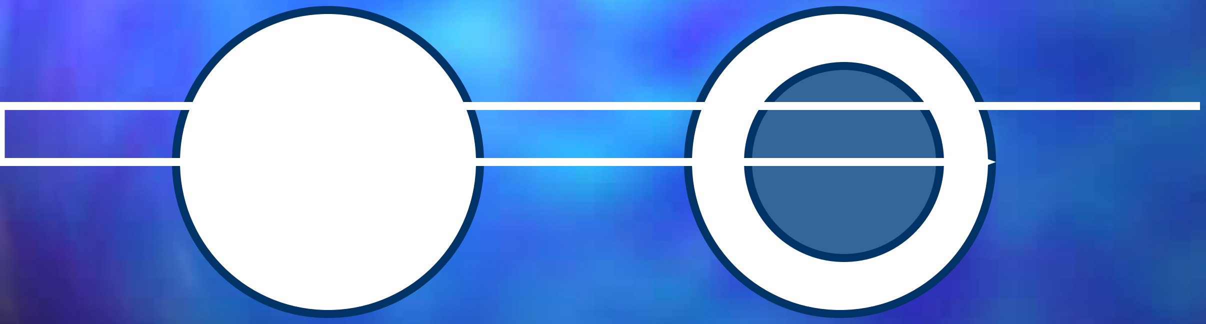
Сила инерции $F_{и}$ > силы трения $F_{тр}$, поток становится турбулентным

# Критическое число Рейнольдса $Re_{кр}$

$Re_{кр}$

Число Рейнольдса, при котором ламинарный режим сменяется турбулентным

$Re_{кр}$ зависит от формы сечения канала



- в таком канале больше поверхность контакта между жидкостью и стенкой и больше локальных возмущающих факторов

