

Процентные ставки и доходность основных ценных бумаг

Более всего финансовая наука связана с анализом прибыльности инвестиционной деятельности. Цель инвестиций - увеличение благосостояния инвестора. Это увеличение называется доходом, а при выражении в процентах от стоимости инвестиций - ставкой дохода.

Процентные ставки, вероятно, - наиболее часто используемые финансовые показатели. Многие экономические агенты берут кредит и платят проценты по этому кредиту. Многие помещают деньги в банк или другое финансовое учреждение и получают за это процентные платежи. Известно, что существует большое разнообразие процентных ставок по кредитам и вкладам. Эти ставки отличаются не только по величине, но и по методу их вычисления. Одни процентные ставки фиксированы в течение всего периода действия договора, другие же могут изменяться на оговоренных условиях в определенные промежутки времени. Существуют и такие, например, по ипотечным ссудам, которые могут меняться по желанию кредитора. Но почему же вообще выплачиваются проценты по кредитам и депозитам?

Чтобы ответить на этот вопрос, необходимо осознать, что деньги приносят выгоду или обеспечивают благосостояние только косвенно, являясь средством обмена. Это означает, что они должны быть обменены на другие товары или услуги, чтобы принести прямую пользу. Следовательно, деньги сами по себе (банкноты, монеты, банковские счета) мало удовлетворяют жизненные потребности. Это происходит путем обмена денег на товары и услуги, такие, как продукты питания, одежда и жилье.

Таким образом, когда кто-либо инвестирует деньги, он отказывается от возможности обратить их в товары и услуги, которые приносят пользу напрямую. Поэтому ему придется довольствоваться более низким уровнем полезности, чем если бы деньги были употреблены для приобретения товаров и услуг вместо инвестирования. Эта потеря потенциальной полезности должна быть компенсирована - в этом состоит важнейшая функция процента.

О деньгах говорят, что они характеризуются **положительным временным предпочтением** (positive time preference).

Проценты компенсируют заимодавцу невозможность удовлетворить эти предпочтения в момент инвестирования средств. Заемщики готовы заплатить за использование средств, потому что это позволяет им иметь дополнительную выгоду раннего потребления в результате получения средств от инвестора.

Из того, что было изложено, должно быть ясно, что существует множество процентных ставок. В любое время на финансовых рынках существует ряд процентных ставок, поэтому полезно разделить факторы, определяющие эти ставки, на две группы: те, которые определяют общий уровень процентных ставок, и те, которые определяют различие

Факторы, влияющие на уровень процентных ставок:

- политика правительства
- денежная масса
- ожидания относительно будущей инфляции.

Факторы, влияющие на различие процентных ставок:

- время до погашения финансовых обязательств
- риск невыполнения обязательств
- ликвидность финансовых обязательств
- налогообложение
- другие различные факторы, специфические для конкретных финансовых обязательств, например, предоставлено ли обеспечение активами, включены ли права выбора в договор

Временная стоимость денег

Временная стоимость денег имеет отношение к процессу определения текущей стоимости, т.е. сегодняшней стоимости суммы, обещанной в какой-либо момент в будущем, или к расчету будущей стоимости, т.е. стоимости суммы в будущем, полученной или уплаченной сегодня. Процесс определения текущей стоимости денег называется дисконтированием, а будущей - наращением.

Наиболее распространенное применение дисконтирования - это оценка облигаций путем дисконтирования будущих купонных платежей, а также оценка акций на основе использования модели дисконтирования дивидендов.

Применение процентных ставок в расчетах

1) Простые проценты.

Предположим, что первоначальная сумма PV была помещена в банк под r процентов годовых. Тогда через время n (периодов) наращенная сумма FV составит величину:

$$FV = PV * (1 + r * n)$$

2) Сложные проценты.

