

Контрольная работа №2

Задача 1

Определить коэффициенты A , B , C и D уравнений передачи сложного четырехполюсника, составленного из двух простых.

Исходные данные.

Даны два простых четырехполюсника (рис. 1).

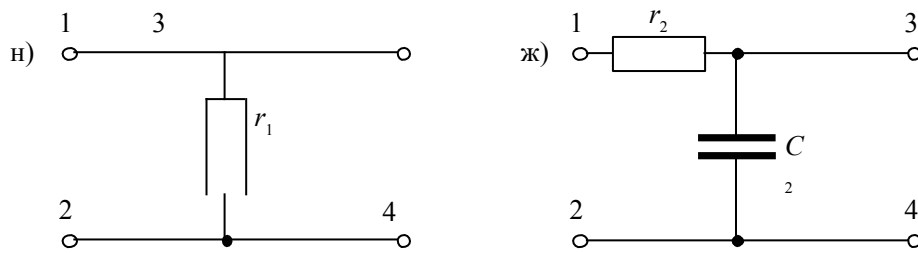


Рис. 1.

Параметры четырехполюсников:

$$I) r_1 = 0.7 \text{ кОм};$$

$$II) r_2 = 0.7 \text{ кОм}; C = 0.7 \text{ мкФ}.$$

$$f = 12 \text{ кГц}$$

Сложный четырехполюсник получен путем *каскадного* включения простых четырехполюсников

Требуется:

- из двух заданных четырехполюсников составить схему сложного четырехполюсника;
- определить коэффициенты A , B , C и D каждого из двух четырехполюсников;
- используя правила сложения и перемножения матриц, рассчитать коэффициенты A , B , C и D сложного четырехполюсника.

В заключение нужно написать основные уравнения передачи в матричной форме и выполнить переход от нее к обычной (параметрической) форме.

Найдем A - параметры простых четырехполюсников.

Сопротивление холостого хода Z_{xx} и короткого замыкания $Z_{кз}$ четырехполюсника определим методом преобразования цепи.

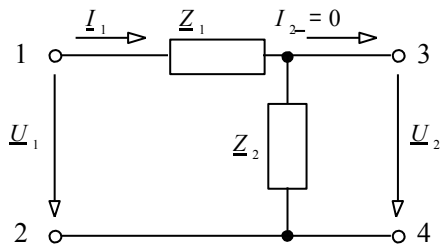


Рис. 2. Режим холостого хода

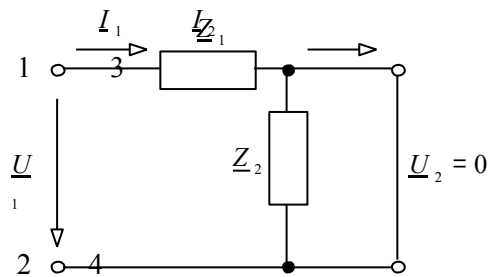


Рис. 3. Режим короткого замыкания

$$Z_{xx} = Z_1 + Z_2$$

$$Z_{кз} = Z_1$$

Уравнения A -параметров четырехполюсника.

$$\begin{cases} U_1 = A \cdot U_2 + B \cdot I_2 \\ I_1 = C \cdot U_2 + D \cdot I_2 \end{cases}$$

Режим холостого хода (рис. 2).

$$\begin{cases} I_2 = 0 \\ U_1 = A \cdot U_2 \\ I_1 = C \cdot U_2 \end{cases}$$

Находим

$$I_1 = \frac{U_1}{Z_{xx}} = \frac{U_1}{Z_1 + Z_2}$$

$$U_2 = \frac{Z_1 + Z_2}{Z_2} \cdot U_1$$

$$A = \frac{U_1}{U_2} = \frac{Z_1 + Z_2}{Z_2} = Z_1 + \frac{Z_2}{Z_2}$$

$$C = \frac{I_1}{U_2} = \frac{1}{Z_2}$$

Режим короткого замыкания (рис. 3).