$Re_{кр}$ =2300

$Re_{кр}$ =1600

# Гидравлический диаметр

$$d_г = \frac{4s}{\Pi}$$

Характерный линейный размер сечения.
S - площадь сечения; П - смоченный периметр

$$Re = \frac{v \cdot d_г \cdot \rho}{\eta} = \frac{v \cdot d_г}{\nu}$$

- по этой формуле определяется число Рейнольдса в канале любой геометрии

$$d_г = \frac{4s}{\Pi} = \frac{4\pi d^2}{4 \cdot \pi d} = d$$

$$d_г = \frac{4s}{\Pi} = \frac{4\pi(D^2 - d^2)}{4 \cdot \pi(D + d)} = D - d$$

$$d_г = \frac{4s}{\Pi} = \frac{4\pi d^2 \cdot 2}{8 \cdot \pi d} = d$$

# Потери по длине. Формула Дарси-Вейсбаха

$$h_{дл} = \lambda \frac{l}{d} \cdot \frac{v^2}{2g}$$

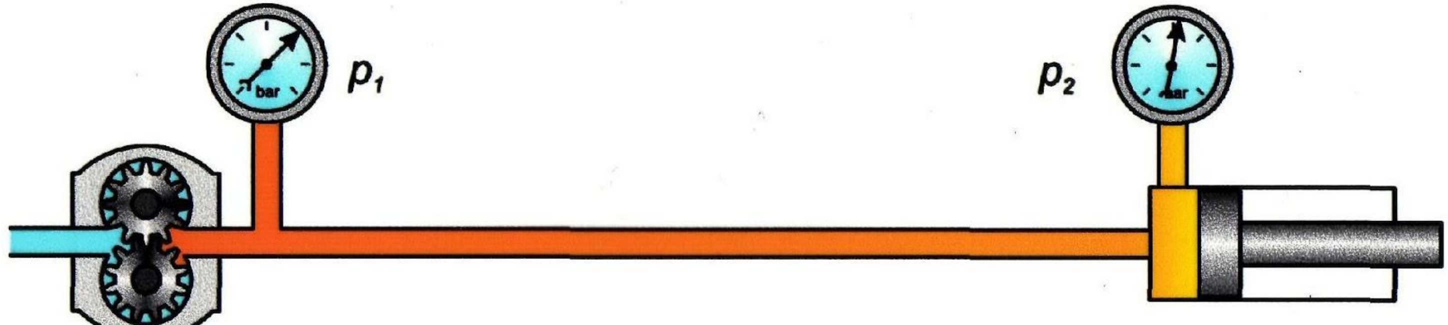
Формула Дарси-Вейсбаха

**λ - коэффициент гидравлического трения, зависит от режима движения и состояния поверхности трубопровода**

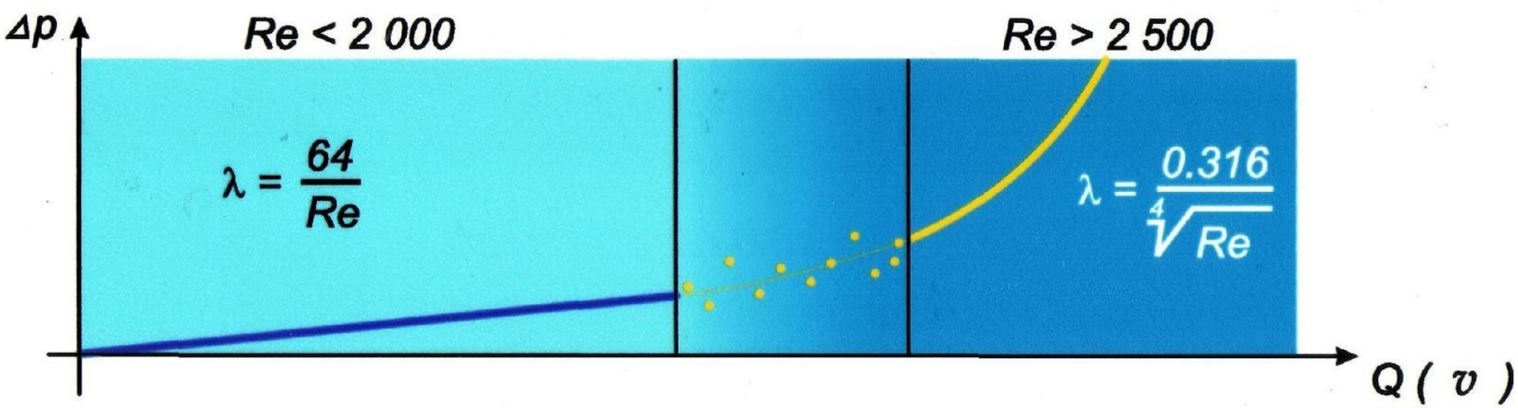
***l, d*** **– длина и диаметр трубопровода**

**v – средняя скорость движения**

# Потери давления по длине трубопровода




$$\Delta p = (\lambda \cdot \frac{l}{d}) \cdot \rho \cdot \frac{v^2}{2}$$



# Местные потери. Формула Вейсбаха

$$h_м = \xi \cdot \frac{v^2}{2g}$$

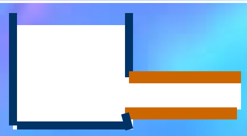
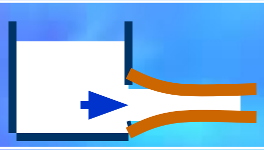
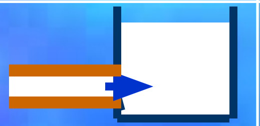
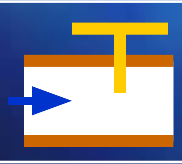
Формула Вейсбаха

$\xi$ - коэффициент местного сопротивления, зависит от его вида и конструктивного выполнения

