

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ**  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего  
образования  
«Уфимский государственный авиационный технический университет»  
(ФГБОУ ВО «УГАТУ»)



ЛЕКЦИОННОЕ ЗАНЯТИЕ

## **ДИНАМИКА.**

**Динамика материальной точки.  
Введение. Основные законы  
динамики. Две задачи динамики.**

Кафедра теоретической





# Динамика

Введение

Раздел 1 . Динамика материальной точки

1.1. Основные законы динамики

1.2. Дифференциальные уравнения движения свободной материальной точки и их применение к решению двух основных задач динамики точки.



# Введение

**Динамика** - это раздел механики, в котором изучается механическое движение материальных объектов под действием сил.

## Основные задачи

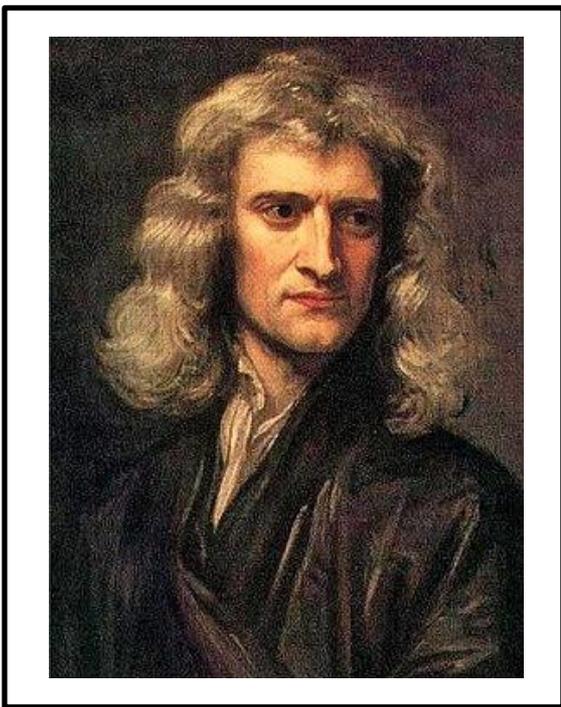
### динамики

1. зная движение - определить силы

2. зная силы – определить движение

Для решения этих задач используют методы:

- сложения сил
- приведение систем сил к простейшему виду
- способы задания движения тел
- определение основных кинематических характеристик движения



**Исаак Ньютон**  
(1643-1727)  
«Математические  
начала натуральной  
философии» 1687г.



## Основные виды

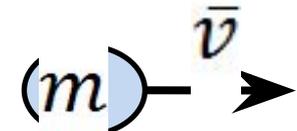
### сил:

- Сила тяжести
- Сила трения
- Сила упругости
- Сила вязкого трения

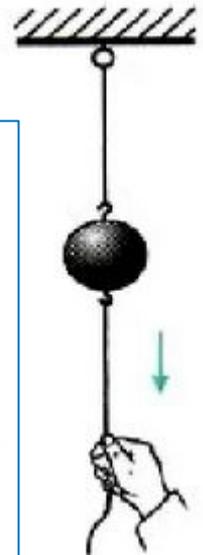
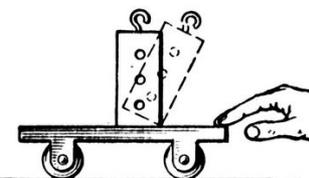
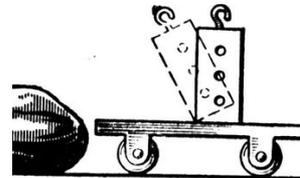
# Основные законы

## Первый закон (закон инерции)

Всякая материальная точка сохраняет свое состояние покоя или равномерного и прямолинейного движения, пока и поскольку приложенные к ней силы не заставят ее изменить



$\vec{v} = const$   
 $\vec{F} = 0$

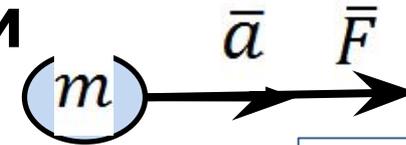


- **Инертность(инерция)** - сохранение скорости МТ при отсутствии действия на него других тел.
- **Движение по инерции**(инерциальное движение)
- **Инерциальная система отсчета** (связанная с Землей – для решения технических задач) – система отсчета покоится или движется равномерно и прямолинейно
- **Неинерциальная система отсчета** – система отсчета движется неравномерно или криволинейно
- **Масса точки** – скалярная величина, определяет меру инертности МТ.

