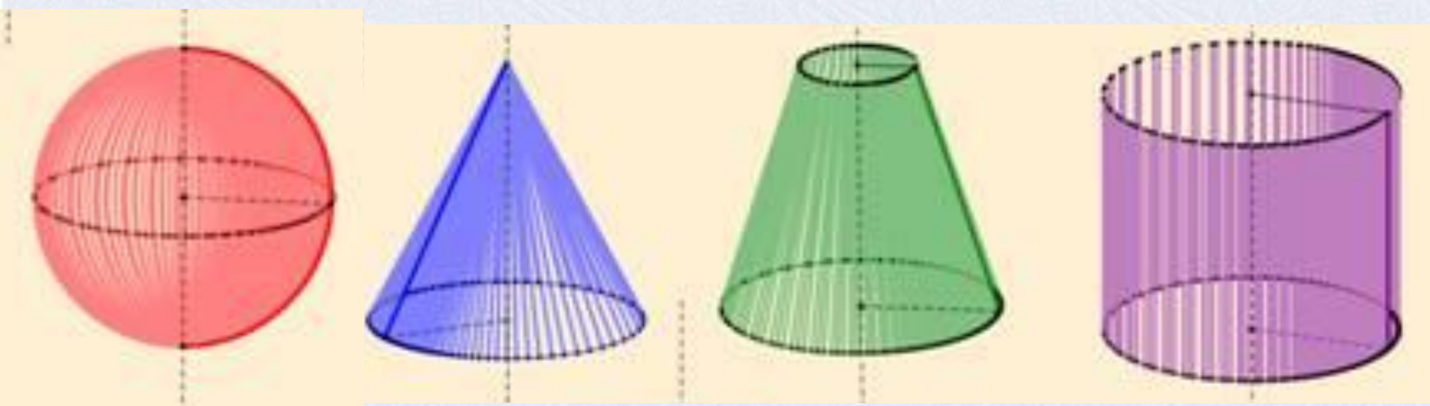
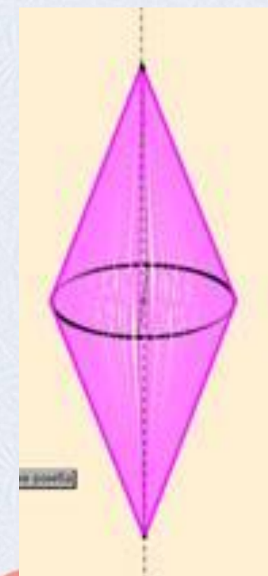
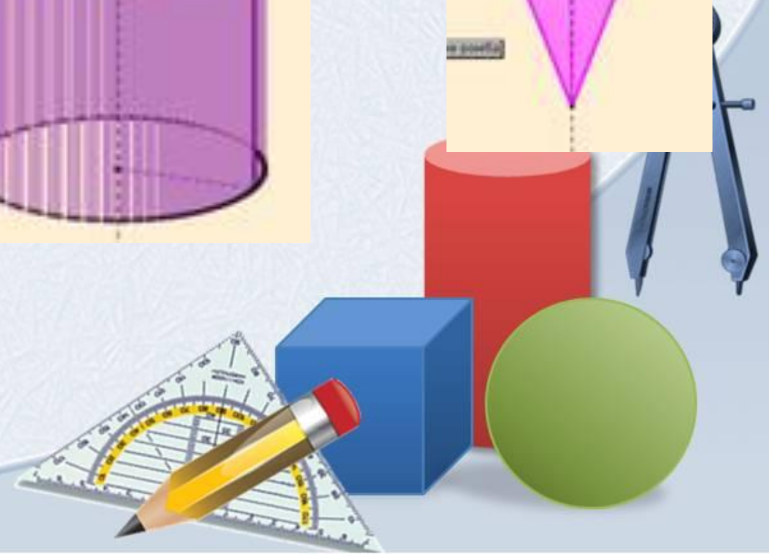
Геометрия 11 класс

