Экономико-математическая модель межотраслевого стоимостного баланса

Выполнил студент 4-го курса: Сармин Вячеслав Александрович
Номер зачетки:12.5020

Межотраслевой баланс

- Межотраслевой баланс (МОБ, метод «затраты-выпуск») — экономико-математическая балансовая модель, характеризующая межотраслевые производственные взаимосвязи в экономике страны. Характеризует связи между выпуском продукции в одной отрасли и затратами, расходованием продукции всех участвующих отраслей, необходимым для обеспечения этого выпуска. Межотраслевой баланс составляется в денежной и натуральной формах.

- Межотраслевой баланс представлен в виде системы линейных уравнений. Межотраслевой баланс (МОБ) представляет собой таблицу, в которой отражен процесс формирования и использования совокупного общественного продукта в отраслевом разрезе. Таблица показывает структуру затрат на производство каждого продукта и структуру его распределения в экономике. По столбцам отражается стоимостный состав валового выпуска отраслей экономики по элементам промежуточного потребления и добавленной стоимости. По строкам отражаются направления использования ресурсов каждой отрасли.

В межотраслевом балансе расположены три квадранта:

- В первом отражается промежуточное потребление и система производственных связей
- Во втором - структура конечного использования ВВП
- В третьем - стоимостная структура ВВП.

Возникновение межотраслевого баланса

Теоретические основы межотраслевого баланса были разработаны в СССР в 1923—1924 гг. В 30-е гг. для изучения американской экономики американский экономист Василий Леонтьев применил метод анализа межотраслевых связей с привлечением аппарата линейной алгебры. Метод стал известен под названием «затраты — выпуск».

Применение балансового метода

Балансовый метод применяется для анализа, нормирования, прогноза, планирования производства и распределения продукции на различных уровнях - от отдельно предприятия до народного хозяйства в целом. Характерные черты и особенности этого метода описываются с помощью матричных моделей баланса. К этим моделям относят межотраслевые балансы районов республик и народного хозяйства в целом, межпродуктовые балансы в натуральном выражении, матричные модели трудоемкости и фондоемкости продукции, модели промфинплана предприятий. Все эти модели построены по единой матричной схеме, которую удобнее всего рассмотреть на примере межотраслевого баланса производства и распределения продукции в народном хозяйстве.

Модель межотраслевого баланса

В модели межотраслевого баланса предполагается, что народное хозяйство состоит из множества отраслей, каждая из которых производит преимущественно один какой-либо продукт или оказывает определенные услуги. В процессе производства одна отрасль использует продукцию другой отрасли (сырье, материалы, оборудование, топливо, энергию, услуги) и между ними неизбежно возникают взаимные потоки товаров и услуг.

Сложившаяся в соответствии с потребностями отраслей структура потоков товаров и услуг отражается в математической модели межотраслевого баланса системой уравнений следующего вида:

$x_1 = x_{11} + x_{12} + \ldots + x_{1n} + oy_{1;}$

$x_2 = x_{21} + x_{22} + \ldots + x_{2n} + y_{2;}$

……………………………………………………

$x_n = x_{n1} + x_{n2} + \ldots + x_{nn} + y_{n.}$ ~~(1)~~

Виды баланса

Стоимостной баланс

- В стоимостном балансе переменные $x_1, x_2, \ldots, x_n$ означают объемы валовой продукции первой, второй, …, n-ой отрасли, x_{ij} – объемы затрат i-й отрасли на производство продукции j-й отрасли, y_i - конечный продукт, который не поступает в сферу текущего производственного потребления, а идет на конечное потребление (в личное и общественное, на накопление, экспорт, возмещение потерь и т.д.). Систему (1), которую учитывает структуру сложившихся взаимных затрат отраслей, можно назвать «экономической картой» народного хозяйства.

Натуральный баланс

- В натуральном балансе переменные $x_{1,}$ $x_{2,}$ … , x_n означают объемы n видов производственных продуктов в натуральных единицах (автомобилей в штуках, угля в тоннах и т.д.). Величина x_{ij} означает объем потребления продукта I при производстве продукта j (угля при производстве автомобилей, электроэнергии при добыче угля и т.д.), а величина y_i – конечный продукт – ту часть продукции, которая не используется в производственном потреблении. Например, для производства сахара в необходимом объеме x_i требуется предусмотреть объемы его расходов x_{ij} в кондитерской и молочной, промышленности, расходы на производство безалкогольных напитков, винодельческое, плодоовощное и консервное производства, а также необходимо удовлетворить спрос населения на сахар как конечный продукт личного потребления

- В матричной форме системы уравнений (1) межотраслевой стоимостной и межпродуктовый натуральный балансы имеют одинаковое выражение. В том и другом случае общий объем продукции x_i разделяется на объем производственного потребления – промежуточный продукт x_{i1}, x_{i2}, … , x_{in} и объем непроизводственного потребления – конечный продукт y_i, причем удельный вес их для разных отраслей стоимостного баланса и различных продуктов натурального баланса неодинаков.

- Однако стоимостной баланс в отличие от натурального наряду с уравнениями $x_j = \sum_{i=1}^{n} x_{ij} + y_i$
- $x_j =$ в форме распределения продукции допускается построение уравнений в форме потребления продукции $x_j = \sum_{i=1}^{n} x_{ij} + V_j + m_j,$ (2)

где $\sum_{i=1}^{n} x_{ij}$ - материальные затраты j-й потребляющей отрасли;

$V_j + m_j$ – ее чистая продукция; V_j – сумма оплаты труда; m_j – чистый доход – прибыль.

