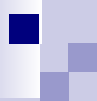


Глава I

Дифференциальные уравнения первого порядка.



1 Основные понятия.

Задача Коши.

Дифференциальное уравнение первого порядка

Это функциональное уравнение $F(x, y, y')$

Или $y' = f(x, y)$ связывающие между собой независимую переменную, искомую функцию $y(x)$ и ее производную $y'(x)$

Общее решение уравнения

$$F(x, y, y')$$

или $y' = f(x, y)$

Это функция $y = \varphi(x, c)$, если при любом допустимом параметре c она является частным решением этого уравнения и, кроме того, любое его частное решение может быть представлено в виде $y = \varphi(x, c_0)$ при некотором значении c_0 параметра c

Задача Коши

Найти решение $y = \varphi(x)$
дифференциального уравнения

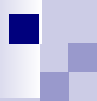
$$y' = f(x, y)$$

удовлетворяющее заданному

начальному условию: $y_0 = \varphi(x_0)$

то есть принимающее при $x = x_0$

заданное значение $y = y_0$



2. Уравнение первого порядка с разделяющимися переменными

Дифференциальное уравнение первого порядка называется уравнением с разделяющимися переменными, если оно имеет

ВИД


$$X(x) \times Y(y) dx + X1(x) \times Y1(y) dy = 0$$

$X(x), X1(x)$ функции только

переменной, x

$Y(y), Y1(y)$ функции только

переменной, y



3. Дифференциальные уравнения, однородные относительно x и y и приводящиеся к ним

Функция $f(x; y)$ называется однородной функцией нулевого измерения, если при умножении аргументов и на произвольный параметр значение функции не изменится.

Теорема.

функция нулевого
измерения может быть
записана в виде:

$$f(x; y) = \varphi\left(\frac{y}{x}\right)$$

Уравнение $y' = f(x; y)$
называется однородным
относительно x и y , если
функция является
однородной функцией
нулевого измерения и его
можно записать в виде:

$$y' = \varphi\left(\frac{x}{y}\right)$$

Функция $f(x, y)$ называется однородной функцией n -го измерения, если при замене переменных x и y соответственно на tx и ty , где t - произвольная величина (параметр), получается та же функция, умноженная на t^n , то есть выполняется

условие:

$$f(xt, yt) = t^n \times f(x, y)$$

Число n называется измерением (степенью) однородностью функции.

Уравнение $M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$ (2) в котором $M(x, y)$ и $N(x, y)$ - однородные функции одного и того же измерения, так же является дифференциальным уравнением, однородным относительно x и y .

Метод решения:

Однородные уравнения можно привести к уравнению с раздельными переменными подстановкой $y=xz$, где z - новая искомая функция переменной x .

Теорема.

Уравнение вида $y' = f\left(\frac{ax + by + c}{a_1x + b_1x + c_1}\right)$
приводится к однородному
или к уравнению с
раздельными переменными.

Уравнение вида

$M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$ называется

обобщенным однородным уравнением, если можно выбрать показатель степени так, чтобы

подстановка $y = z^\alpha$

преобразовывала данное уравнение в однородное относительно x и y .