Тела вращения

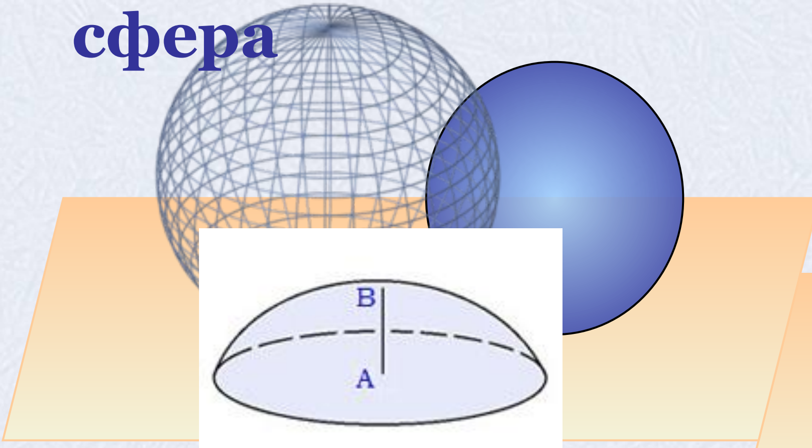






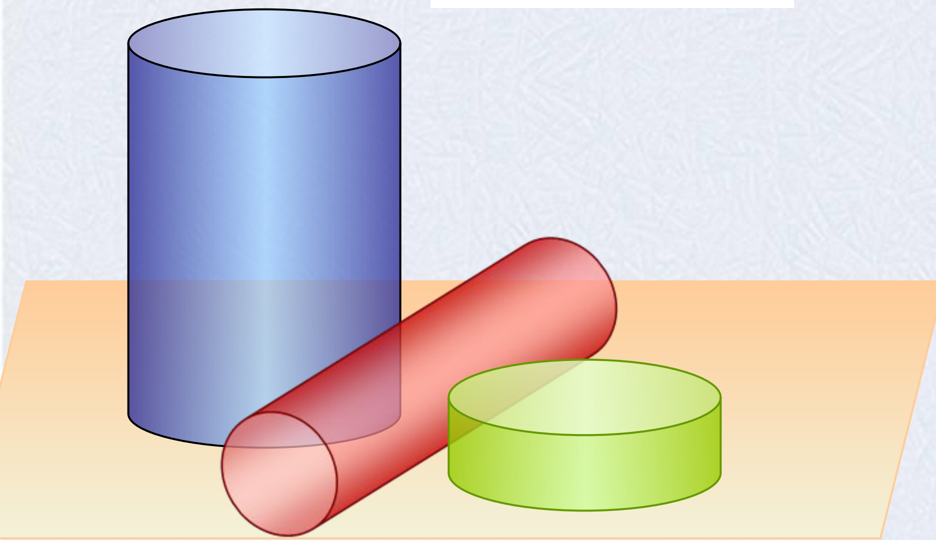
Содержание

Шар и сфера

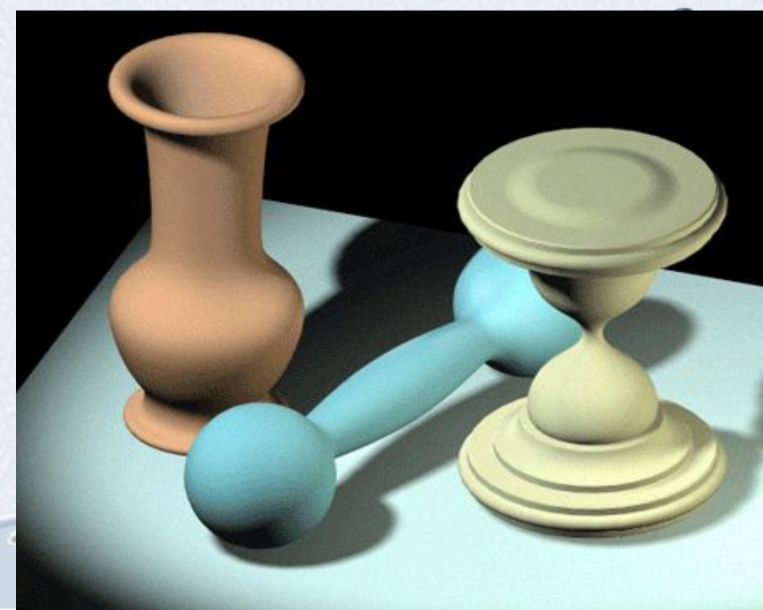


Конус

Цилиндр



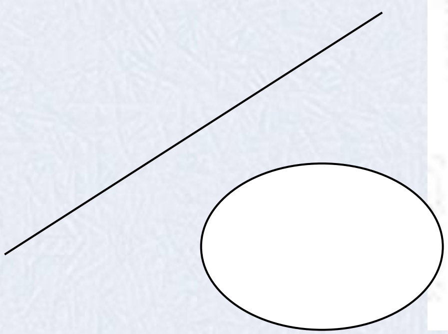
Тела

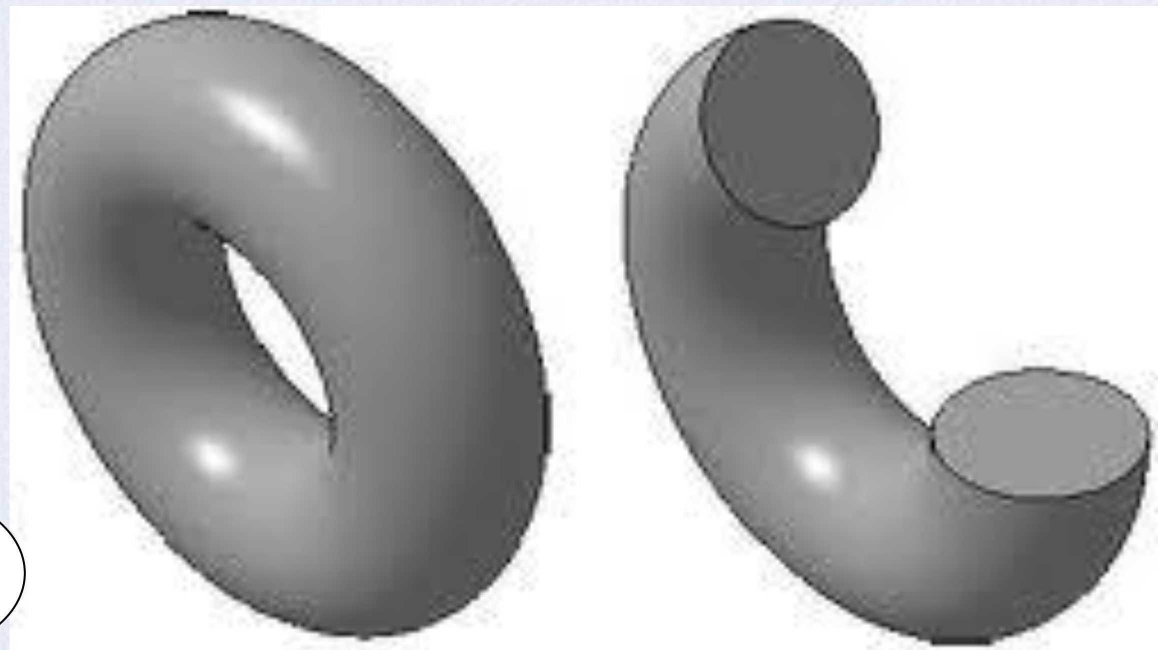


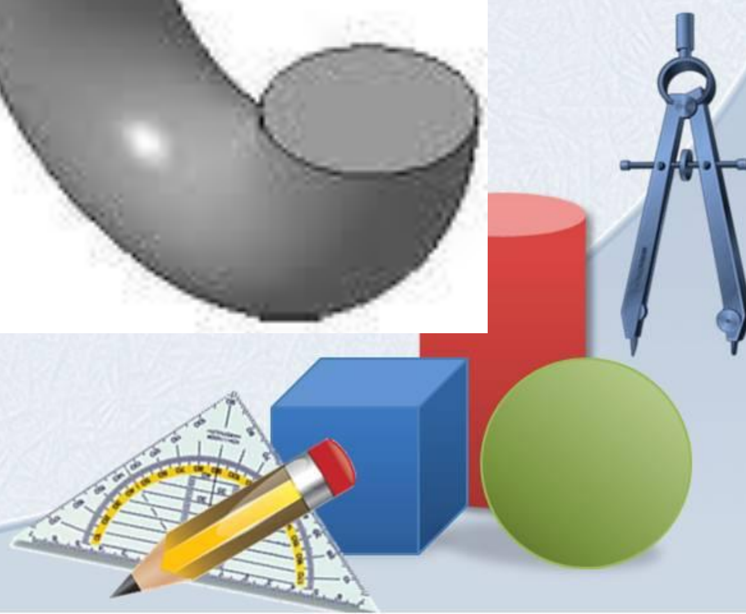
Левый клик по названию раздела

Определение тела вращения

Тело вращения – это пространственная фигура, полученная вращением плоской ограниченной области вместе со своей границей вокруг оси, лежащей в той же плоскости.



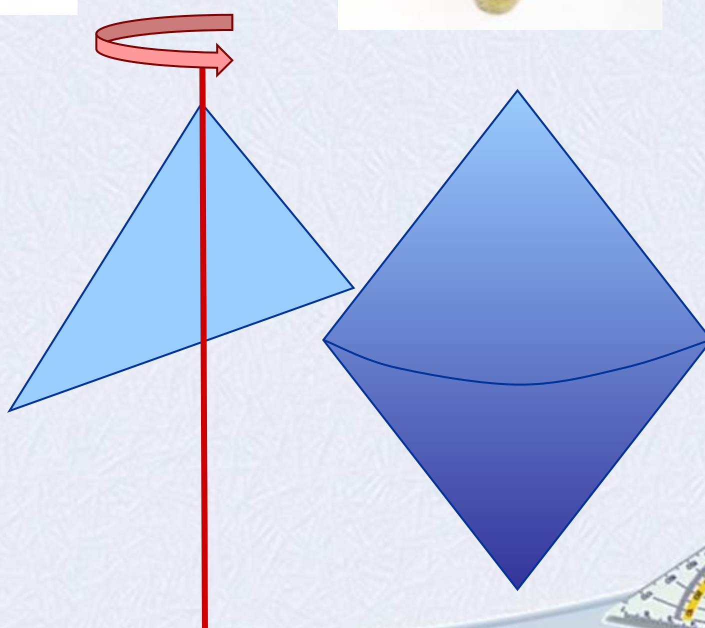




Содержание

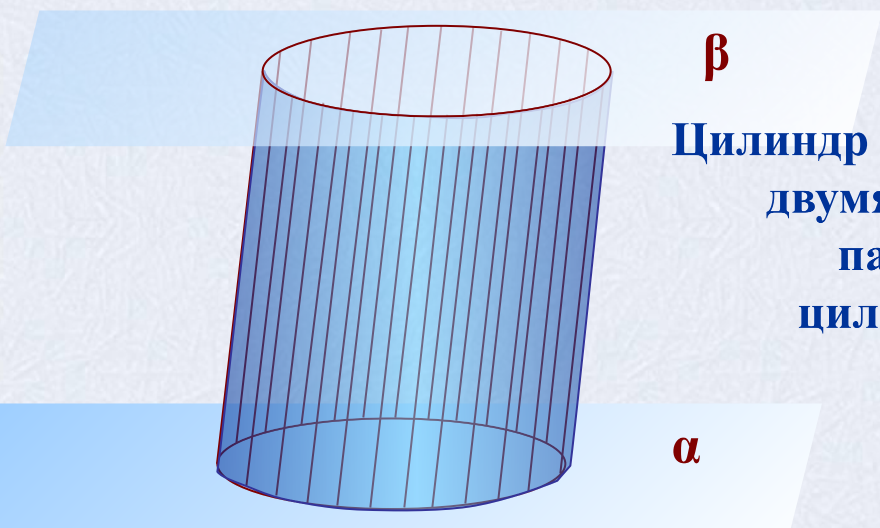
Задание

1) *Приведите примеры из окружающего мира тел, похожих на тело полученное вращением треугольника вокруг оси, со… о сторону*



Цилиндр

Зададим две параллельные плоскости α и β. В плоскости α расположим окружность некоторого радиуса. Если из каждой точки окружности провести взаимно параллельные прямые пресекающие плоскость β, то в плоскости β получится окружность такого же радиуса. Отрезки прямых, заключенных между параллельными плоскостями образуют в этом случае *цилиндрическую поверхность*.

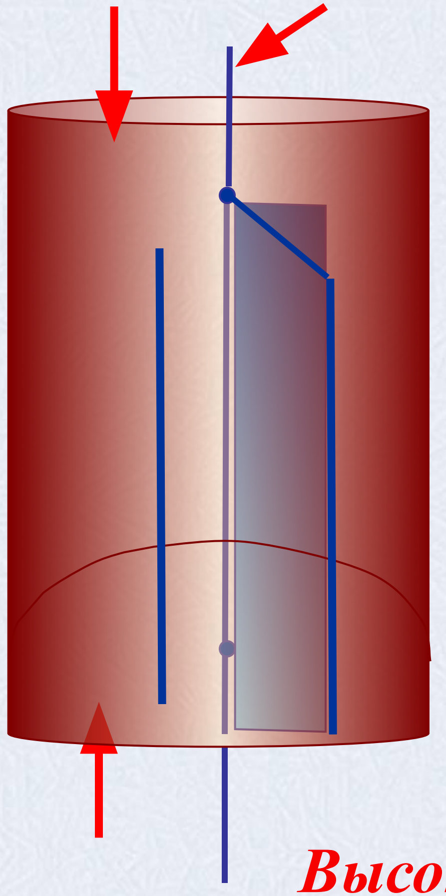


Цилиндр – это тело, заключенное между двумя кругами расположенными в параллельных плоскостях и цилиндрической поверхностью.

Цилиндр

Содержание

Цилиндр – это тело, которое описывает прямоугольник при вращении около оси, содержащей его сторону.



Верхний и нижний круги – это ***основания*** цилиндра.

Прямая проходящая через центры кругов – это ***ось*** цилиндра.

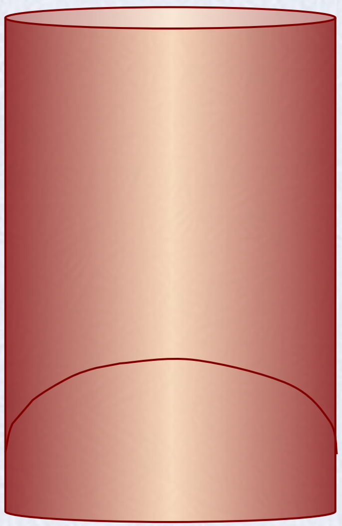
Отрезок параллельный оси цилиндра, концы которого лежат на окружностях основания – это ***образующая*** цилиндра.

Радиус основания - это ***радиус*** цилиндра.