Предположим, что первоначальная сумма PV была помещена в банк под r процентов годовых. В конце года банк начисляет по вкладу проценты и причисляет их к основной сумме вклада. Тогда через n лет наращенная сумма FV составит величину:

$$FV = PV * (1 + r)^t$$

3) Дисконтирование.

$$PV = \frac{FV}{(1 + r)^n}$$

В этой формуле величина $\frac{1}{(1+r)^n}$ называется коэффициентом дисконтирования, величина r называется ставкой процента, выраженной в долях единицы, под которую размещается текущая стоимость; величина n называется числом периодов начисления процентов по ставке r .

Соглашения по подсчету дней.

Одна из сложностей, которая возникает при вычислении процентных доходов, - это соглашения, принятые на данном конкретном рынке по подсчету количества дней. По всем финансовым инструментам наращение происходит ежедневно, однако существуют расхождения между разными рынками в подсчете процентов - одни берут за основу 360 дней в году, а другие - 365 дней или 366 в високосном году. Кроме того, на некоторых рынках принимается в месяце 30 дней, независимо от их реального количества. В Германии по денежным инструментам расчет ведется исходя из 360 дней в году и 30 дней в каждом месяце. Во Франции - 365 дней в году и 30 дней в каждом месяце, в Великобритании – 365 дней в году и 30/31 день в месяце.

Для определения эффективности сделки используют две величины:

- относительный рост (интерес, interest rate, return)

$$r_T = \frac{FV - PV}{PV}$$

из формулы $FV = PV(1 + r_T)$

- и относительную скидку (дисконт, discount rate)

$$d_T = \frac{FV - PV}{FV}$$

из формулы

$$PV = FV(1 - d_T)$$

Взаимосвязь относительного роста r и относительной скидки d :

$$r_T = \frac{d_T}{1 - d_T} \qquad d_T = \frac{r_T}{1 + r_T}$$

Как правило, и рост, и дисконт выражаются в процентах, умножая соответствующие величины на 100. Эта традиция настолько сильна, что вместо термина «рост» часто говорят «ставка процента».

Эффективная ставка

Эффективной называется годовая ставка сложных процентов, дающая то же соотношение между выданной суммой $S(0)$ и суммой $S(T)$, которая получена при любой схеме выплат. Мера доходности к погашению недооценивает возможные поступления от реинвестирования выплат по облигациям. Строго говоря, любая ставка, рассчитанная с учетом эффекта сложных процентов, называется эффективной.

Общая формула эффективной ставки r_{ef} следует из определения:

$$y_{ef} = (1 + r)^{\frac{1}{T}} - 1$$

где T выражено в годах. Расчет эффективной ставки - один из основных инструментов финансового анализа. Знание его позволяет сравнивать между собой сделки, построенные по различным схемам: чем выше эффективная ставка, тем (при прочих равных условиях) выгоднее сделка для кредитора.

Оценка потока платежей

Многие финансовые контракты, в том числе контракты, оформленные в виде рыночных ценных бумаг, предусматривают не однократную выплату в конечный момент, а многократные выплаты в различные промежутки времени. Взаимоотношения между кредитором и дебитором в общем случае определяются потоком платежей.

Предположим, что некто купил облигацию, которая гарантировано должна приносить купонные доходы в размере 1 тыс. руб. в течение 10 лет в конце каждого года. Предположим также, что это физическое лицо открыло в банке счет до востребования, на который будут зачисляться купонные выплаты. Вычислить сумму, которой будет обладать на счете этот человек через 10 лет после его открытия, если банк по таким счетам начисляет r % годовых.

В конце 1-го года на счете окажется
1 тыс. руб.

В конце 2-го года на неё будут начислены
проценты и добавится ещё 1 тыс. руб. или
 $1 \text{ тыс. руб.} * (1 + (1 + r))$.

В конце 3-го года

$1 \text{ тыс. руб.} * (1 + (1 + r) * [1 + (1 + r)])$

и так далее.