$\xi$– приводится в справочной литературе

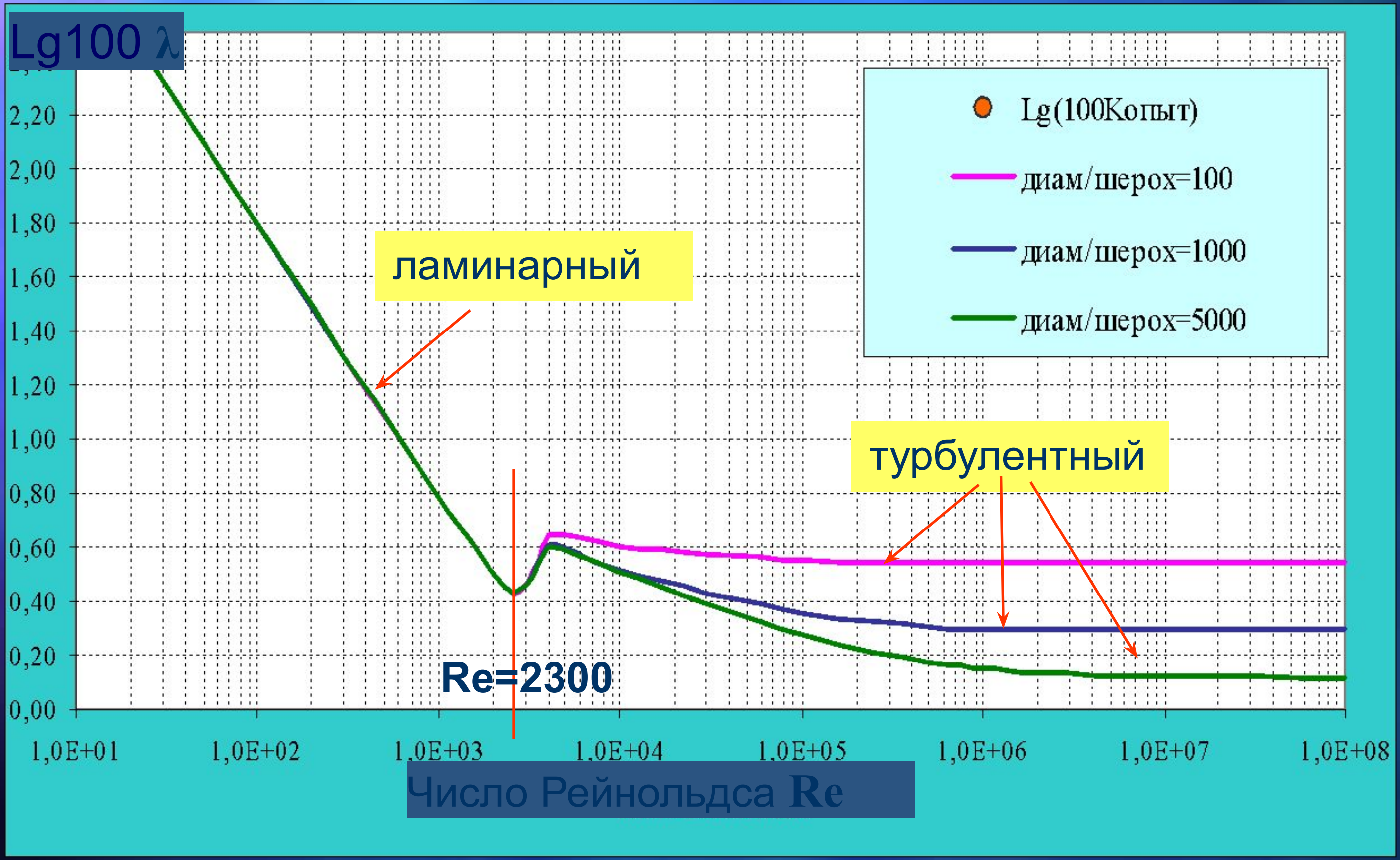
**v** – средняя скорость движения

# Коэффициенты местных потерь

| | Вид местного сопротивления | Коэфф. $\xi$ |
|---|---|---|
|  | Вход в трубу без закругления входных кромок | 0,5 |
|  | То же, но при хорошо закругленных кромках | 0,1 |
|  | Выход из трубы в сосуд больших размеров | 1 |
|  | Резкий поворот без закругления при угле поворота $90^0$ | 1,32 |
|  | Колено (плавное загругление) при радиусе закругления (2-7)d (d - диаметр трубы) | 0,5 – 0,3 |
|  | Кран | 5-10 |
| | Вход во всасывающую коробку насоса с обратным клапаном | 5-10 |