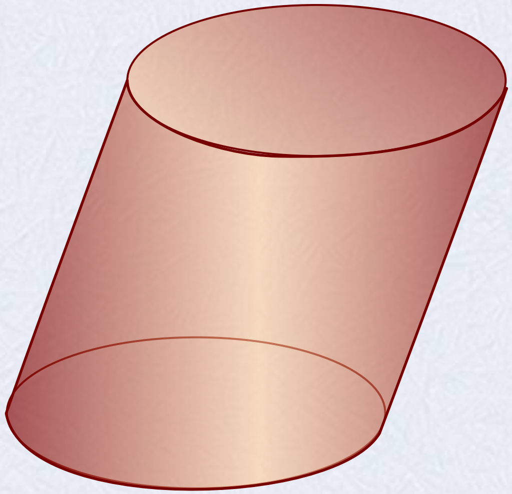
Высота цилиндра - это перпендикуляр между основаниями цилиндра.

Виды цилиндров

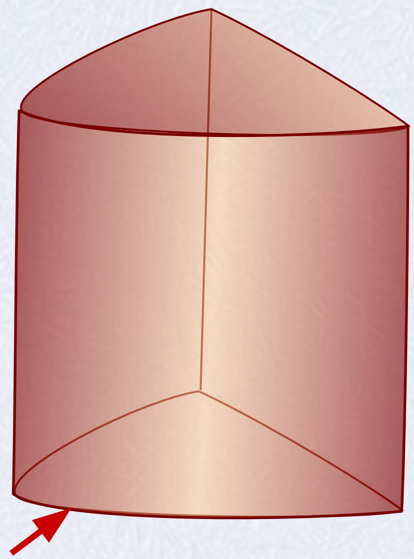
Прямой круговой



Наклонный круговой



Прямой некруговой



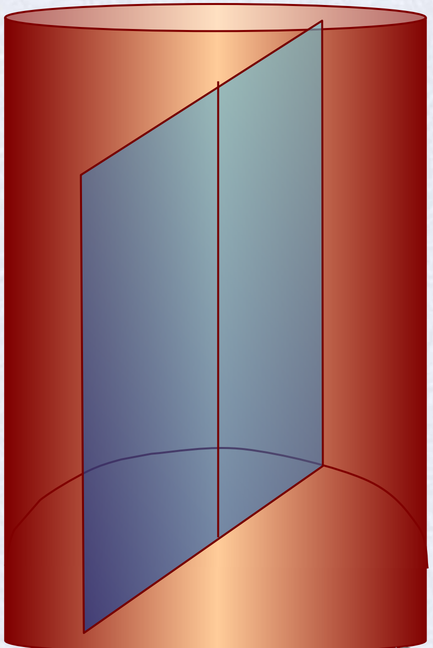
парабола

Замечание: В школьном курсе геометрии по умолчанию рассматривается прямой круговой цилиндр

Сечения цилиндра

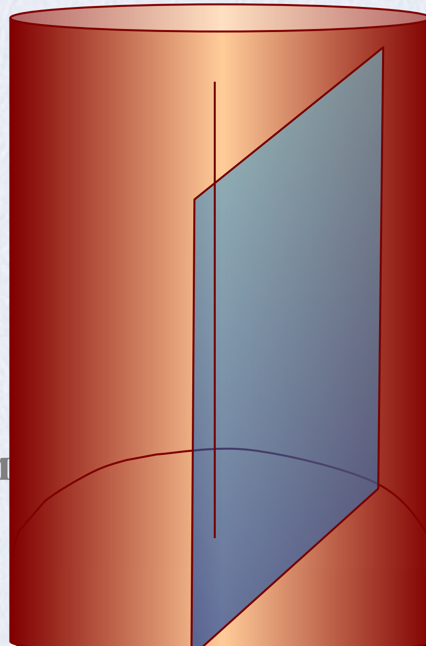
Содержание

Осевое сечение: Плоскость сечения содержит ось цилиндра и перпендикулярна основаниям. В сечении – ***прямоугольник.***



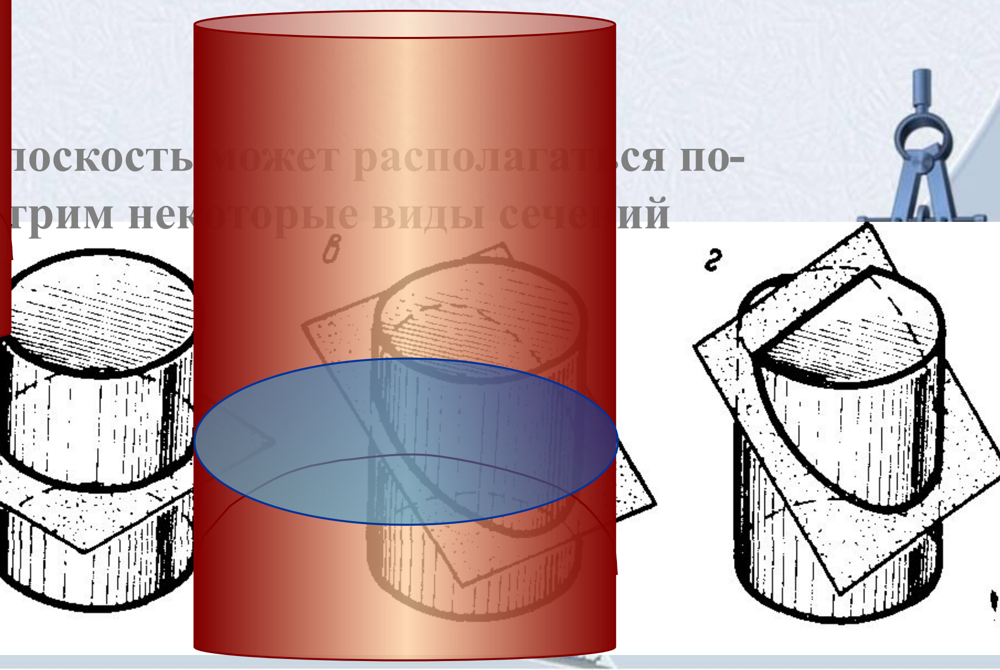
Сечение плоскостью параллельной оси цилиндра

Плоскость сечения параллельна оси цилиндра и перпендикулярна основаниям. В сечении – ***прямоугольник.***



Сечение плоскостью параллельной основанию цилиндра

Плоскость сечения параллельна основаниям цилиндра и перпендикулярна оси. В сечении – ***круг.***



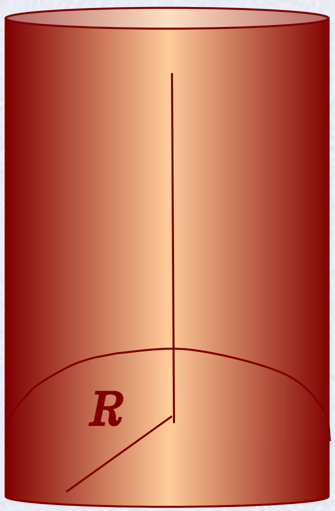
Зам ... плоскость может располагаться по- ... трим некоторые виды сечений

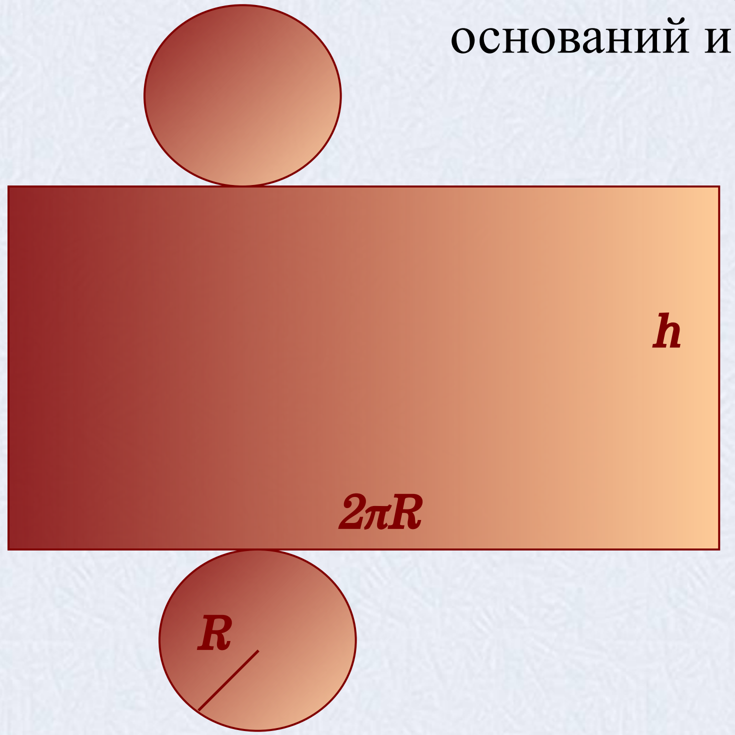
Площадь поверхности цилиндра

Содержание

Для вывода формулы площади полной поверхности цилиндра потребуется развертка цилиндра.

Полная поверхность состоит из 2 оснований и боковой поверхности.





Площадь основания находим как площадь круга $S = \pi R^2$

R – радиус основания цилиндра

Боковая поверхность цилиндра есть … ***прямоугольник.***

Одна сторона прямоугольника – это высота цилиндра (h), другая – длина окружности основания ($2\pi R$). Площадь боковой поверхности цилиндра равна произведению сторон прямоугольника.

