



СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

1. Виды систем счисления
2. История непозиционных систем счисления
3. Перевод чисел из десятичной СС в двоичную и обратно
4. Самостоятельная работа



Пьер Симон Лаплас
(1749 - 1827 гг.)

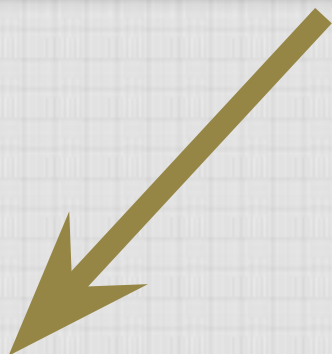
«Мысль – выразить все числа немногими знаками, придавая им не только значение по форме, но еще и значение по месту, настолько проста, что именно из-за этой простоты трудно оценить, насколько она удивительна ...»



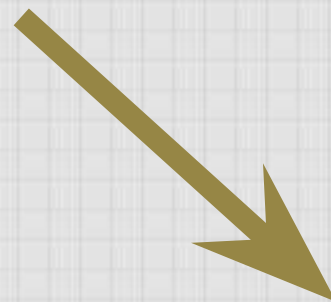
Система счисления - это совокупность приемов и правил записи чисел с помощью определенного набора символов (*некоторый способ кодирования числовой информации*).



Системы счисления



непозиционные



позиционные

Цифры – знаки которые используются для записи чисел

ИСТОРИЯ РАЗВИТИЯ СИСТЕМ СЧИСЛЕНИЯ





Непозиционные системы счисления

Как только люди начали считать, у них появилась потребность в записи чисел. Находки археологов на стоянках первобытных людей свидетельствуют о том, что первоначально количество предметов отображали равным количеством каких-либо значков (бирок):

~~Зарубок~~ | черточек | точек



Позже, для облегчения счета, эти значки стали группировать по три или по пять. Такая система записи чисел называется **единичной (унарной)**, так как любое число в ней образуется путем повторения одного знака, символизирующего единицу.

Отголоски единичной системы счисления встречаются и сегодня. *Так, чтобы узнать, на каком курсе учится курсант военного училища, нужно сосчитать, какое количество полосок нашито на его рукаве. Сами того не осознавая, единичной системой счисления пользуются малыши, показывая на пальцах свой возраст, а счетные палочки используется для обучения учеников 1-го класса счету*





Единичная система — не самый удобный способ записи чисел.

Записывать таким образом большие количества утомительно, и сами записи при этом получаются очень длинными.

С течением времени возникли иные, более удобные, системы счисления.



Древнеегипетская десятичная непозиционная система счисления. Примерно в третьем тысячелетии до нашей эры древние египтяне придумали свою числовую систему, в которой для обозначения ключевых чисел 1, 10, 100 и т.д. использовались специальные значки — иероглифы.

Все остальные числа составлялись из этих ключевых при помощи операции сложения. Система счисления Древнего Египта является десятичной, но непозиционной.





Древнеегипетская нумерация

1	10	100	1000	10 000	100 000	1 000 000

С течением времени эти знаки изменились и приобрели более простой вид:

1	10	100	1000	10 000	100 000	1 000 000

Все остальные числа составлялись из этих ключевых символов при помощи операции сложения. Например, чтобы изобразить 3 252, рисовали три цветка лотоса (три тысячи), два свернутых пальмовых листа (две сотни), пять дуг (пять десятков) и два шеста (две единицы):



Алфавитные системы счисления

Наряду с иероглифическими в древности широко применялись алфавитные системы счисления, в которых числа изображались буквами алфавита. Так, в Древней Греции числа 1, 2, ..., 9 обозначали первыми девятью буквами греческого алфавита: $\alpha = 1$, $\beta = 2$, $\gamma = 3$ и так далее. Для обозначения десятков применялись следующие девять букв: $\iota = 10$, $\kappa = 20$, $\lambda = 30$, $\mu = 40$ и так далее. Для обозначения сотен использовались последние девять букв: $\rho = 100$, $\sigma = 200$, $\tau = 300$ и так далее.

Ниже приведен греческий алфавит с числовыми значениями входящих в него букв.