# Основные законы динамики

## Второй закон (основной закон

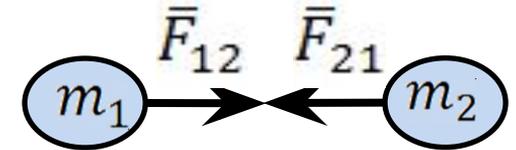
**Ньютона)** Ускорение массы точки на ускорение, которое она получает под действием данной силы, равно по модулю этой силе, а направление ускорения совпадает с направлением силы.



$$m\bar{a} = \bar{F}$$

## Третий закон (закон равенства действия и

**противодействия)** Две точки действуют друг на друга с силами, равными по модулю и направленными вдоль прямой, соединяющей эти точки, в противоположные стороны.



$$\bar{F}_{12} = -\bar{F}_{21}$$

## Четвертый закон (закон независимости

**действия сил)** Если на материальную точку действуют одновременно несколько сил, то она получает ускорение, равное геометрической сумме тех ускорений, которые каждая сила сообщила бы, действуя отдельно.

$$\bar{a} = \bar{a}_1 + \bar{a}_2 + \dots + \bar{a}_n$$



$$m\bar{a} = m\bar{a}_1 + m\bar{a}_2 + \dots + m\bar{a}_n$$

$$m\bar{a} = \bar{F}_1 + \bar{F}_2 + \dots + \bar{F}_n = \sum_{i=1}^n \bar{F}_i$$

$$[F] = [m][a]$$

**Ньютон (Н)** – это сила, которая МТ с массой в 1 кг сообщает ускорение, равное  $1\text{ м/сек}^2$

**Дина (дин)** – это сила, которая МТ с массой в 1 г сообщает ускорение, равное  $1\text{ см/сек}^2$

**Килограмм-сила (кГ)** – это сила, которая МТ с массой 1 кг сообщает ускорение, равное  $9,81\text{ м/сек}^2$

**Техническая единица массы (т.е.м.)** – это масса такой МТ, которой сила в 1 кГ сообщает ускорение в  $1\text{ м/сек}^2$