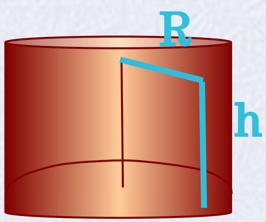
Получаем, $S_{полн} = S_{бок} + 2S_{осн} = 2\pi Rh + 2\pi R^2$

$$S_{полн} = 2\pi R(R + h)$$

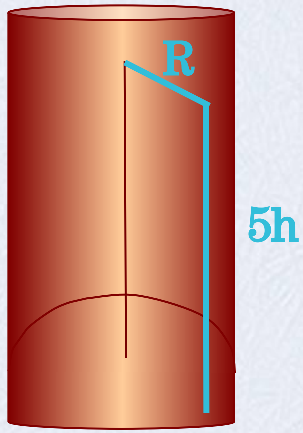
Решение устных задач с цилиндром

Содержание

1)Во сколько раз увеличится боковая поверхность цилиндра, если его высота увеличится в 5 раз, а радиус основания останется прежним?



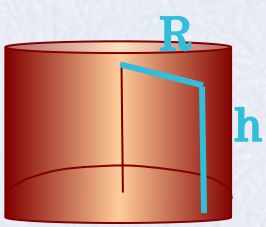
$S_{бок} = 2\pi Rh$



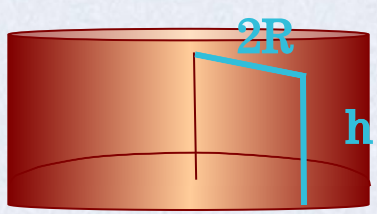
$S_{бок} = 2\pi R5h = 10\pi Rh$

Ответ: площадь боковой поверхности увеличится в 5 раз.

2) Как изменится площадь боковой поверхности цилиндра, если радиус основания увеличится в 2 раза, а высота останется прежней?



$S_{бок} = 2\pi Rh$



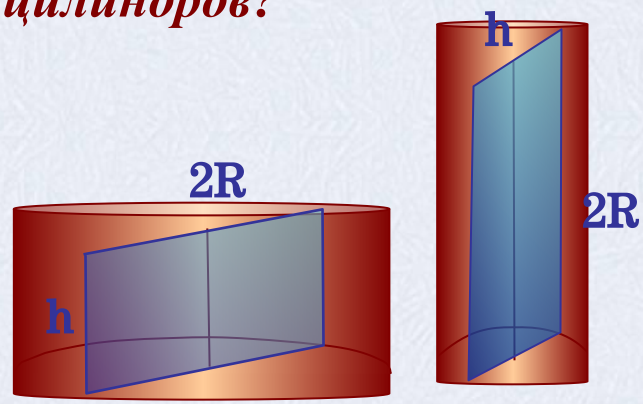
$S_{бок} = 2\pi 2Rh = 4\pi Rh$

Ответ: площадь боковой поверхности увеличится в 2 раза.

Решение устных задач с цилиндром

Содержание

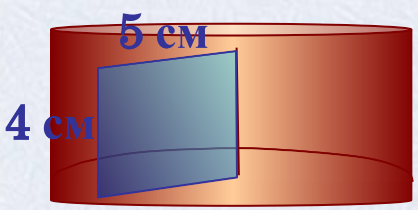
3) Осевые сечения двух цилиндров равны. Равны ли высоты этих цилиндров?



$S_{сеч} = 2R \cdot h$ $\quad$ $S_{сеч} = h \cdot 2R$

Ответ: нет

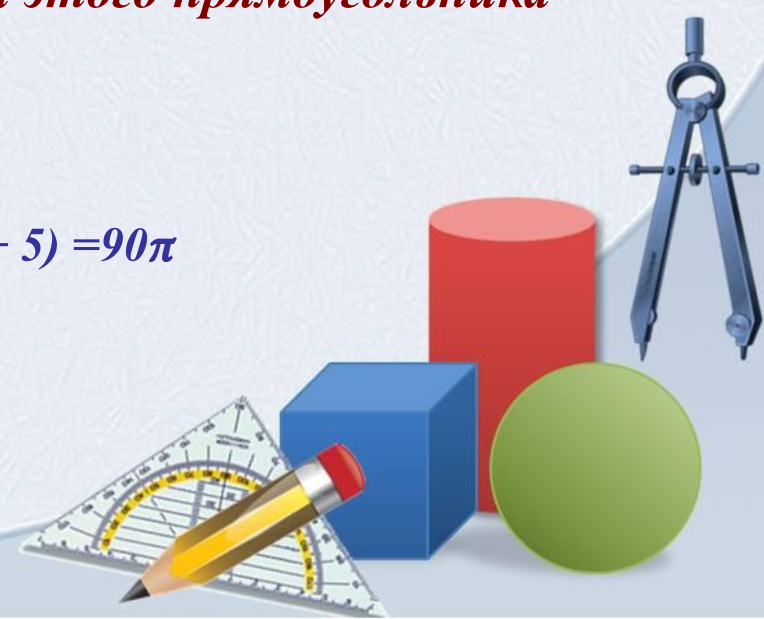
4) Стороны прямоугольника равны 4 см и 5 см. Найдите площадь поверхности тела, полученного при вращении этого прямоугольника вокруг меньшей стороны.



$R = 5$ *см*, $h = 4$*см*

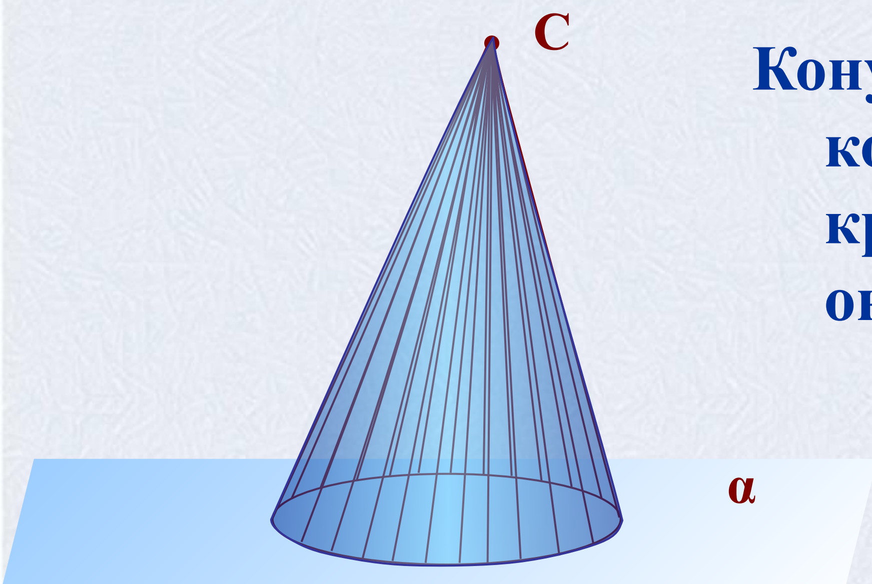
$S_{полн} = 2\pi R(h + R) = 2\pi \cdot 5 \cdot (4 + 5) = 90\pi$

Ответ: площадь полной поверхности равна ***$90\ \pi$ см²***



Конус

Зададим плоскость α и точку C вне этой плоскости. В плоскости α расположим окружность некоторого радиуса. Проведем прямые проходящие через точку C и все точки окружности. Поверхность, образованная отрезками с концами на окружности и в точке C образуют *коническую поверхность*.

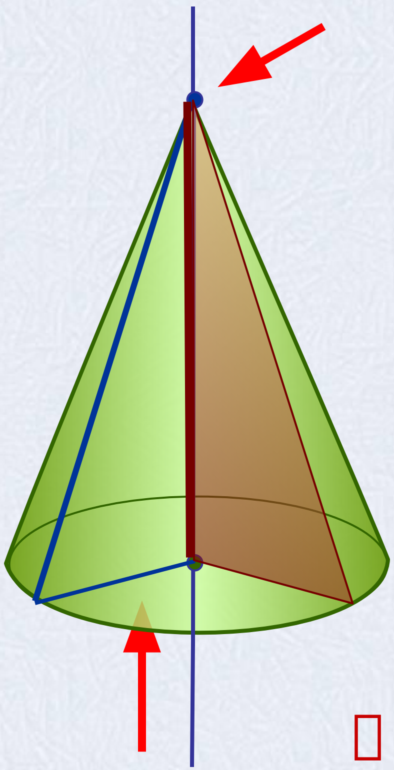


Конус – это тело, ограниченное конической поверхностью и кругом, включая окружность.

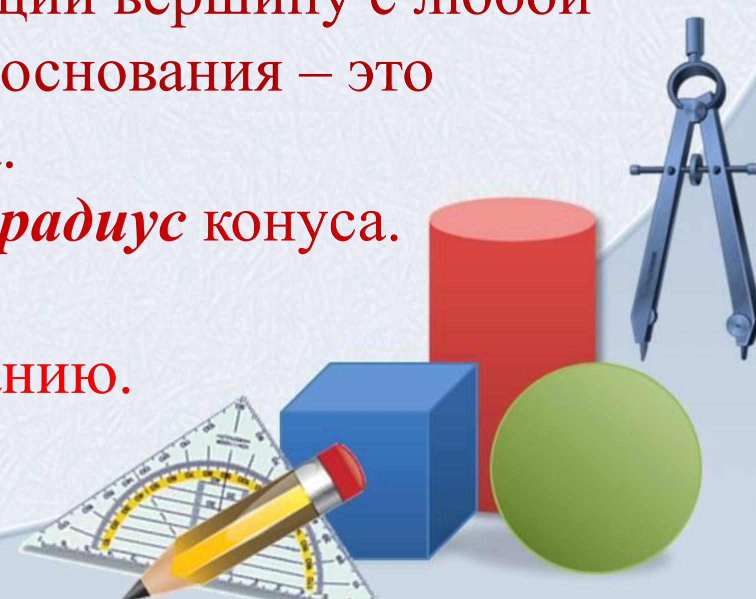
Конус

Содержание

Конус – это тело, которое описывает прямоугольный треугольник при вращении вокруг оси, содержащей его катет.