$$\begin{cases} U_2 = 0 \\ U_1 = B \cdot I_2 \\ I_1 = D \cdot I_2 \end{cases}$$

Находим

$$I_1 = \frac{U_1}{Z_{кз}} = \frac{U_1}{Z_1}$$

$$B = \frac{U_1}{I_2} = \frac{Z_1 \cdot I_1}{I_2} = Z_1$$

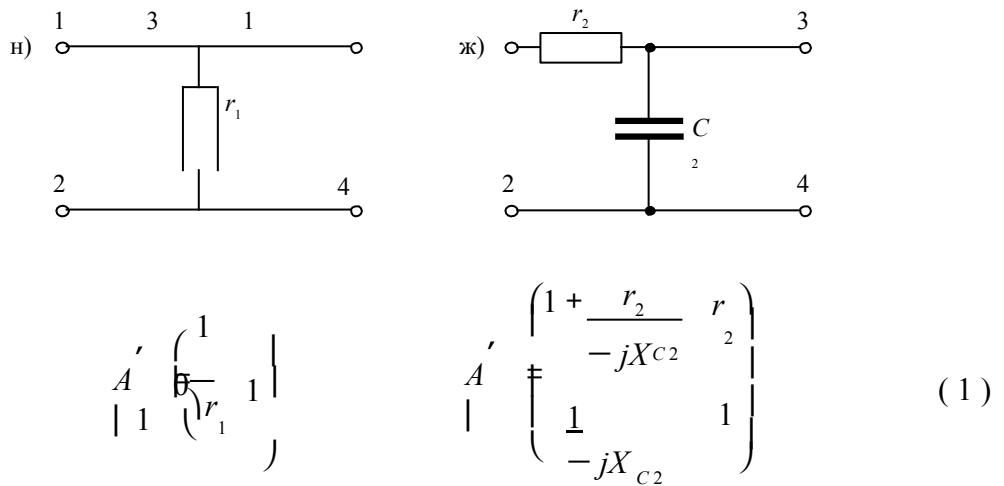
Проверка

$$I_2 = I_1$$

$$D = \frac{I_1}{I_2} = 1$$

$$\frac{A \cdot D - B \cdot C}{-Z_2} = \frac{\left(\begin{matrix} 1 + Z_1 \\ -Z_2 \end{matrix} \right) \cdot 1}{-Z_2} = \frac{1}{Z_2}$$

Получили A -параметры двух простых четырехполюсников



Каскадное соединение (рис. 4)

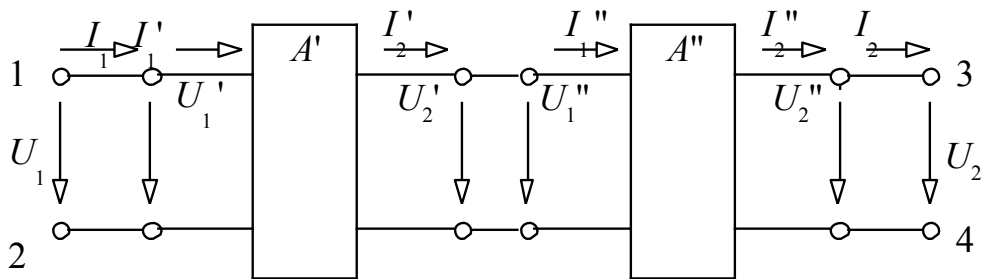


Рис.4. Каскадное соединение

Уравнение передачи четырехполюсника с A -параметрами:

$$\begin{cases} U_1 = A_{11} \cdot U_2 + A_{12} \cdot I_2 \\ I_1 = A_{21} \cdot U_2 + A_{22} \cdot I_2 \end{cases}$$

где

$$\begin{bmatrix} I \\ I' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A^1 & A^2 \\ A^1 & A^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U \\ U' \end{bmatrix} \quad (2)$$

Найдем A -коэффициенты сложного четырехполюсника (рис. 5) по формулам (1), (2).

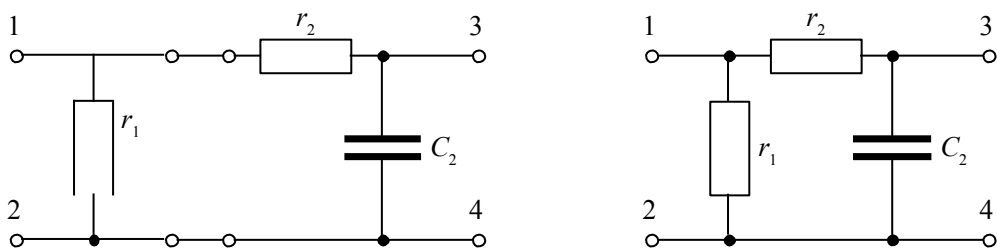


Рис. 5. Сложный четырехполюсник.

Получим:

$$A' = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad A'' = \begin{pmatrix} 1 + j \cdot \frac{r_2}{X_{C2}} & r_2 \\ \frac{j}{X_{C2}} & 1 \end{pmatrix}$$

Вычислим A-параметры:

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f = 7.5398 \cdot 10^4$$

Для четырехполюсника I :

$$r_1 = 700 \text{ Ом.}$$

$$A' = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1.4286 \times 10^{-3} & 1 \end{pmatrix}$$

Для четырехполюсника II :

$$r_2 = 700 \text{ Ом; } X_{C2} = \frac{1}{\omega \cdot C_2} = 18.947 \text{ Ом.}$$

$$A'' = \begin{pmatrix} 1 + 36.945j & 7 \times 10^{-2} \\ 5.278j \times 10^{-2} & 1 \end{pmatrix}$$

$$A = A' \cdot A'' = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1.4286 \times 10^{-3} & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 + 36.945j & 7 \times 10^{-2} \\ 5.278j \times 10^{-2} & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 \cdot (1 + 36.945j) + 0 \cdot 5.278j \times 10^{-2} & 1 \cdot 700 + 0 \cdot 1 \\ 1.4286 \times 10^{-3} (1 + 36.945j) & 1.4286 \times 10^{-3} \cdot 700 + 1 \cdot 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1.43 \times 10^{-1} + 36.9j + 0.106j & 700 \\ 1.43 \times 10^{-3} + 0.106j & 1.01 \end{pmatrix}$$

Проверка. Рассчитаем A -параметры Π -четырёхполюсника (рис. 6) по известной формуле.