# Коэффициент трения

## Опыты И. И. Никурадзе (1933) и Г. А. Мурина




$\lambda = 64/Re$

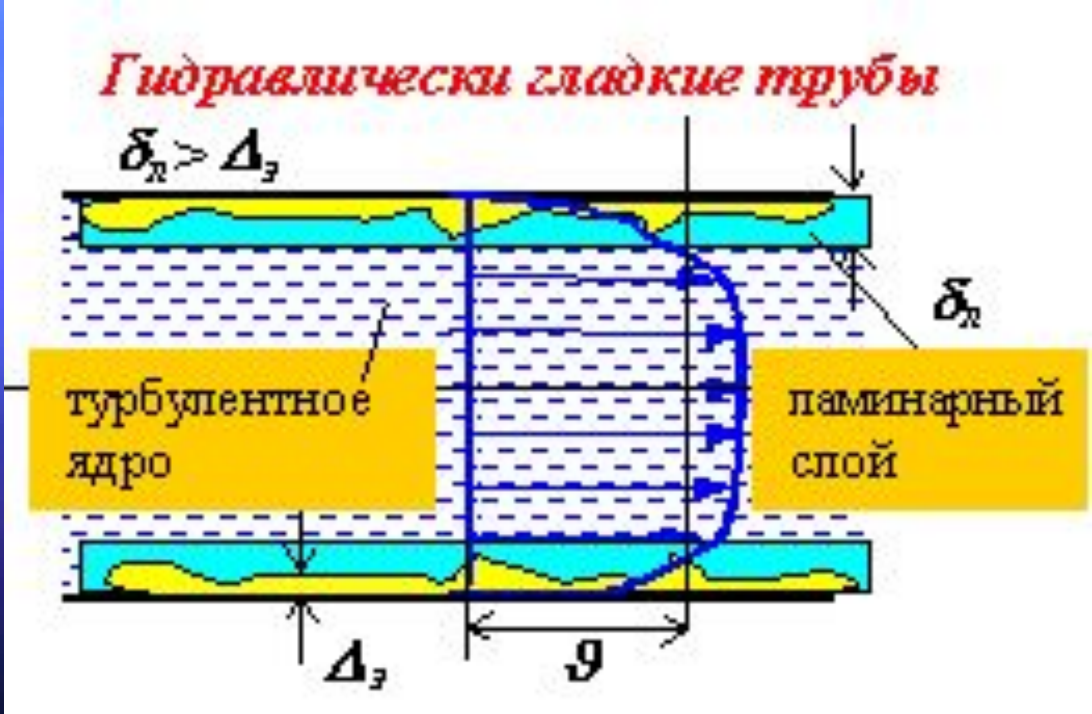
ламинарный режим

- турбулентный режим

# Гидравлически гладкие трубы

- турбулентный режим

$$\frac{\Delta_э}{d} << 68/\mathbf{Re};\ \lambda = 0{,}11\cdot(68/\mathbf{Re})^{0.25}$$