Буква	Название	Числовой эквивалент	Буква	Название	Числовой эквивалент	Буква	Название	Числовой эквивалент
Αα	Альфа	1	Ιι	Йота	10	Ρρ	Ро	100
Ββ	Бета	2	Κκ	Каппа	20	Σσ	Сигма	200
Γγ	Гамма	3	Λλ	Ламбда	30	Ττ	Тау	300
Δδ	Дельта	4	Μμ	Мю	40	Υυ	Ипсилон	400
Εε	Эпсилон	5	Νν	Ню	50	Φφ	Фи	500
—	—	6	Ξξ	Кси	60	Χχ	Хи	600
Ζζ	Дзета	7	Οο	Омикрон	70	Ψψ	Пси	700
Ηη	Эта	8	Ππ	Пи	80	Ωω	Омега	800
Θθ	Тэта	9	—	—	90	—	—	900



Славянский цифровой алфавит

Буква	Название	Числовой эквивалент	Буква	Название	Числовой эквивалент	Буква	Название	Числовой эквивалент
А	Аз	1	И	И	10	Р	Рцы	100
В	Веди	2	К	Како	20	С	Слово	200
Г	Глаголь	3	Л	Люди	30	Т	Твердо	300
Д	Добро	4	М	Мыслете	40	У	Ук	400
Е	Есть	5	Н	Наш	50	Ф	Ферт	500
З	Зело	6	Х	Хси	60	Х	Хер	600
З	Земля	7	О	Он	70	П	Пси	700
И	Иже	8	П	Покой	80	Ω	Омега	800
Ф	Фита	9	Ц	Червь	90	Ц	Цы	900

Вавилонская система счисления

$$\triangleleft \nabla \nabla = 12, \quad \triangleleft \triangleleft \triangleleft \nabla = 31, \quad \triangleleft \triangleleft \triangleleft \triangleleft \nabla \nabla \nabla \nabla = 45.$$

Все число в целом записывалось в позиционной системе счисления с основанием 60. Поясним это на примерах.

Запись $\nabla \nabla \nabla \nabla \nabla \nabla \nabla \nabla \nabla \nabla \nabla \nabla$ обозначала $6 \cdot 60 + 3 = 363$, подобно тому как наша запись 63 обозначает $6 \cdot 10 + 3$.

Запись $\triangleleft \triangleleft \triangleleft \nabla \nabla \triangleleft \triangleleft \triangleleft \triangleleft \triangleleft \nabla \nabla$ обозначала $32 \cdot 60 + 52 = 1972$; запись $\nabla \nabla \nabla \nabla \nabla \nabla \nabla \nabla \nabla \nabla$ обозначала $1 \cdot 60 \cdot 60 + 2 \cdot 60 + 4 = 3724$.

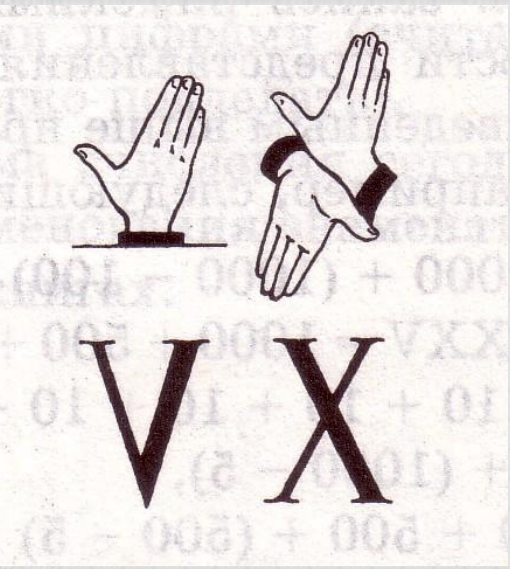


● Примером непозиционной системы, которая сохранилась до наших дней, может служить система счисления, которая применялась более двух с половиной тысяч лет назад в Древнем

Римскими цифрами пользовались очень долго. Еще **200 лет назад** в деловых бумагах числа должны были обозначаться римскими цифрами (считалось, что обычные арабские цифры легко подделать). Римская система счисления сегодня используется, в основном, для наименования знаменательных дат, томов, разделов и глав в книгах.



Римская система счисления



Единицы	Десятки	Сотни	Тысячи
1 I	10 X	100 C	1000 M
2 II	20 XX	200 CC	2000 MM
3 III	30 XXX	300 CCC	3000 MMM
4 IV	40 XL	400 CD	
5 V	50 L	500 D	
6 VI	60 LX	600 DC	
7 VII	70 LXX	700 DCC	
8 VIII	80 LXXX	800 DCCC	
9 IX	90 XC	900 CM	



В римских числах цифры записываются слева направо в порядке убывания.

В таком случае их значения складываются.

Если же слева записана меньшая цифра, а справа - большая, то их значения вычитаются.

Пример:

$$CCXXXII=100+100+10+10+10+1+1=232$$

$$VI=5+1=6$$

$$IV=5-1=4$$

$$MCMXCVIII=$$

$$=1000+(-100+1000)+(-10+100)+5+1+1+1=1998$$



Позиционные системы счисления

Основные достоинства любой позиционной системы счисления — простота выполнения арифметических операций и ограниченное количество символов (цифр), необходимых для записи любых чисел.