- Круг – это ***основание*** конуса.
- Точка вне круга с которой соединяются все точки окружности – это ***вершина*** конуса.
- Прямая проходящая через центр круга и вершину конуса – есть ***ось*** конуса.
- Отрезок соединяющий вершину с любой точкой окружности основания – это ***образующая*** конуса.
- Радиус основания - это ***радиус*** конуса.
- ***Высота*** конуса - это перпендикуляр, опущенный из вершины конуса к основанию.



Замечание: так как ось перпендикулярна основанию и проходит через вершину, то высота конуса лежит на его оси.

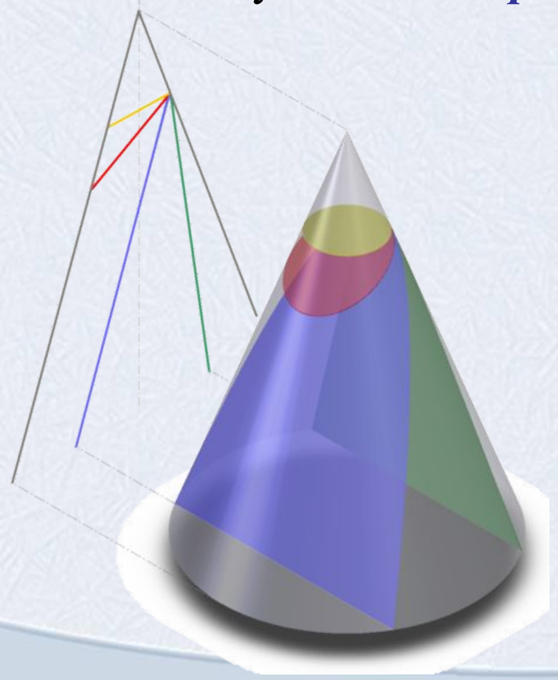
Конические сечения

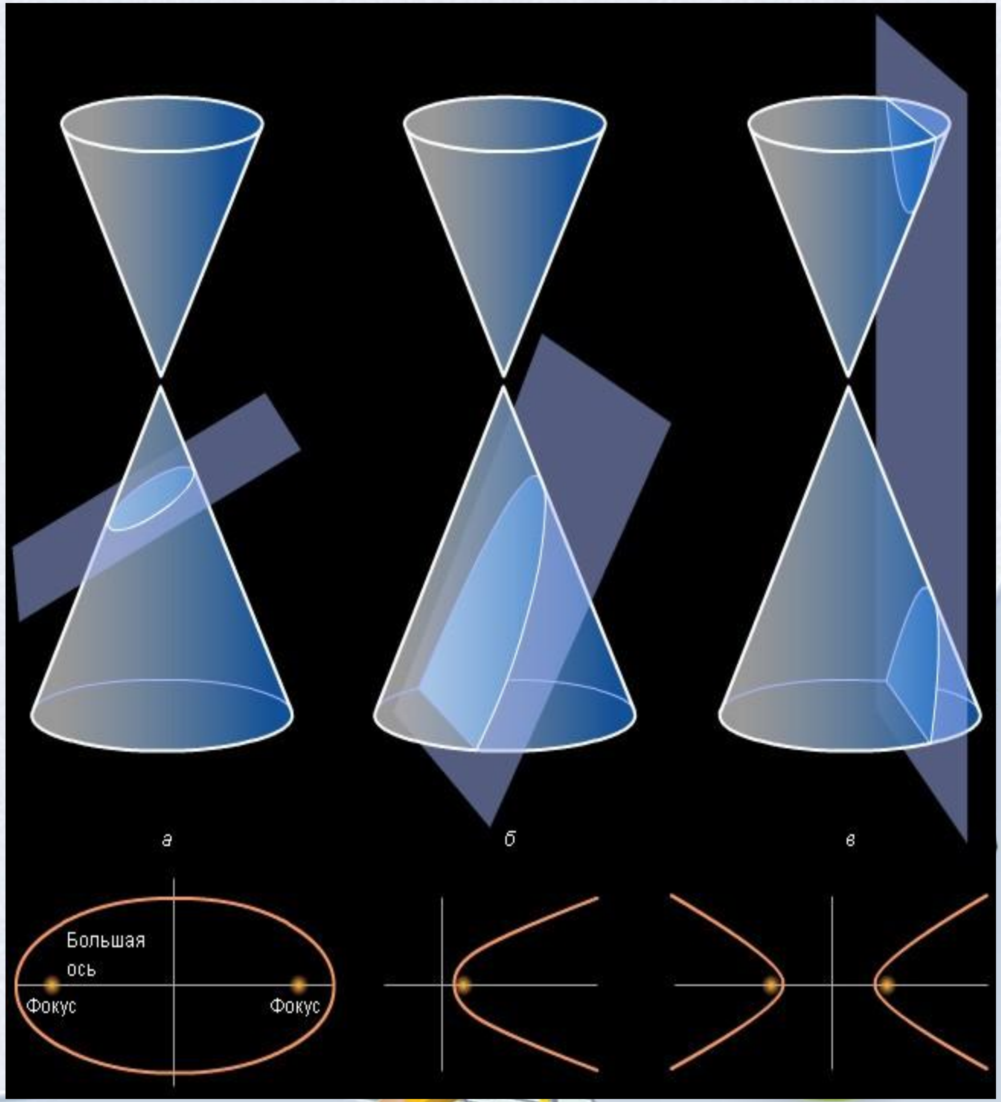
Содержание

1) Если плоскость пересекает все образующие конической поверхности, то в сечении получается *эллипс*.

2) Если плоскость сечения параллельна одной из образующих, то в сечении получается ***парабола***.

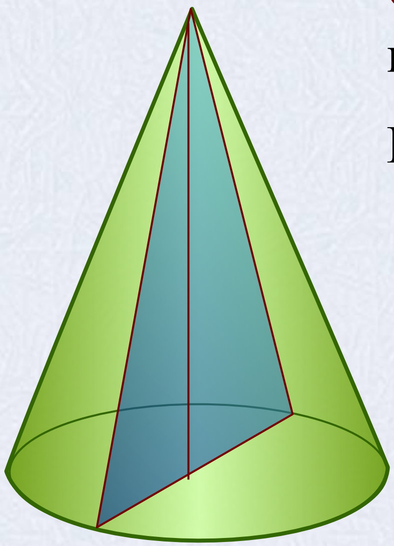
3) Если плоскость сечения пересекает обе полости конической поверхности, то в сечении получается ***гипербола***.





Сечения конуса

Содержание

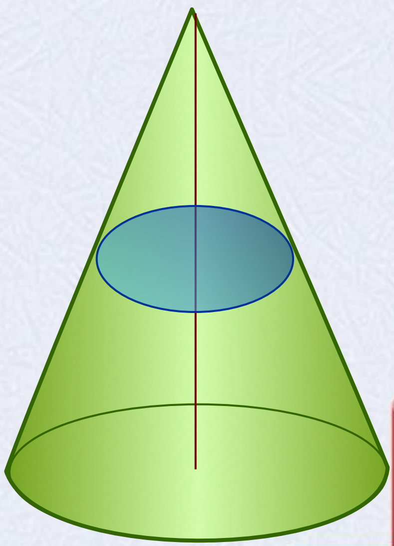


Осевое сечение. Плоскость сечения содержит ось конуса и перпендикулярна основанию.

В сечении – ***равнобедренный треугольник.***

Сечение плоскостью параллельной основанию конуса.
Плоскость сечения параллельна основанию конуса и перпендикулярна оси.

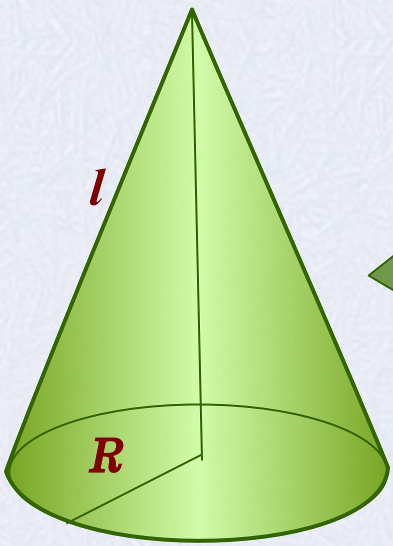
В сечении – ***круг.***

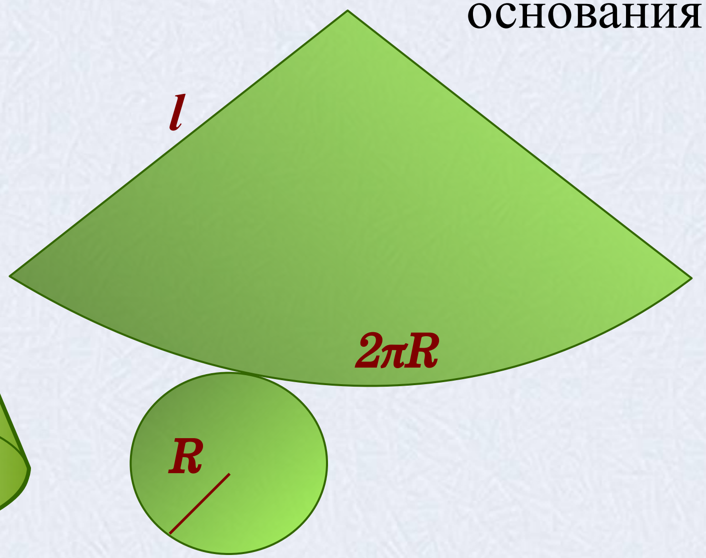


Площадь поверхности конуса

Содержание

Для вывода формулы площади полной поверхности конуса потребуется его развертка.