При увеличении скорости движения толщина ламинарного слоя уменьшается

Бугорки шероховатости обтекаются ламинарным потоком и не влияют на сопротивление

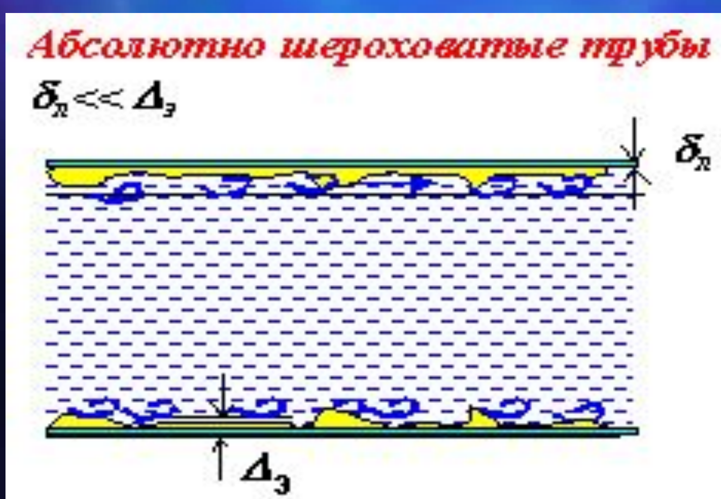
$$\mathbf{Re}_\delta = \frac{u_\delta \cdot \delta_л}{\nu} <= 2300$$

Условие для определения толщины ламинарного слоя

**При увеличении скорости толщина ламинарного слоя уменьшается**


Бугорки шероховатости выступают в турбулентное ядро, с них срываются вихри. А это дополнительное сопротивление

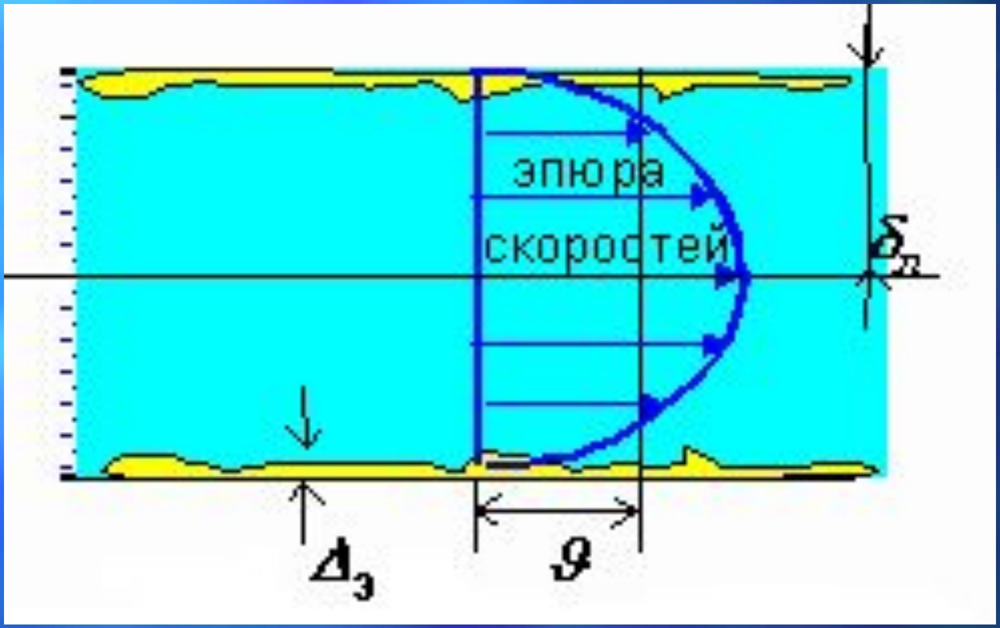
**При дальнейшем увеличении скорости**




Ламинарный слой очень тонкий. Все бугорки шероховатости выступают в турбулентное ядро и полностью определяют сопротивление трубы.