Конечный результат можно представить в виде:

$$S(10) = 1000 * (1 + (1+r)[1 + (1+r)[1 + \dots + 1+r]] \dots) = 1000 * (1 + (1+r) + (1+r)^2 + (1+r)^3 \dots + (1+r)^9)$$

$$S_n = S_1 \frac{(1+r)^n - 1}{r}$$

Текущая стоимость аннуитета:

$$PV = \sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{1+r} \right)^k * C = \frac{1 - (1+r)^{-n}}{r} * C$$

Двусторонний поток платежей, чистая приведённая величина

Финансовая операция может предусматривать неоднократные и разновременные переходы денежных сумм от одного владельца к другому. Рассматривая поток платежей с позиции одного из них, можно считать все поступления к нему положительными величинами, а все выплаты – отрицательными. Для оценки финансовой операции в целом используется чистая приведённая величина (net present value, NPV), вычисляемая по формуле $NPV = \sum_{k=1}^n C_k V_{t_k}$, но с учётом знака величины.

Пример: Контракт между фирмой и банком предусматривает, что банк предоставляет в течение 2-х лет кредит фирме ежегодными платежами в размере 1 млн. руб. в начале каждого года под ставку 10% годовых. Фирма возвращает долг, выплачивая 1 и 1.5 млн. руб. в конце 2-го и 3-го годов. Какова NPV этой операции для банка?

$$NPV = -1 - 1 * \frac{1}{1+0.1} + 1 * \frac{1}{(1+0.1)^2} + 1.5 * \frac{1}{(1+0.1)^3} = 0.044 \text{ млн. руб.}$$

Поскольку результат положителен, то эта операция является для банка приемлемой.

Непрерывная ставка (сила роста) И ДИСКОНТ

В теоретическом анализе, а иногда на практике, когда платежи поступают или изымаются многократно за период оценки работы финансового учреждения, удобно предполагать, что накапливаемые суммы непрерывно меняются во времени. Если $S(t)$ – сумма в любой момент времени t , то её скорость роста, производная по времени, по определению равна:

$$\frac{dS}{dt} = \lim_{\Delta \rightarrow 0} \frac{S(t + \Delta) - S(t)}{\Delta}$$

Отношение скорости роста к текущему значению называется силой роста или непрерывной ставкой процента (дельта):

$$\delta = \frac{1}{S(t)} * \frac{dS}{dt} = \frac{d}{dt} [\ln S(t)]$$

т.е. сила роста является производной натурального логарифма изменяющейся суммы $S(t)$.

Величина дельта также может зависеть от времени. Если сила роста (t) задана, то можно найти накопленную за любое время T сумму:

$$S(T) = S(0) * e^{\int_0^T \delta(t) dt}$$

При постоянной силе роста $(t) = \text{const}$ получаем:

$$S(T) = S(0) * e^{\delta * t}$$

где число «e» – основание натурального логарифма, оно равно 2.718.

Оценка стоимости и доходности ценных бумаг

- Облигации.

Финансовые инструменты оцениваются исходя из суммы текущих стоимостей всех ожидаемых будущих денежных потоков, а фьючерсные и форвардные контракты - по будущей стоимости текущего денежного потока. Здесь мы продемонстрируем использование процентных ставок в процессах дисконтирования и наращивания в оценке банковских депозитных сертификатов, казначейских векселей, облигаций с нулевым купоном, купонных облигаций и акций компаний.

Сегодня стоимость некоторой суммы денег, обещанной в будущем, меньше, чем ее будущая стоимость. Даже в мире, характеризующемся отсутствием рисков, это условие по-прежнему будет выполняться, потому что денежные средства могли быть инвестированы по процентной ставке, свободной от риска. Поэтому будущая стоимость денег, инвестированных сегодня, будет больше стоимости этой же суммы, обещанной в будущем. В мире, в котором мы живем и который характерен наличием рисков, существует ряд неопределенностей, касающихся стоимости денег, обещанных в будущем, таких, как инфляция и невыполнение договорных обязательств.

