

# Числові послідовності

“Вивчення математики подібне до Нілу,  
що починається невеликим струмком, а  
закінчується великою річкою”

Ч. К. Колтон



- **Числова послідовність задана**, якщо будь – якому натуральному  $n$  поставлено у відповідність деяке число
- Числова послідовність  $(a_n)$ , кожен член якої, починаючи з другого, дорівнює попередньому, до якого додане одне й те саме число, називається **арифметичною прогресією**.
- Це число позначається буквою  **$d$**  і називається **різницею арифметичної прогресії**
- **Формула  $n$ -го члена арифметичної прогресії**

$$a_n = a_1 + d(n - 1), n \in N$$

- Послідовність  $(a_n)$  є **арифметичною прогресією** тоді і тільки тоді, коли її кожен член, починаючи з другого, дорівнює середньому арифметичному сусідніх з ним членів:

$$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}, n \geq 2; n \in N$$

- Сума двох членів скінченної арифметичної прогресії, рівновіддалених від її кінців, дорівнює сумі крайніх членів.
- **Формула суми перших  $n$  членів арифметичної прогресії:**

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n; S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n, n \in N$$

- **Геометричною прогресією** називається послідовність, кожний член якої, починаючи з другого, дорівнює попередньому члену, помноженому на одне й те саме число.
- Це стало для даної послідовності число  $q$  називають **знаменником геометричної прогресії**;
- $(b_n)$  — геометрична прогресія,

$$b_2 = b_1q; b_3 = b_2q; \dots; b_n = b_{n-1}q \qquad q = \frac{b_n}{b_{n-1}}$$

- У геометричній прогресії перший член і знаменник відмінні від нуля.

- Геометрична прогресія називається **зростаючою чи спадною** в залежності від того, зростає чи спадає абсолютна величина
- У будь-якій геометричній прогресії квадрат кожного члена, починаючи з другого, дорівнює добутку двох сусідніх з ним членів.

$$b_n^2 = b_{n-1} \cdot b_{n+1}$$

### **Зауваження.**

Правильне і обернене твердження: якщо в послідовності квадрат кожного члена, починаючи з другого, дорівнює добутку двох сусідніх з ним членів, то ця послідовність — **геометрична прогресія.**

- Знаючи перший член  $b_1$  та знаменник ( $q$ ) геометричної прогресії, можна знайти будь-який член ( $b_n$ ), суму ( $S_n$ )  $n$  - перших її членів за допомогою формул:

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

$$S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}, q \neq 1$$

$$S_n = \frac{b_n q - b_1}{q - 1}, q \neq 1$$

- Якщо послідовність чисел, які утворюють прогресію, продовжується необмежено, то прогресія *називається нескінченною*.

$$|q| < 1.$$

$(b_n) - b_1; b_2; b_3; \dots; b_n$  — геометрична прогресія, .

- *сума нескінченно спадної геометричної прогресії.*

$$S = \frac{b_1}{1 - q}$$

- 1. Запишіть у вигляді звичайного дробу нескінченний періодичний дріб: а)  $0, (66)$ ; б)  $2,(8)$ ; в)  $0,3 (54)$ .

$$\text{а) } 0, (6) = 0,666666\dots = \frac{66}{100} + \frac{66}{10000} + \frac{66}{1000000} + \dots$$

$$b_1 = \frac{66}{100}; q = \frac{1}{100} \cdot (|q| < 1), S = \frac{b_1}{1-q} \cdot S = \frac{\frac{66}{100}}{1 - \frac{1}{100}} = \frac{66}{99} = \frac{2}{3} \cdot 0, (66) = \frac{2}{3}$$



## Самостійна робота базового рівня

1. Вказати перший член і різницю арифметичної прогресії:

I 3 ; 8; 13;...

II 3; 7; 11;...

2. Знайдіть одинадцятий член арифметичної прогресії:

I 2; 5; 8;...

II 3; 5; 7; ...

3. Укажіть знаменник геометричної прогресії :

I 8; 4; 2;...

II 10; 2; 0,4; ...

4. Знайдіть четвертий член геометричної прогресії, якщо:

I  $b_1 = 2; q = \frac{1}{2}$

II  $b_1 = 9; q = \frac{1}{3}$

5. Чи є членом арифметичної прогресії -3; -8; -13; ... число

I -160

II -153

6. Знайдіть суму членів геометричної прогресії, якщо :

I  $b_n = 384, q = 2, n = 8$

II  $b_n = 486, q = 3, n = 6$