# Ламинарный режим

Ламинарный режим существует по всему сечению трубы




$\lambda = 64/Re$ - при ламинарном режиме

Бугорки шероховатости покрыты ламинарной пленкой и не оказывают влияния на сопротивление трубы

# Рекомендации для расчетов

$\lambda = 64/Re$ - при ламинарном режиме

- при турбулентном режиме

При проведении расчетов то слагаемое, которое несущественно, дает незначительный вклад в величину коэффициента трения

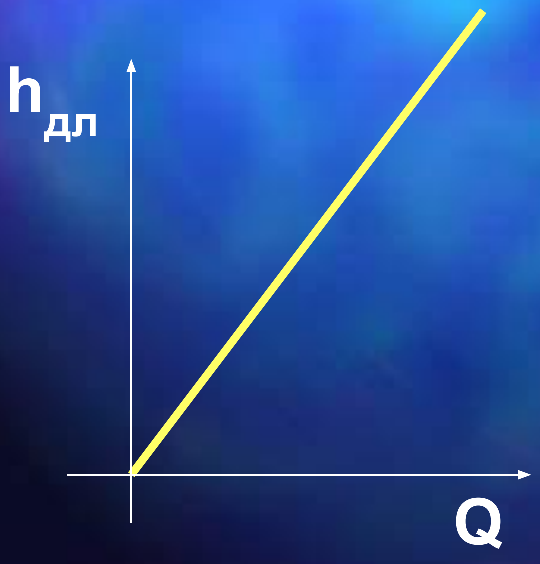
# Зависимость потерь по длине от расхода (ламинарный режим)

$$h_{\partial л} = \lambda \frac{l}{d} \cdot \frac{v^2}{2g}$$

Формула Дарси-Вейсбаха

Формула Пуазейля

$$h_{\partial л} = \lambda \frac{l}{d}\frac{v^2}{2g} = \frac{64}{\mathrm{Re}}\frac{l}{d}\frac{v^2}{2g} = \frac{64 \cdot \nu}{v \cdot d}\frac{l}{d}\frac{v^2}{2g} = \frac{32\nu \cdot l \cdot v}{d^2 g} = \frac{128\nu \cdot l \cdot Q}{\pi d^4 g}$$




**При ламинарном режиме потери по длине пропорциональны расходу в первой степени**

# Зависимость потерь по длине от расхода (турбулентный режим)

$$h_{\partial л} = \lambda \frac{l}{d} \cdot \frac{v^2}{2g}$$

Формула Дарси-Вейсбаха

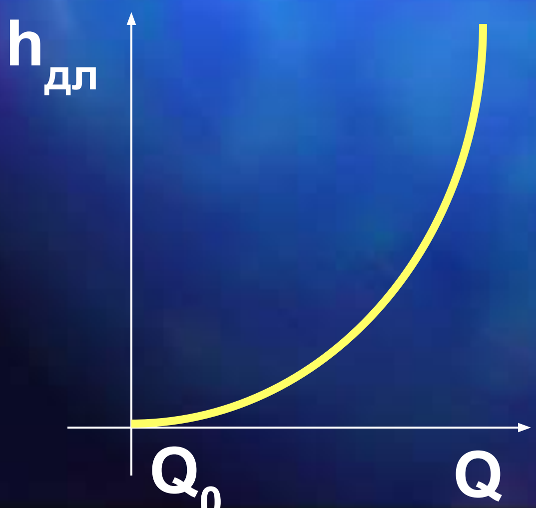
$$\lambda = 0{,}11 \cdot \left(\frac{68\nu}{v \cdot d} + \frac{\Delta_э}{d}\right)^{0{,}2}$$

$$h_{\partial л} = \lambda \frac{l}{d}\frac{v^2}{2g} = 0{,}11 \cdot \left(\frac{68\nu}{v \cdot d}\right)^{0{,}25} \frac{l}{d}\frac{v^2}{2g} \approx v^{1.75} \approx Q^{1.75}$$

Гидравлически гладкие трубы

$$h_{\partial л} = \lambda \frac{l}{d}\frac{v^2}{2g} = 0{,}11 \cdot \left(\frac{\Delta_э}{d}\right)^{0{,}25} \frac{l}{d}\frac{v^2}{2g} \approx v^2 \approx Q^2$$

Абсолютно шероховатые трубы




**При турбулентном режиме потери по длине пропорциональны Q $^{1.75\text{-}2}$**