Для сравнения стоимостей различных денежных потоков в разные периоды времени в будущем необходимо дисконтировать будущие потоки наличности и привести их к текущей стоимости. **Текущая стоимость** - это сумма, которая при инвестировании под существующую процентную ставку до определенной даты платежа имела бы стоимость, равную по величине сумме платежа, обещанного в этот момент в будущем.

Дискретное дисконтирование. Во многих финансовых операциях, даже краткосрочных, при дисконтировании используются сложные проценты.

Будем считать, что фактические будущие выплаты по облигации в точности соответствуют обещанным и равны C_1, C_2, \dots, C_n . Доход выплачивается через равные промежутки времени 1, 2, ..., n . Инвестиционная стоимость облигации за n купонных периодов до погашения в этом случае равна:

$$V = \frac{C_1}{1+r_1} + \frac{C_2}{(1+r_2)^2} + \dots + \frac{C_n}{(1+r_n)^n} + \frac{N}{(1+r_n)^n}$$

Если купонные выплаты и процентная ставка, по которой дисконтируются эти выплаты, будут равны между собой, то инвестиционная стоимость облигации будет:

$$V = \sum_{t=1}^n \frac{C}{(1+r)^t} + \frac{N}{(1+r)^n}$$

- Для бессрочной облигации уравнение значительно упрощается:

$$V = \frac{C}{r}$$

Такое же уравнение справедливо и для оценки стоимости акции, по которой выплачиваются стабильные дивиденды в размере d рублей:

$$V = \frac{d}{r}$$

Если выплачиваемые дивиденды по акциям из года в год увеличиваются на g процентов, то стоимость акции можно оценить по формуле Гордона:

$$V = \frac{d(1+g)}{r-g}$$

Непрерывное дисконтирование

- Так же, как и в случае с наращением, период между процессами дисконтирования может быть уменьшен до такой степени, что дисконтирование происходит непрерывно.

Формула для непрерывного дисконтирования выглядит так:

$$PV = CF * e^{-rt}$$

где CF – величина денежного потока.
Следовательно, при непрерывном дисконтировании число « e » возводится в отрицательную степень ($-r \cdot t$).

Расчет доходности облигаций

А) Чистая приведённая стоимость.

Разница между стоимостью облигации и её рыночной ценой есть чистая стоимость (NPV) облигации

$$NPV = V - P$$

Как для любой инвестиции, положительная величина NPV говорит о выгодности приобретения (недооценённости) облигации, и наоборот, если NPV меньше нуля – облигация переоценена, и её выгодно продать.

Б) Доходность к погашению.

Доходность к погашению (более точно – обещанная доходность к погашению) облигации есть такое значение ставки дисконтирования, при котором суммарная приведённая стоимость платежей по облигации равняется текущей рыночной цене. Доходность к погашению – не что иное, как внутренняя норма доходности инвестиций в данную облигацию. Математически – доходность к погашению есть такое значение « y », для которого выполняется равенство:

$$P = \sum_{t=1}^n \frac{C_t}{(1+y)^t} + \frac{N}{(1+y)^n}$$

где P – рыночная цена облигации, C – купон, N – номинал, n – количество купонных периодов до момента погашения. Если купонные выплаты производятся чаще, чем один раз в год, полученную величину « u » необходимо привести к годовому измерению, умножив на количество купонных выплат в году. Очевидно, что такой метод расчёта годовой ставки доходности недооценивает эффективную ставку доходности (доходы от реинвестирования). Тем не менее, в большинстве случаев рыночные соглашения предусматривают именно такую процедуру. Показатель, рассчитанный по

В) Текущая доходность.

Упрощенной мерой доходности облигации является показатель текущей доходности равный отношению купонных выплат в годовом измерении к текущей цене облигации

$$y_e = \frac{m * C}{P}$$

где y_e - текущая доходность, C – объём одной купонной выплаты, m – количество купонных выплат в году, P – цена облигации.

Г) Доходность дисконтных облигаций.