## Система единиц

$$1\text{ Н} = \text{кг} \cdot \frac{\text{м}}{\text{сек}^2}$$

$$1\text{ дин} = \text{г} \cdot \frac{\text{см}}{\text{сек}^2}$$

$$1\text{ кГ} = \text{кг} \cdot \frac{\text{м}}{\text{сек}^2}$$

$$1\text{ т. е. м.} = \frac{\text{кГ} \cdot \text{сек}^2}{\text{м}}$$

### Соотношения в разных системах

$$1\text{ Н} = 10^5\text{ дин}$$

$$1\text{ Н} = 0,102\text{ кГ}$$

$$1\text{ кГ} = 0,102\text{ т. е. м.}$$

$$1\text{ дин} = 10^{-5}\text{ Н}$$

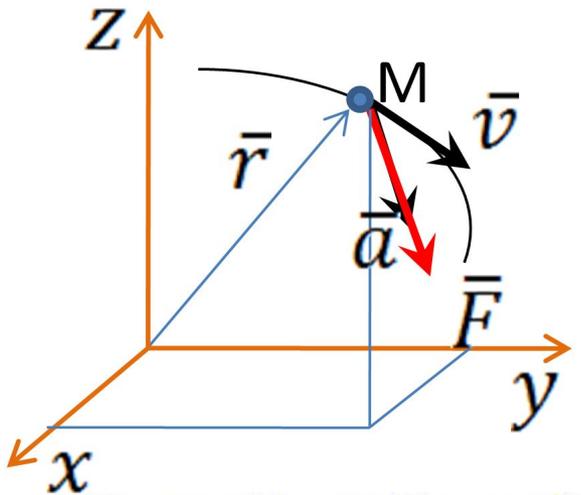
$$1\text{ кГ} = 9,81\text{ Н}$$

$$1\text{ т. е. м.} = 9,81\text{ кГ}$$

## ДУ движения свободной материальной точки

### ТОЧКИ

Материальная точка называется свободной, если она под действием приложенных к ней сил может иметь движение в любом направлении в соответствии с основными законами динамики.



$$\bar{r} = x \cdot \bar{i} + y \cdot \bar{j} + z \cdot \bar{k}$$

$$\bar{a} = \dot{\bar{v}} = \ddot{\bar{r}}$$

$$m\ddot{\bar{r}} = \bar{F}$$

$$m\dot{\bar{v}} = \bar{F}$$

В векторной  
форме

$$m\bar{a} = \sum_{i=1}^n \bar{F}_i$$

**второй закон**

**динамики** массой  $m$ , на которую действуют  $n$ -сил.

$$m\ddot{x} = F_x$$

$$m\ddot{y} = F_y$$

$$m\ddot{z} = F_z$$

в проекциях

$$m\ddot{x} = F_x(t; x, y, z; \dot{x}, \dot{y}, \dot{z})$$

$$m\ddot{y} = F_y(t; x, y, z; \dot{x}, \dot{y}, \dot{z})$$

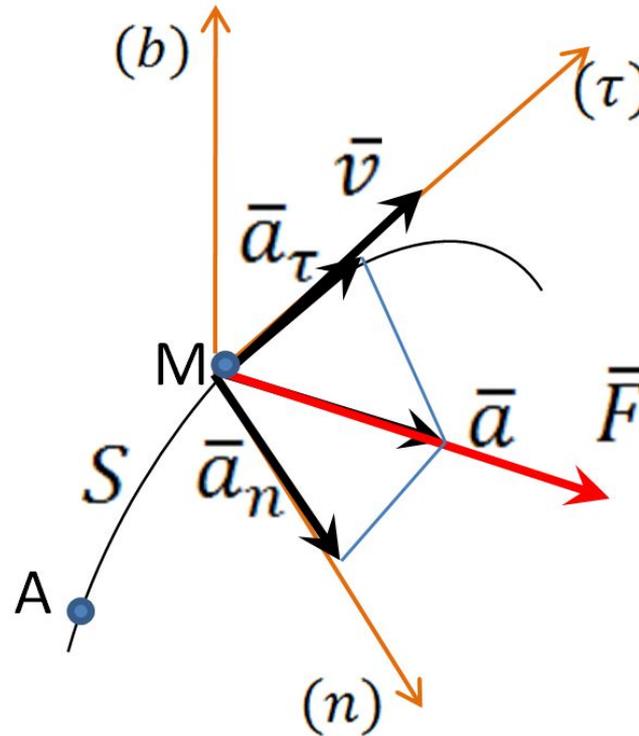
$$m\ddot{z} = F_z(t; x, y, z; \dot{x}, \dot{y}, \dot{z})$$

В общем  
случае

  
**ДУ движения свободной материальной точки**  
 (в проекциях на естественный трехгранник)

$$\left\{ \begin{array}{l} ma_{\tau} = F_{\tau} \\ ma_n = F_n \\ ma_b = F_b \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} m\ddot{s} = F_{\tau} \\ m \frac{v_{\tau}^2}{\rho} = F_n \\ 0 = F_b \end{array} \right.$$



$$\left\{ \begin{array}{l} a_{\tau} = \ddot{s} \\ a_n = \frac{v_{\tau}^2}{\rho} \\ a_b = 0 \end{array} \right.$$

$$a = \sqrt{a_{\tau}^2 + a_n^2}$$

$$F = \sqrt{F_n^2 + F_{\tau}^2}$$



## Первая (основная) задача динамики

зная движение данной материальной точки или механической системы, определить, под действием каких сил такое движение