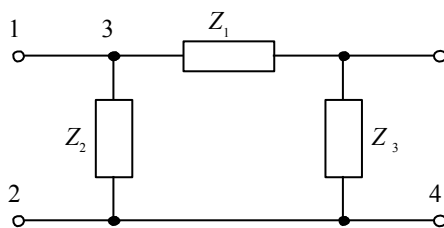
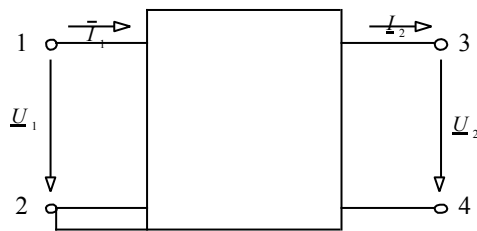


Рис. 6. Π -четырёхполюсник

$$A_{II} = \begin{pmatrix} 1 + \frac{Z_1}{Z_2} & \frac{Z_1}{Z_2} \\ \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3} & 1 + \frac{Z_1}{Z_3} \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 + \frac{700}{8} & 700 \\ \frac{1}{700} + \frac{-18.95j}{700} & 1 + \frac{700}{700} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 + 36.9j & 700 \\ 1.43 \times 10^{-3} + 0.106j & 2 \end{pmatrix}$$

Запишем основные уравнения передачи в матричной форме. Выполним переход к уравнениям в параметрической форме.



$$\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \end{pmatrix} \quad \begin{cases} I_1 = Y_{11} \cdot U_1 + Y_{12} \cdot U_2 \\ I_2 = Y_{21} \cdot U_1 + Y_{22} \cdot U_2 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{pmatrix} = \frac{1}{|A|} \begin{pmatrix} -A_{22} & A_{12} \\ A_{21} & -A_{11} \end{pmatrix}, \text{ где } |A| = 1.$$

$$Y = \begin{pmatrix} 2.86 \times 10^{-3} & -1.43 \times 10^{-3} \\ 1.43 \times 10^{-3} & -5.28j \times 10^{-2} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} \quad \begin{cases} U_1 = Z_{11} \cdot I_1 + Z_{12} \cdot I_2 \\ U_2 = Z_{21} \cdot I_1 + Z_{22} \cdot I_2 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{pmatrix} = \frac{1}{|A|} \begin{pmatrix} A_{22} & -A_{12} \\ -A_{21} & A_{11} \end{pmatrix}$$

$$Z = \begin{pmatrix} 3.5 \times 10^2 & -0.13 + 9.47j \\ 4.74j & -0.26 + 18.94j \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} U_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ U_2 \end{pmatrix} \quad \begin{cases} U_1 = H_{11} \cdot I_1 + H_{12} \cdot U_2 \\ I_2 = H_{21} \cdot I_1 + H_{22} \cdot U_2 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{pmatrix} = \frac{1}{|A|} \begin{pmatrix} |A| & -A_{12} \\ -A_{21} & |A| \end{pmatrix}$$

$$H = \begin{pmatrix} 3.5 \times 10^2 & 0.5 \\ 0 & -7.14 \times 10^{-4} - 5.28j \times 10^{-2} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} I_1 \\ U_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_{11} & E_{12} \\ - & E_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_1 \\ I_2 \end{pmatrix} \begin{cases} I_1 = E_{11} \cdot U_1 + E_{12} \cdot I_2 \\ U_2 = E_{21} \cdot U_1 + E_{22} \cdot I_2 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} E_{11} & E_{12} \\ E_{21} & E_{22} \end{pmatrix} = \frac{1}{|A|} \begin{pmatrix} A_{22} & |A| \\ A_{11} & -A_{12} \end{pmatrix}$$

$$F = \begin{pmatrix} 2.86 \times 10^{-3} + 3.86j & 7.32 \times 10^{-2} - 2.71j \\ 7.32 \times 10^{-4} - 2.71j & -0.512 + 18.9j \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} U_1 \\ I_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_2 \\ I_2 \end{pmatrix} \begin{cases} U_1 = A_{11} \cdot U_2 + A_{12} \cdot I_2 \\ I_1 = A_{21} \cdot U_2 + A_{22} \cdot I_2 \end{cases}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 + 36.9j & 700 \\ 1.43 \times 10^{-3} + 0.106j & \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} U_2 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_1 \\ I_1 \end{pmatrix} \begin{cases} U_2 = B_{11} \cdot U_1 + B_{12} \cdot I_1 \\ I_2 = B_{21} \cdot U_1 + B_{22} \cdot I_1 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{pmatrix} = \frac{1}{|A|} \begin{pmatrix} A_{22} & -A_{12} \\ -A_{21} & A_{11} \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 2 & -70 \\ -1.43 \times 10^{-3} - 0.106j & 1 + 36.9j \end{pmatrix}$$