По отношению к дисконтным облигациям сроком обращения менее одного года, как правило, рассчитывается простая ставка доходности:

$$y_n = \left(\frac{N - P}{P} \right) \frac{d_y}{d_m}$$

где y_n - простая ставка доходности в годовом измерении, N - номинальная стоимость облигации, P - текущая цена, d_y - количество дней в году, d_m - количество дней до погашения.

Банковские депозитные сертификаты

Депозитные сертификаты выдаются банком в обмен на средства, размещаемые у них. Подобные депозиты отличаются от обычных банковских депозитов лишь только тем, что сертификаты, подтверждающие наличие срочного депозита в банке, могут обращаться на вторичном рынке. Депозитные сертификаты (ДС) выдаются согласно номинальной стоимости, а проценты выплачиваются при погашении, когда возвращается основная сумма. Рассмотрим два ДС, оба деноминированы в фунтах стерлингов, но один выпущен на европейском рынке, а другой - на внутреннем (английском). Каждый из сертификатов имеет срок действия один год и обращается уже в течение 91 дня, ставка доходности по сертификатам составляет 6%.

Стоимость ДС размером в 1 000 000 фунтов при погашении составит: первоначальная сумма + накопленные за 365 дней проценты. Однако по ДС на внутреннем рынке проценты будут начисляться исходя из метода АСТ/365, когда как по евродепозитному сертификату будет применяться метод АСТ/360. Тогда будущие стоимости каждого из них равны:

$$FV_{\text{внутрен}} = 1000000 \left[1 + \left(0.06 \frac{365}{365} \right) \right] = 1060000$$

$$FV_{\text{евро}} = 1000000 \left[1 + \left(0.06 \frac{365}{360} \right) \right] = 1060833.33$$

Казначейские векселя

Казначейский вексель - общий термин для обозначения государственных краткосрочных ценных бумаг со сроком обращения обычно 90 дней, но казначейские векселя могут также иметь сроки как от одного месяца, так и до одного года. Обычно рынок казначейских векселей высоколиквиден, а их эмиссия происходит довольно часто, как правило, еженедельно (в США).

Казначейские векселя выпускаются по дисконтированной стоимости, а погашаются по номиналу, таким образом, дисконт представляет собой доход инвестора.

На наличном рынке казначейских векселей их котировка происходит в форме ставок дисконтирования, а не в форме цены. Типичным котировочным предложением может быть 7.0-6.9, что означает желание трейдера покупать вексель по дисконтной ставке 7% годовых, а продавать - по 6.9% годовых.

Доходность казначейского векселя (y) находится при известном дисконте следующим образом:

$$y = \left(\frac{\text{Дисконт}}{\text{Номинал}} \right) \cdot \left(\frac{365}{n} \right)$$

Обыкновенные акции

Один из методов оценки обыкновенных акций состоит в расчете текущей стоимости всех ожидаемых будущих дивидендов, т.е. расчете по так называемой модели дисконтирования дивидендов. Хотя стоимость акций обычно рассматривается как функция ожидаемых будущих доходов, модель дисконтирования дивидендов расценивает дивиденды как показатель доходов, и таким образом учитывает будущие доходы. Это допущение приемлемо при условии, что фирма может либо выплатить прибыль в качестве дивидендов, либо реинвестировать ее в производство.

Обыкновенные акции

В случае реинвестирования и одновременного принятия политики по увеличению дивидендов будущие дивиденды по величине будут больше текущих. Дивиденды будут расти до тех пор, пока часть прибыли направляется на развитие бизнеса. Теоретическая цена обыкновенной акции может быть выражена в следующем виде:

$$P_0 = \frac{D_1}{1+k} + \frac{D_1(1+g_2)}{(1+k)^2} + \frac{D_1(1+g_2)(1+g_3)}{(1+k)^3} + \dots + \frac{D_1(1+g_2)\dots(1+g_n)}{(1+k)^n}$$

где D_i - дивиденды, выплачиваемые в конце периода i ; g_i - темп роста дивидендов.