Сделаем преобразование системы уравнений (1) – каждое из слагаемых x_{ij} разделим и умножим на x_j и обозначим $a_{ij} = \frac{x_{ij}}{x_j}$.

$$x_i = \frac{x_{11}}{x_1} * x_1 + \frac{x_{12}}{x_2} * x_2 + \ldots + \frac{x_{1n}}{x_n} * x_n + y_1 = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n + y_1;$$

$$x_i = \frac{x_{21}}{x_1} * x_1 + \frac{x_{22}}{x_2} * x_2 + \ldots + \frac{x_{2n}}{x_n} * x_n + y_2 = a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n + y_2;$$

……………………………………………………………

$$x_i = \frac{x_{n1}}{x_1} * x_1 + \frac{x_{n2}}{x_2} * x_2 + \ldots + \frac{x_{nn}}{x_n} * x_n + y_n = a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \ldots + a_{nn}x_n + y_n$$

(3)

- Это преобразование системы(1) приводит ее к обычной математической форме системы n линейных уравнений с n неизвестными $x_1, x_2, \ldots, x_n$ (или $y_1, y_2, \ldots, y_n$) при заданных значениях коэффициентов a_{ij} и величин $y_1, y_2, \ldots, y_n$ (или x1, x2, … , xn).

Коэффициенты $a_{ij} = \frac{x_{ij}}{x_j}$ называются коэффициентами прямых затрат. Для всех отраслей их задают в виде матрицы:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11,} a_{12,} \ldots, a_{1n} \\ a_{21,} a_{22}, \ldots, a_{2n} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{n1,} a_{n2,} \ldots, a_{nn} \end{pmatrix} \quad (4)$$

- Коэффициенты прямых затрат в натуральном балансе означают технологические нормы расхода продукта i на производство единицы продукта j (например, расход сахара на банку плодово-ягодных консервов или на килограмм мороженного, киловатт-часов электроэнергии и тонн угля на один автомобиль и т.д.). в стоимостном балансе коэффициенты a_{ij} означают затраты отрасли I на каждый рубль валовой продукции отрасли j.
- В модели межотраслевого баланса коэффициенты прямых затрат a_{ij} предполагаются постоянными. Это предположение позволяет с помощью уравнений (3) перейти от изучения и анализа сложившихся хозяйственных взаимосвязей к прогнозу пропорционального развития отраслей и планированию темпов их роста.

- В системе уравнений (3) все неизвестные $x_{1,}$ $x_{2,}$ … , x_n перенесем в левую часть уравнения ми получим новую фору записи системы уравнений межотраслевого баланса:

$$\begin{cases} (1-a_{11})x_1 - a_{12}x_2 - \ldots - a_{1n}x_n = y_1; \\ -a_{21}x_1 + (1-a_{22})x_2 - \ldots - a_{2n}x_n = y_2; \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ -a_{n1}x_1 - a_{n2}x_2 - \ldots - (1-a_{nn})x_n = y_n \end{cases} \quad (5)$$

Модель межотраслевого баланса (5) имеет простую матричную форму записи (Е – А) Х = У и позволяет решить следующие задачи:

- 1) определить конечный объем конечной продукции отраслей $y_{1,}\ y_{2,} \dots, y_n$ по заданным объемам валовой продукции $y_{1,}\ y_{2,} \dots, y_n$ (в матричной форме У = (Е – А) Х);
- 2) по заданной матрице коэффициентов прямых затрат А определить матрицу коэффициентов полных затрат Р, элементы которой служат важными показателями для планирования развития отраслей (в матричной форме $P = (E - A)^{-1}$);
- 3) определить объемы валовой продукции отраслей $x_{1,}\ x_{2,} \dots, x_n$ по заданным объемам конечной продукции $y_{1,}\ y_{2,} \dots, y_n$ (в матричной форме $X = (E - A)^{-1}\,У = P\,У$);
- 4) по заданным объемам конечной или валовой продукции отраслей $x_{1,}\ x_{2,} \dots, x_n$ определить оставшиеся n объемов.

- В первой задаче планируется валовой выпуск продукции, а конечная продукция является производным показателем. Такой подход легче осуществить на практике, но он может привести к нерациональной структуре национального дохода и диспропорциям в развитии отдельных отраслей третья задача предлагает более прогрессивный принцип планирования – от национального дохода. Однако рассчитанные уровни валовой продукции для одних отраслей могут оказаться завышенными и ресурсно-необеспеченными, а для других – заниженными, не загружающими даже действующие производственные мощности. Четвертая задача в определенной степени отражает существую практику планирования.

Для того чтобы матрица коэффициентов прямых материальных затрат А была продуктивной, необходимо и достаточно, чтобы выполнялось одно из перечисленных ниже условий:

- матрица (Е - А) неотрицательно обратима, т.е. существует обратная матрица $(E - A)^{-1}$ о;
- матричный ряд $E + A + A^2 + A^3 + \ldots = \sum_{k=1}^{\infty} A^k$ сходится, причем его сумма равна обратной матрице $(E - A)^{-1}$;
- наибольшее по модулю собственное значение λ матрицы А, т.е. решение характеристического уравнения $|\lambda E - A| = 0$, строго меньше единицы;
- все главные миноры матрицы (Е – А), т.е. определители матриц, образованные элементами первых строк столбцов этой матрицы, порядка от 1 до n, положительны.

Более простым способом проверки продуктивности матрицы А является ограничение на величину ее нормы. Если норма матрицы А строго меньше единицы, то эта матрица продуктивна. Данное условие является достаточным, но не необходимым условием продуктивной.

Список использованной литературы

1. И.В.Орлова Экономико-математическое моделирование: М. ВЗФЭИ 2007.
2. В.Д.Коновалов Экономико-математические модели и методы: Волгоград 1998.