Полная поверхность состоит из основания и боковой поверхности.

Площадь основания находим как площадь круга $S = \pi R^2$

R – радиус основания цилиндра

Боковая поверхность конуса есть … ***сектор.***

Площадь боковой поверхности вычисляется как площадь сектора радиус которого равен длине образующей конуса (l), а дуга равна длине окружности основания ($2\pi R$).

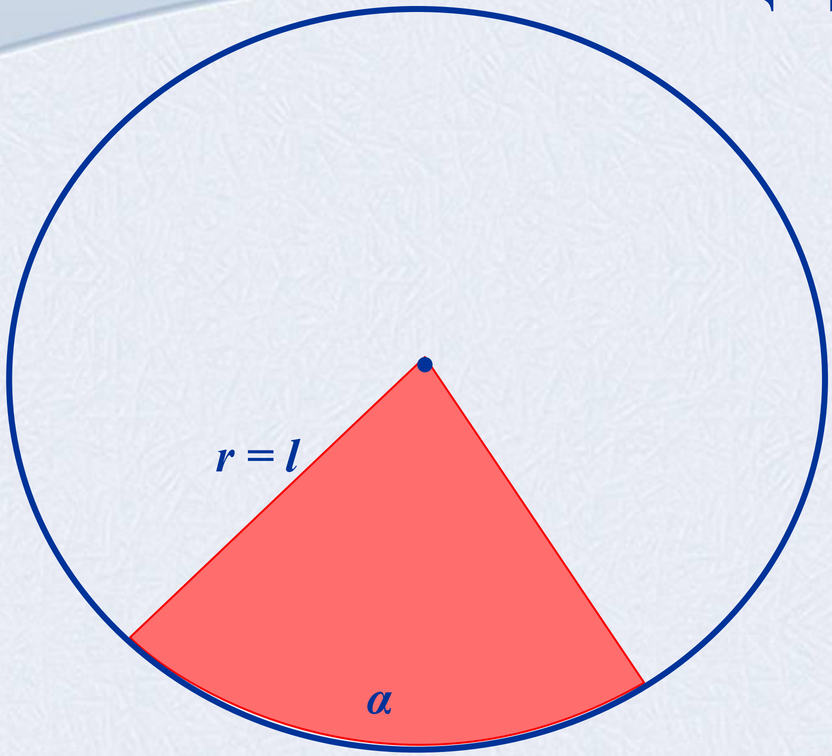
Площадь боковой поверхности конуса равна произведению радиуса на образующую и число π.

Получаем, $S_{полн} = S_{бок} + S_{осн} = \pi Rl + \pi R^2$

$$S_{полн} = \pi R(l + R)$$

Подробнее о площади сектора

Площадь сектора



r – радиус круга,

α – величина дуги в градусах,

R – радиус основания конуса,

l – длина образующей конуса

$$S_{сектора} = \frac{\pi r^2 \alpha}{360^\circ}$$

Вычисляя боковую поверхность конуса вписываем в данную формулу новые обозначения и выражаем α через радиус (***R***) и образующую (***l***). Длина дуги сектора равна длине окружности основания конуса ***2πR*** , с другой стороны ее можно вычислить по формуле для длины дуги. Получаем равенство:

$$2\pi R = \frac{\pi l}{180^\circ}\alpha$$

Выразим α и подставим в формулу площади сектора круга.

$$\alpha = \frac{360R}{l}$$

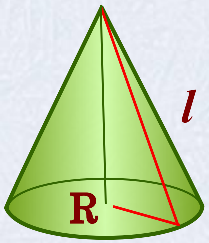
$$S_{бок} = \frac{\pi l^2}{360^\circ} \cdot \frac{360^\circ R}{l} = \pi R l$$

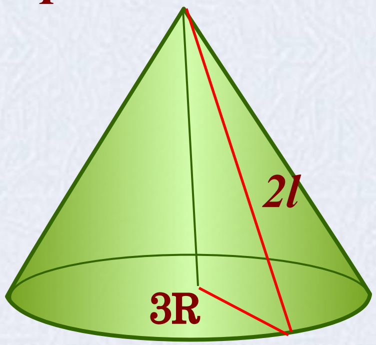
Содержание

Решение устных задач с конусом

Содержание

1)Во сколько раз увеличится боковая поверхность конуса, если его образующая увеличится вдвое, а радиус основания одновременно увеличится в 3 раза?



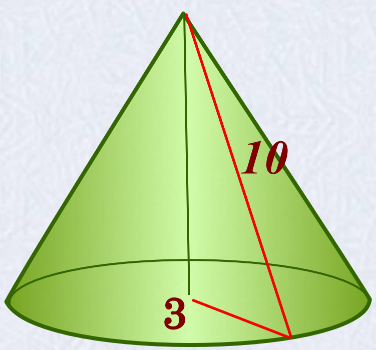


$S_{бок} = \pi R l$

$S_{бок} = \pi\ 3R 2l = 6\pi R l$

Ответ: площадь боковой поверхности увеличится в 6 раз.

2) Вычислите площадь боковой и полной поверхностей конуса, длина образующей которого равна 10 см, а радиус основания 3 см.



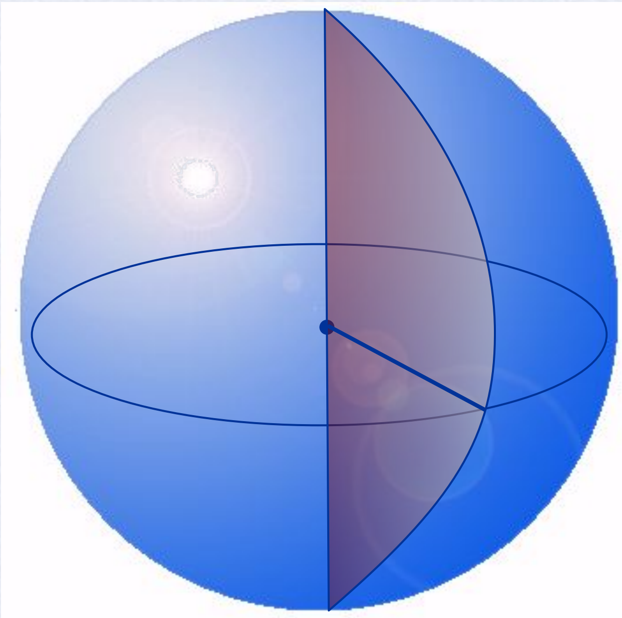
$S_{осн} = \pi R^2 = \pi \cdot 3^2 = 9\pi\ (см^2)$

$S_{бок} = \pi\ 3 \cdot 10 = 30\pi\ (см^2)$

$S_{полн} = 39\pi\ (см^2)$

Ответ: $30\pi\ см^2, 39\pi\ см^2$

Определение шара



Шаром **называется тело, которое состоит из всех точек пространства, находящихся на расстоянии, не большем данного, от заданной точки точки.**

Эта точка называется ***центром*** шара.

Расстояние от центра шара до любой точки поверхности называется – ***радиусом*** шара

Шар можно получить вращением полукруга вокруг оси, содержащей его диаметр.

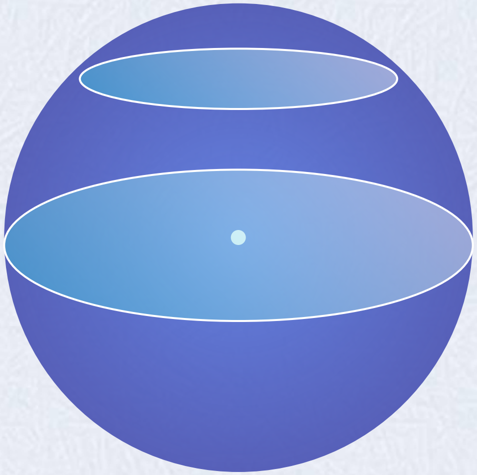
Сфера – это поверхность все точки которой равноудалены от заданной точки.

Сечения шара

Содержание

Сечение шара, проходящее через его центр.

В сечении – ***круг.***



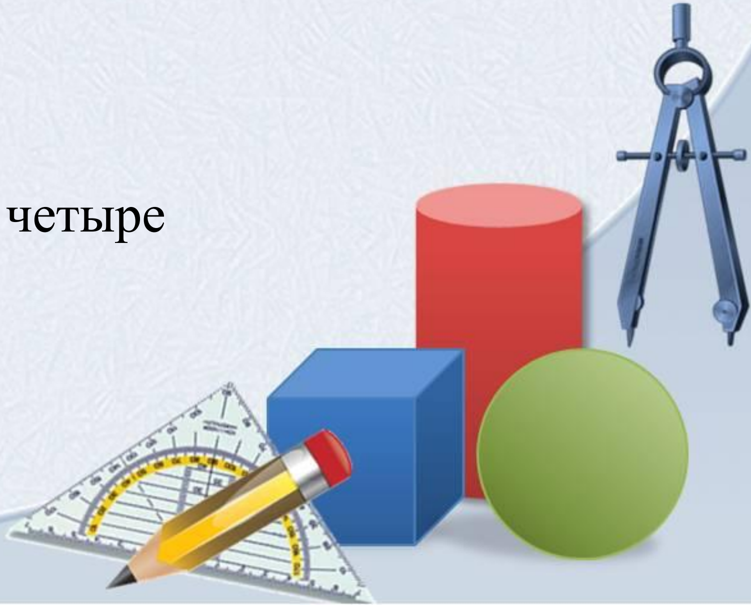
В этом случае в сечении получается круг наибольшего радиуса, его называют ***большой круг шара***.