- В *позиционных системах счисления* количественное значение цифры зависит от ее позиции в числе.
- Позиция цифры в числе называется *разрядом*.
- Каждая позиционная сс имеет определенный *алфавит цифр* и *основание*.



Для записи чисел в позиционной системе с основанием n нужно иметь алфавит из n цифр. Обычно для этого при $n < 10$ используют n первых арабских цифр, а при $n > 10$ к десяти арабским добавляют буквы. Вот примеры алфавитов нескольких систем.

Система счисления	основание	Алфавит
Десятичная	$n=10$	0,1,2,3,4,5,6,7,8,9
Двоичная	$n=2$	0,1
Восьмеричная	$n=8$	0,1,2,3,4,5,6,7
Шестнадцатеричная	$n=16$	0,1,2,3,4,5,6,7,8,9, A(10), B(11), C(12), D(13), E(14), F(15)



РАЗВЕРНУТОЙ ФОРМУЛОЙ ЧИСЛА НАЗЫВАЕТСЯ ЗАПИСЬ В ВИДЕ:

$$A_q = a_n * q^n + a_{n-1} * q^{n-1} + \dots + a_0 * q^0 + a_{-1} * q^{-1} + \dots + a_{-m} * q^{-m}$$

где

A_q = само число

q - основание системы счисления

a - цифры данной системы счисления

n - число разрядов

Развернутая форма числа в двоичной сс:

$$A_2 = a_n * 2^n + a_{n-1} * 2^{n-1} + \dots + a_0 * 2^0 + a_{-1} * 2^{-1} + \dots + a_{-m} * 2^{-m}$$



Пример: Получить развернутую форму десятичных чисел:

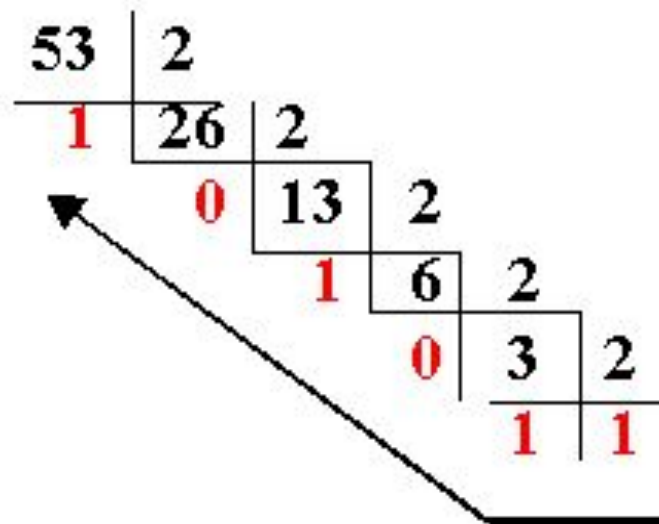
$$32478_{10} = 3 \cdot 10^4 + 2 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10^1 + 8 \cdot 10^0$$

Для перевода целого числа из СС с основанием 10 в СС с основанием 2 необходимо:

основанием 2 необходимо:

Это число разделить на 2, полученное частное вновь делят на 2 и так до тех пор пока последнее частное не окажется меньше 2.

В результате записать в одну строку последнее частное и все остатки, начиная с последнего.



$$53_{10} = 110101_2$$

Проверка:

$$\begin{aligned} 110101_2 &= 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 + \\ &= 32 + 16 + 4 + 1 = 53 \end{aligned}$$



Для удобства запишем начало натурального ряда чисел в десятичной и двоичной системах счисления:

A10	A2	A10	A2
0	0	8	1000
1	1	9	1001
2	10	10	1010
3	11	11	1011
4	100	12	1100
5	101	13	1101
6	110	14	1110
7	111	15	1111

«ЛОМАЕМ» голову

Прочитайте стихотворение А.Н.Старикова:

Ей было 1100 лет,
Она в 101-й класс ходила,
В портфеле по 100 книг носила -
Все это правда, а не бред.
Когда, пыля десятком ног,
Она шагала по дороге,
За ней всегда бежал щенок
С одним хвостом, зато 100-ногий.
Она ловила каждый звук
Своими 10-ю ушами,
И 10 загорелых рук
Портфель и поводок держали.
И 10 темно-синих глаз
Рассматривали мир привычно...
Но станет все совсем обычным,
Когда поймете наш рассказ.






Занимательные задачи №2

Мартышка висит на хвосте и жуёт бананы. В каждой руке по 101 банану, а в каждой ноге – на 1 банан больше, чем в руке. Сколько бананов у мартышки?

Ответ в 2-й СС



Ответы к самостоятельной работе

1. XXIII. X. MMX.

2. 100101_2

3. 1110001_2