1-я

прямая

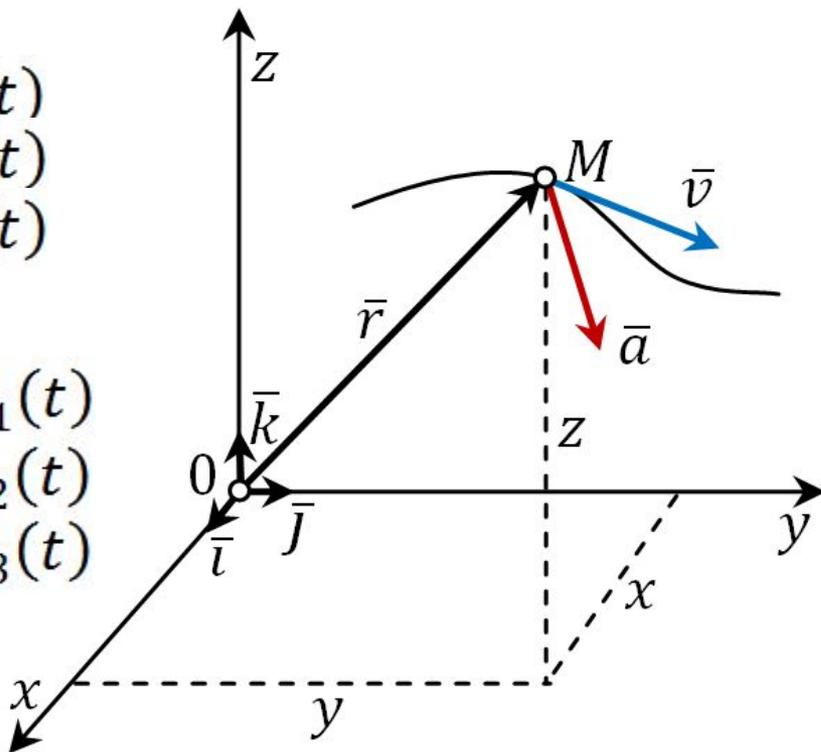
Задан закон движения точки (координатным способом)

$$x = f_1(t)$$

$$y = f_2(t)$$

$$z = f_3(t)$$

$$\begin{cases} \ddot{x} = f''_1(t) \\ \ddot{y} = f''_2(t) \\ \ddot{z} = f''_3(t) \end{cases}$$



$$\begin{cases} m\ddot{x} = F_x \\ m\ddot{y} = F_y \\ m\ddot{z} = F_z \end{cases}$$

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2}$$

$$\cos(\widehat{\vec{F}, \vec{i}}) = \frac{F_x}{F} \quad (xyz)$$



## Пример решения первой задачи динамики

Уравнение поступательно движущегося тела весом  $G=4,9$  Н имеют вид. Определить модуль и направление действующей на тело силы  $F$ , приняв  $g=9,80\text{м/с}^2$ .

Решение

:

Дано

$$G=4,9$$

$$g=9,80\text{м/с}^2$$

$$x = 2t^2 + 1$$

$$y = t^2 + 1$$

$$z = 3t^2 - 1$$

---

$$F=?$$



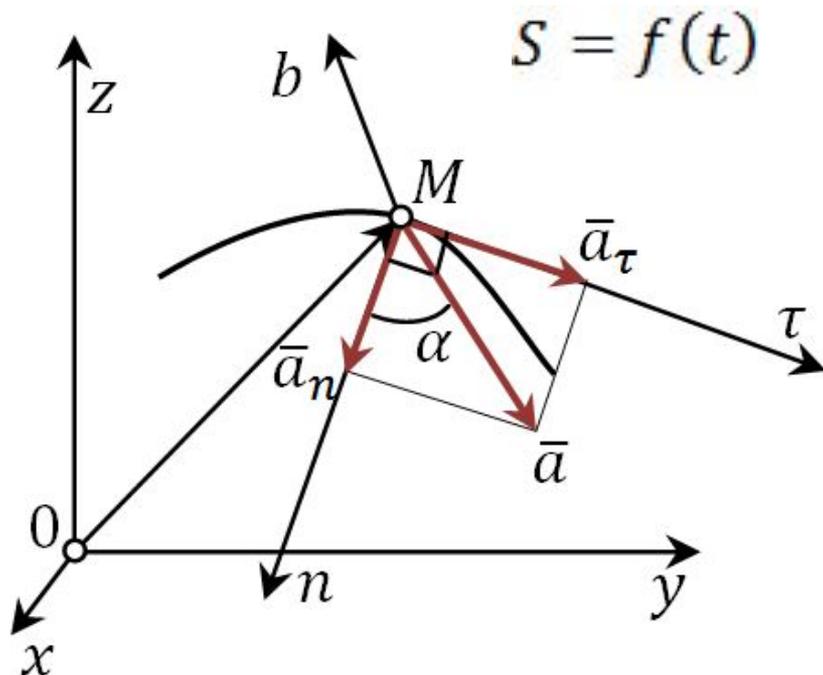
## Первая (основная) задача динамики

зная движение данной материальной точки или механической системы, определить, под действием каких сил такое движение происходит

1-я

прямая

**Задан закон движения точки (естественным способом)**



$$\left\{ \begin{array}{l} a_{\tau} = \frac{d^2 S}{dt^2} = \frac{dv}{dt} \\ a_n = \left( \frac{dS}{dt} \right)^2 \cdot \frac{1}{\rho} = \frac{v^2}{\rho} \end{array} \right. \quad a = \sqrt{a_{\tau}^2 + a_n^2}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} m\ddot{s} = F_{\tau} \\ m \frac{v_{\tau}^2}{\rho} = F_n \\ 0 = F_b \end{array} \right. \quad F = \sqrt{F_n^2 + F_{\tau}^2}$$



## Пример решения первой задачи динамики

Материальная точка  $G=10\text{Н}$  движется по окружности радиуса  $R=100\text{м}$  в горизонтальной плоскости под действием переменной силы. В период разгона точка движется согласно закону  $S=0,1t^3$ . Определить модуль действующей силы в момент когда скорость точки равна  $30\text{м/с}$ , приняв  $g=10\text{м/с}^2$ .

Решение

:

Дано

$$G=10$$

$$g=10\text{м/с}^2$$

$$V=30\text{м/с}$$

$$S=0,1t^3$$

$$R=100\text{м}$$

$$F=?$$



## Вторая основная задачи динамики

зная силы, действующие на данную материальную точку или механическую систему, определить движение этой материальной точки или механической системы

2-я  
обратная

1. Составление ДУ движения  $m\ddot{x} = F_x$  прямолинейное движение точки
2. Интегрирование составленного ДУ движения (нахождение общего решения)

От времени

$$m\ddot{x} = F_x(t)$$

$$m \frac{dv_x}{dt} = F_x(t)$$

$$mdv_x = F_x(t)dt$$

От расстояния

$$m\ddot{x} = F_x(x)$$

$$m \frac{dv_x}{dt} \frac{dx}{dx} = F_x(x)$$

$$mv_x dv_x = F_x(x)dx$$

3. Определение произвольных постоянных интегрирования

$$t_0 = 0$$

$$v_0 = v_{x0}$$

$$x_0 = x$$

4. Исследование движения точки



В результате 1-го интегрирования

$$v_x = \varphi_1(t, C_1)$$

$$v_x = \varphi_2(x, C_1)$$

В результате 2-го интегрирования

$$x = f(t, C_1, C_2)$$



## Пример решения второй основной задачи

Груз весом  $P$  начинает двигаться из состояния покоя по динамике гладкой горизонтальной плоскости под действием силы  $F$ , значение которой растет пропорционально времени по закону  $F=kt$ . Найти закон движения груза.

Решение

:

Дано

$$F=kt$$

$P$

$$x(t)=?$$