Сечение плоскостью, не проходящей через центр.

В сечении – ***круг.***

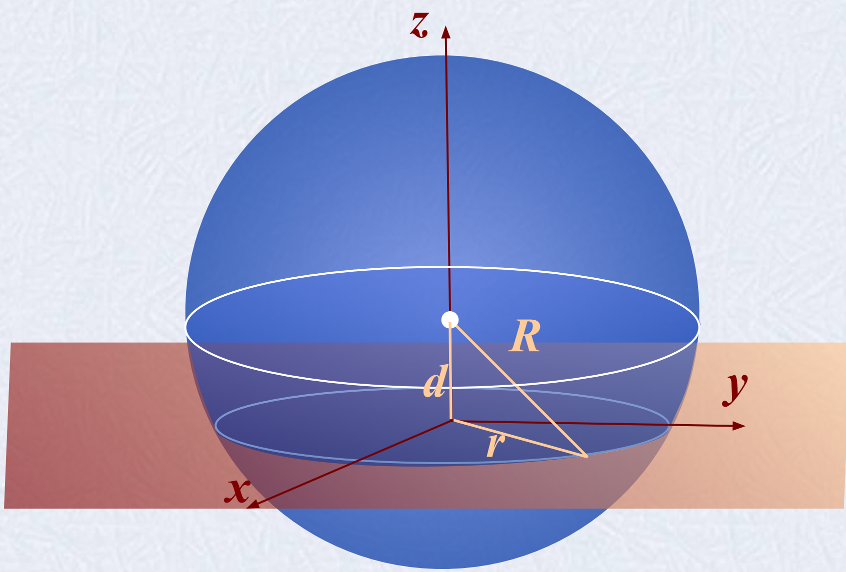
Теорема: Площадь поверхности шара равна четыре площади большого круга шара.

$$S = 4\pi R^2$$



Взаимное расположение сферы и плоскости

d – расстояние от центра сферы до плоскости, R – радиус сферы



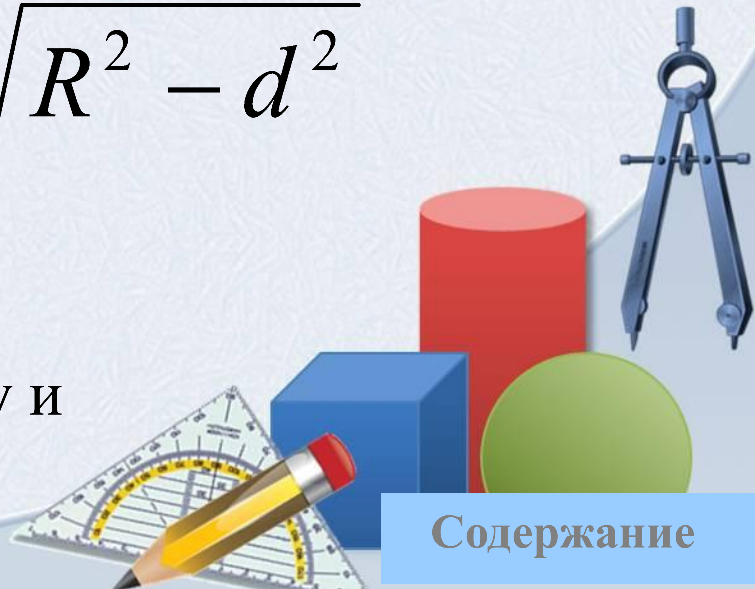
r – радиус сечения сферы

Вычислить радиус сечения можно используя теорему Пифагора.

$$r = \sqrt{R^2 - d^2}$$

d < R

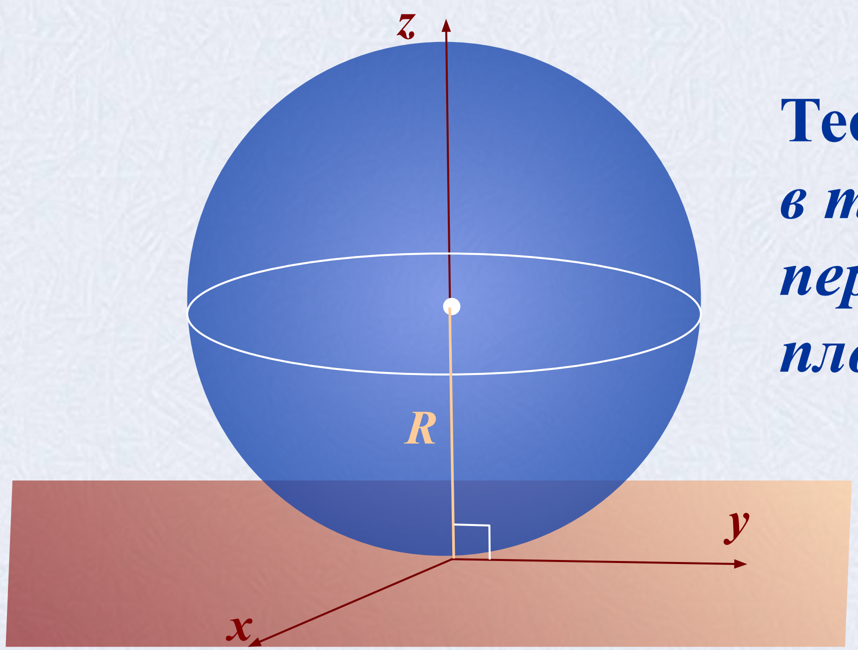
Плоскость пересекает сферу и называется ***секущей***



Содержание

Взаимное расположение сферы и плоскости

d – расстояние от центра сферы до плоскости, R – радиус сферы



Теорема: ***Радиус сферы проведенный в точку касания сферы и плоскости, перпендикулярен к касательной плоскости.***

$$R^2 - d^2 = 0$$

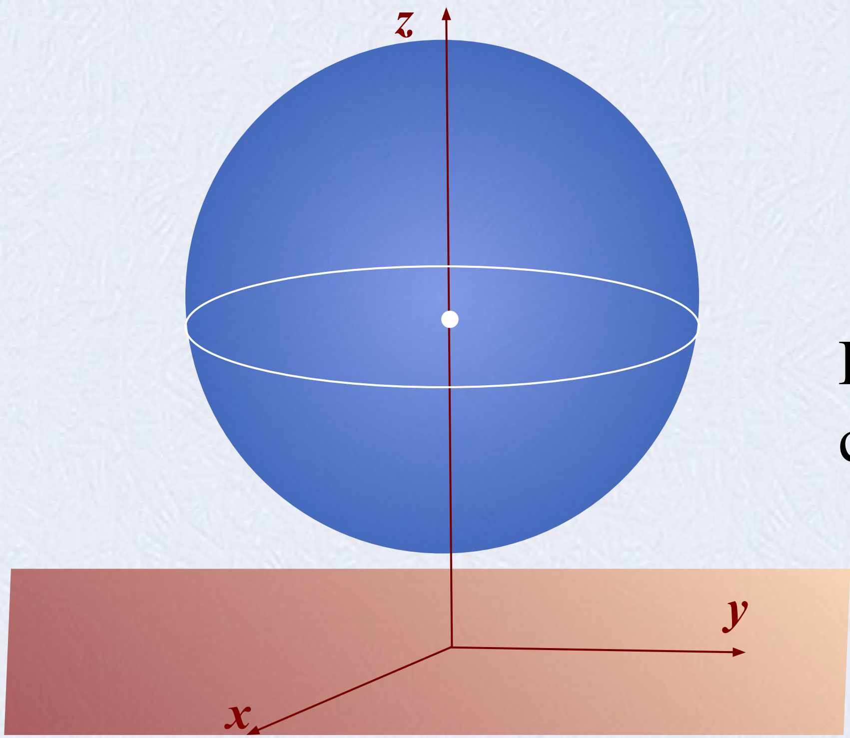
d = R

Плоскость имеет одну общую точку со сферой и называется ***касательной***

Содержание

Взаимное расположение сферы и плоскости

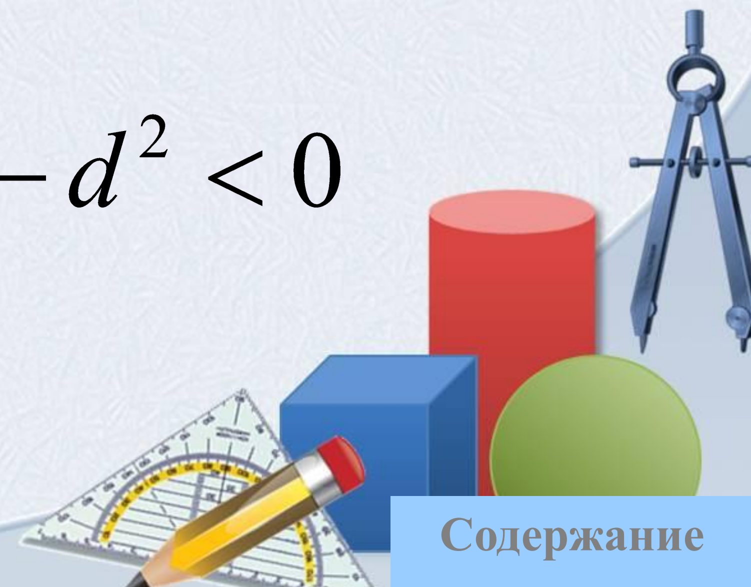
d – расстояние от центра сферы до плоскости, R – радиус сферы



d > R

Плоскость не имеет общих точек со сферой.

