

ТЕОРІЯ МЕХАНІЗМІВ РОБОТОТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ.

КІНЕМАТИКА

Теоретичні відомості

Теорія механізмів робототехнічних систем - це наука, що вивчає засоби проектування роботів і робототехнічних систем, а також їх розрахунки.

Задачі робототехніки: - це координальне підвищення технологічного рівня виробництва, автоматизація не окремих робітничих місць, а цілком діляниць випуску готової продукції, економія робітничого часу, скорочення робітничих місць і робітничих рук.

В курсі "Теорія механізмів робототехнічних систем" вивчають аналіз і синтез робототехнічних механізмів.

Аналіз будь-якого механізму складається в дослідженні кинематических і динамічних властивостей механізмів по заданій їх схемі.

Синтез механізмів складається в проектуванні схем механізмів по заданим їх властивостям. Тобто, всяка задача синтезу, фактично, є зворотною задачею аналізу.

Лекція 1

Промислові роботи

Призначення промислового роботу.

Призначення промислового робота - самостійно працювати з інструментом, заготівлею і матеріалами для автоматизації головних і допоміжних процесів.



Основні конструктивні елементи ПР

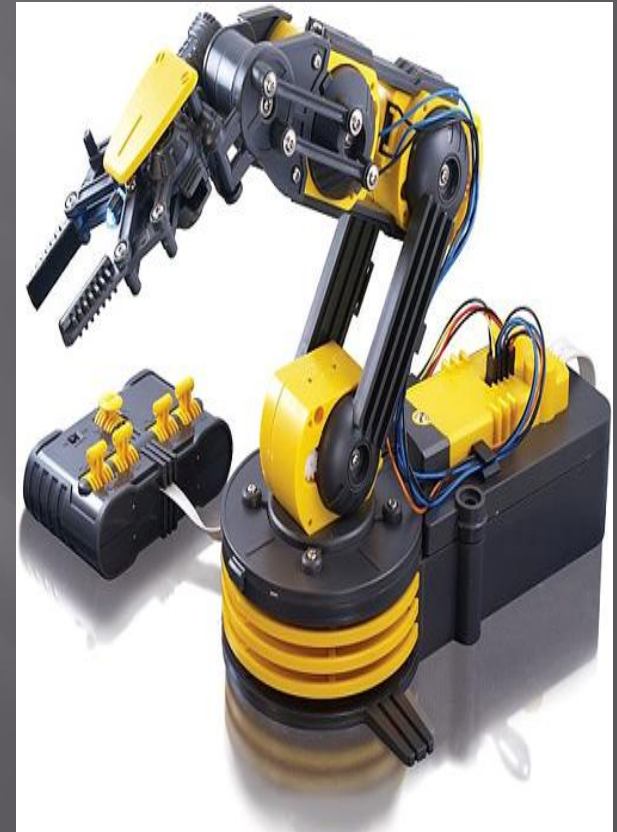
Станина, стояк чи корпус, опора - це ланка, до якої кріпляться рухомо інші ланки механізму.

Система керування (СК) забезпечує управління рухом робота, контроль виконання заданої програми, переробку інформації, зв'язок з пристроями, реагування на певні явища.

Вимірювальна система (ВС) виробляє вимір величин переміщень, кутів повороту окремих ланок маніпулятора, а також зміни швидкості по окремих осям маніпулювання.

Датчики, які входять до неї, роблять врахування впливу навколишнього середовища, заміри фізичних величин, розпізнання зразка і позиції зразка.

Система зв'язку (або система обміну інформації).



Маніпулятор - це керуємий пристрій для виконання рухомих функцій, аналогічних функціям руки людини при переміщенні об'єктів у просторі, оснащений робочим органом.

Робочий орган (схоп) - це складна частина виконавчого пристрою, призначена для безпосереднього виконання технологічних операцій, це можуть бути зварювальні кліщі, забарвлювальний пістолет, складальний інструмент, захоплюючий пристрій.



ЛАНКИ

Усі механізми складаються з ланок.

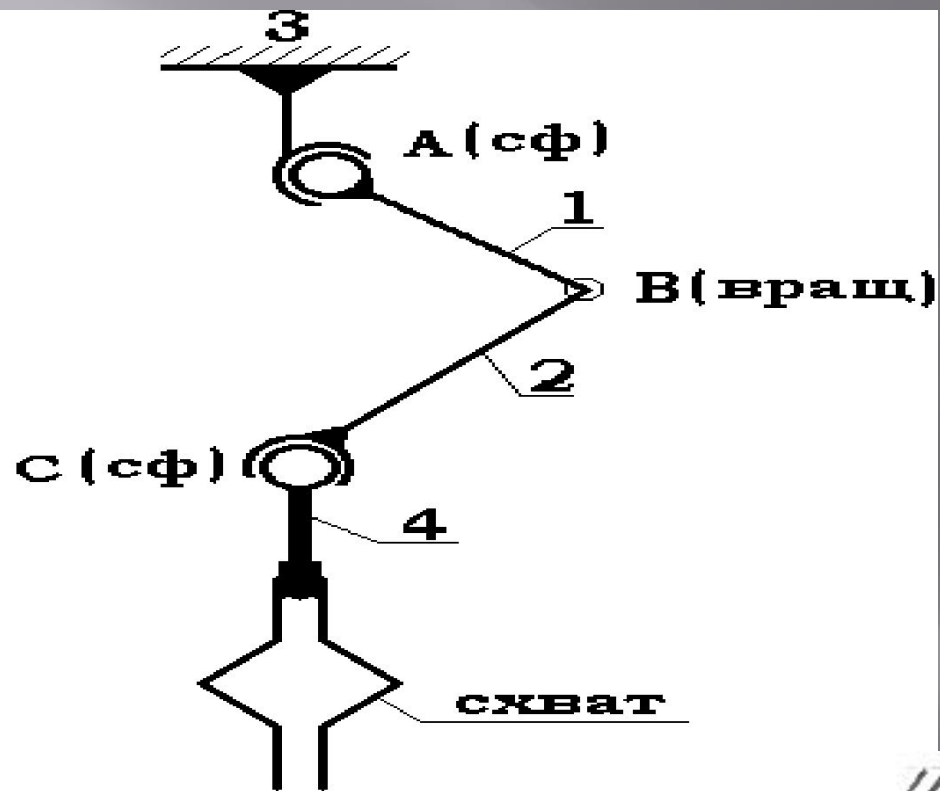
Ланками називаються тверді тіла, з яких утворюється механізм [1]. При цьому маються на увазі як абсолютно тверді, так і деформуємі і гнучкі тіла. Рідини і гази (в пневматичних і гідравлічних механізмах) ланками не вважаються. Ланка - це або одна деталь, або сукупність декількох деталей, з'єднаних до однієї незмінної схеми.

Вхідною називають ланку, якій повідомляється рух, до неї під'єднан привід механізму.

Вихідною називається ланка, що вчиняє рух або працю, для якого передвизначений механізм.

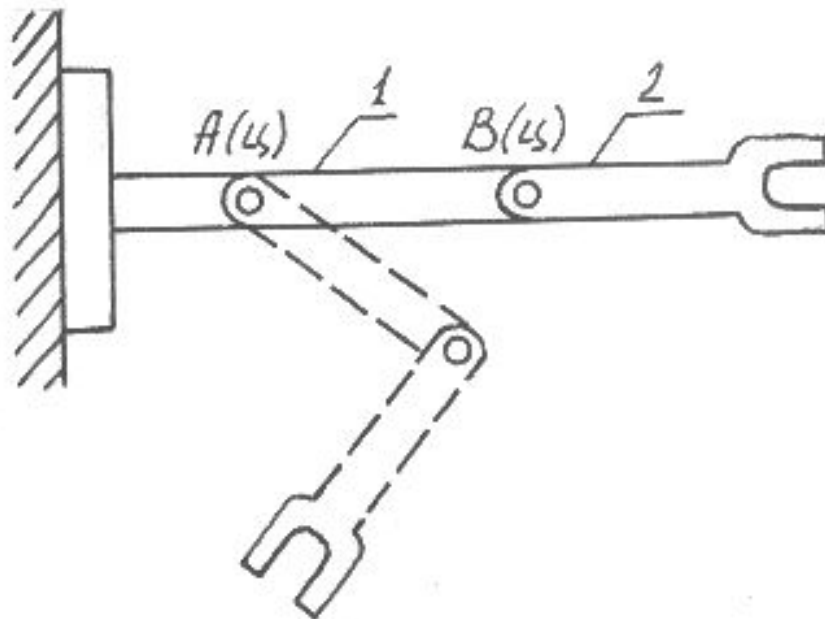
Інші ланки називаються проміжними або єднальними.