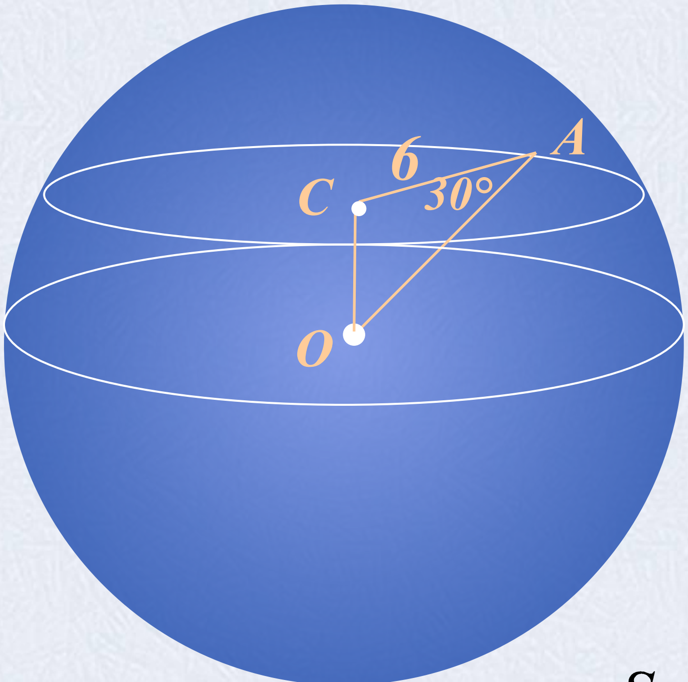
$$R^2 - d^2 < 0$$



Содержание

Решение задач

1)Вычислить площадь поверхности шара изображенного на рисунке.



$$S = 4\pi R^2$$

R = OA,

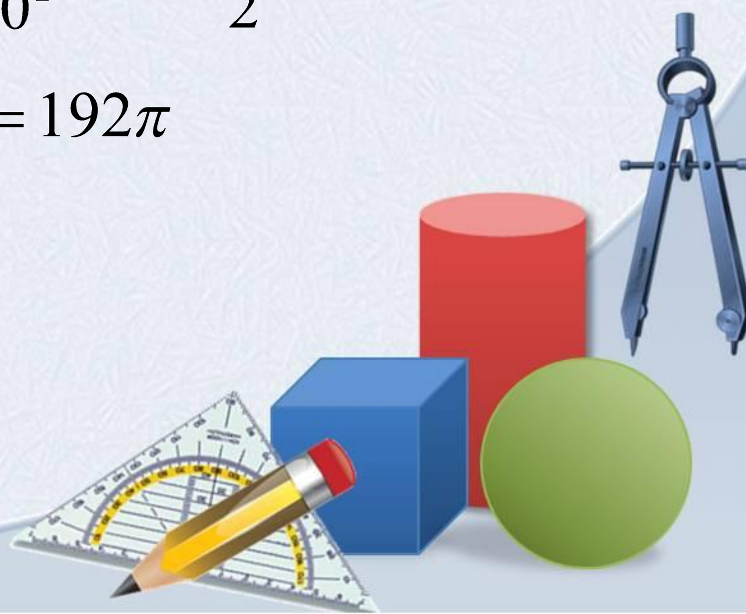
Найдем OA из ΔACO.

$$\cos A = \frac{CA}{OA} \Rightarrow OA = \frac{CA}{\cos A}$$

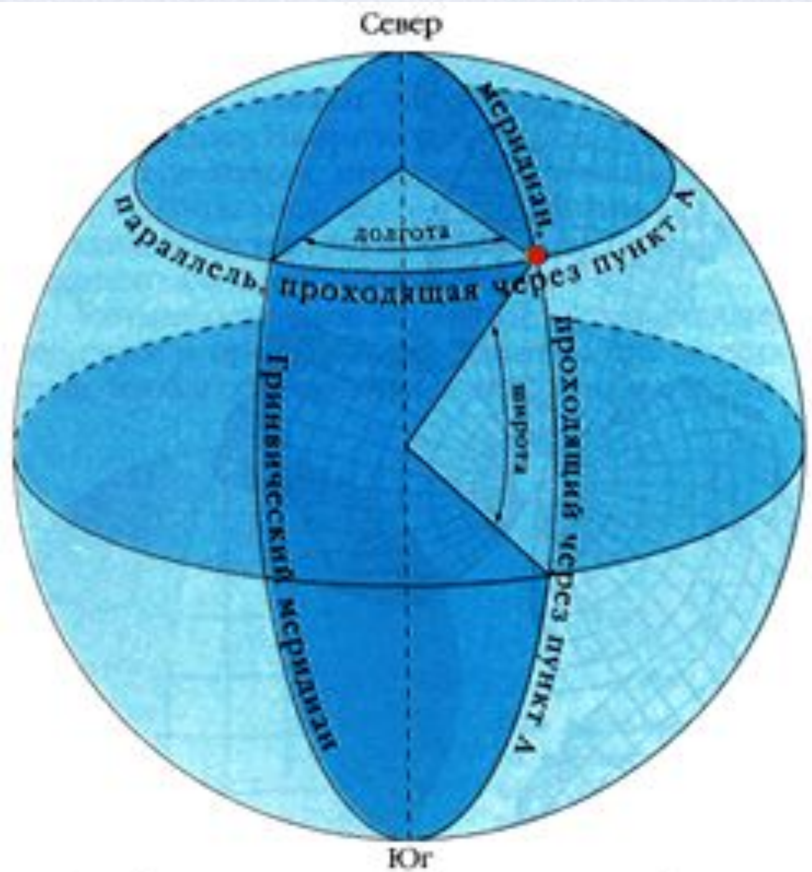
$$OA = \frac{6}{\cos 30^\circ} = 6 : \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}$$

$$S = 4\pi \cdot (4\sqrt{3})^2 = 192\pi$$

Ответ: $S = 192\pi$ ед^2



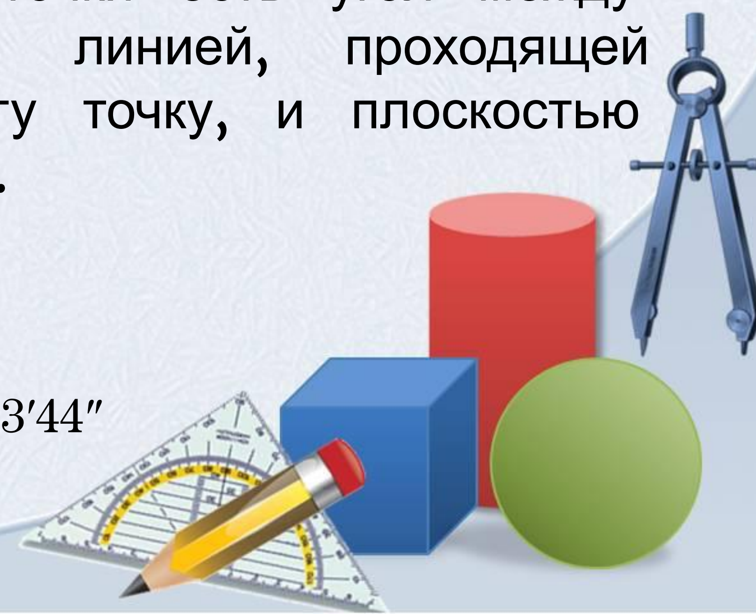
Географическая справка



Определение географических координат пункта А

Географические широты могут иметь значение от 0° до 90°. Географическая широта 90° находится у полюсов.

Под географической широтой понимают величину дуги от экватора к северу или к югу до заданной точки. Она тоже измеряется в градусах, так как широта точки есть угол между отвесной линией, проходящей через эту точку, и плоскостью экватора.



Северный полярный круг находится в 66°33′44″ (66,5622°) к северу от экватора.

Литература

- **Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и др.** Геометрия, 10-11: Учеб. для общеобразоват. учреждений. – М.: Просвещение, 2010.
- **Бевз Г.П. и др.** Геометрия: Учеб. для 7-11 кл. общеобразоват. учреждений. – М.: Просвещение, 1994.
- **Глейзер Г.Д.** Геометрия: Учеб. пособие для 10-12 кл.веч. (смен.) шк. и самообразования. – М.: Просвещение, 1989.
- **Клопский В.М., Скопец З.А., Ягодовский М.И.** Геометрия: Учеб. пособие для 9 и 10 классов. – М.: Просвещение, 1980.

Интернет ресурс

- О географической широте
- Географические координаты
- Изображение сечений моделей цилиндра
- Изображение тел вращения
- Юла
- Волчок
- Игрушка
- Изображение тора
- Колокольчик
- Песочные часы
- Картинка для титульного слайда
- Паровой котел
- Рассеченный конус
- Картинка с сечениями
- Планета Земля
- Космический корабль