Непорушна ланка механізму називається стояком. У механізмі промислового робота – це станина або стіл. У маніпулятора число вхідних ланок дорівнює числу приводів, а вихідна ланка, як правило, постачена робочим органом або схопом.



КІНЕМАТИЧНА СХЕМА РОБОТА КОПІЮВАЛЬНИКА

Дволанковий
маніпулятор



Ступені свободи

Кінематичні пари класифікують по числу мір свободин i по числу умов зв'язку S , що накладаються парою на рух однієї ланки що до другої. При цьому припускається, що всі зв'язки – геометричні. Це викликає обмеження, що накладаються на координати крапок ланки, що входить до кінематичної пари, у відносному русі.

Так як для вільного тіла у просторі число мір свободин N рівно шести, то величини зв'язані співвідношенням:

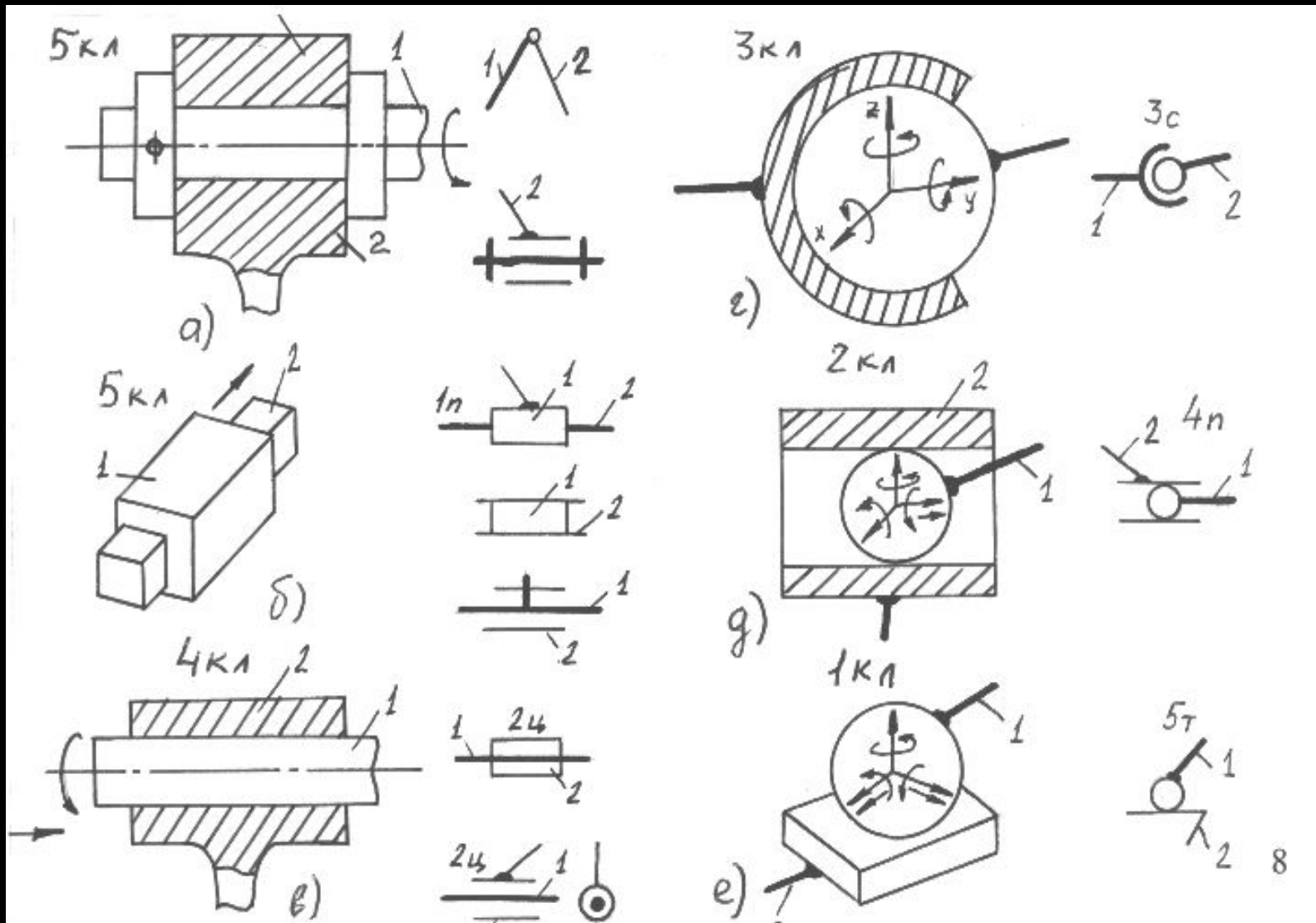
$$N + S = 6,$$

де N і $S = 1, 2, 3, 4$ або 5 . При $S=0$ пари не існують. При $S=6$ кінематична пара стає жорстким з'єднанням, тобто однією ланкою.

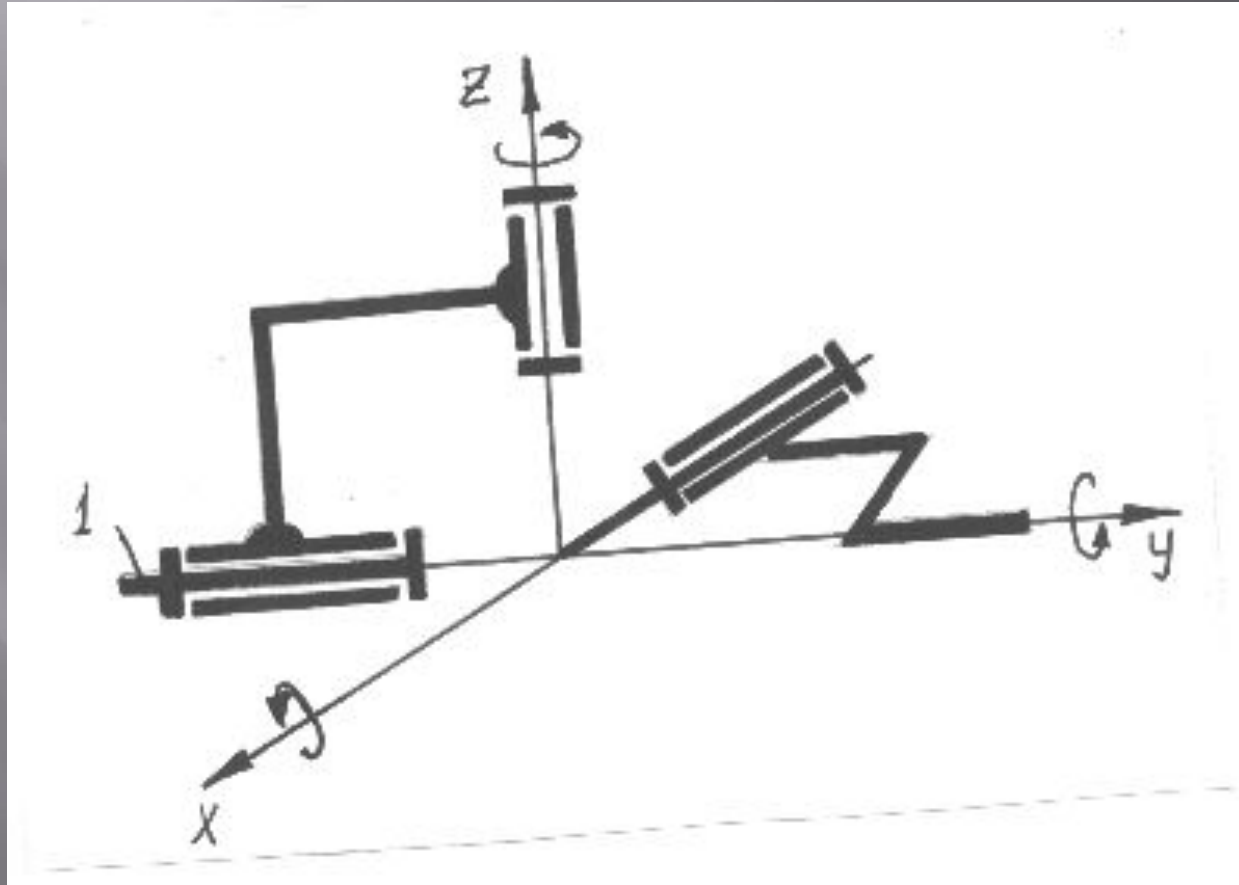
По величинам N і S визначають клас кінематичної пари. Розрізняють:

- однорухомі пари (5 класу $N = 1, S = 5$);
- двурухомі пари (4 класу $N = 2, S = 4$);
- трьохрухомі пари (3 класу $N = 3, S = 3$);
- чотирьохрухомі пари (2 класу $N = 4, S = 2$);
- п'ятирухомі пари (1 класу $N = 5, S = 1$).

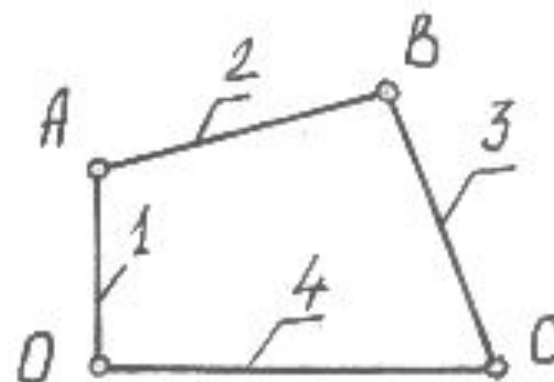
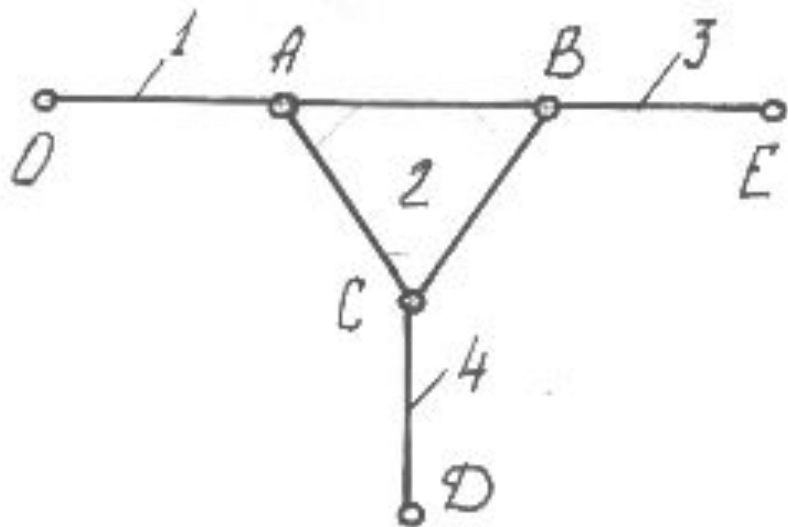
Класи кінематичних пар



Роль кінематичної пари може виконувати кінематичне з'єднання.



Кінематичні ланцюги



Плоскі

незамкнутий складний

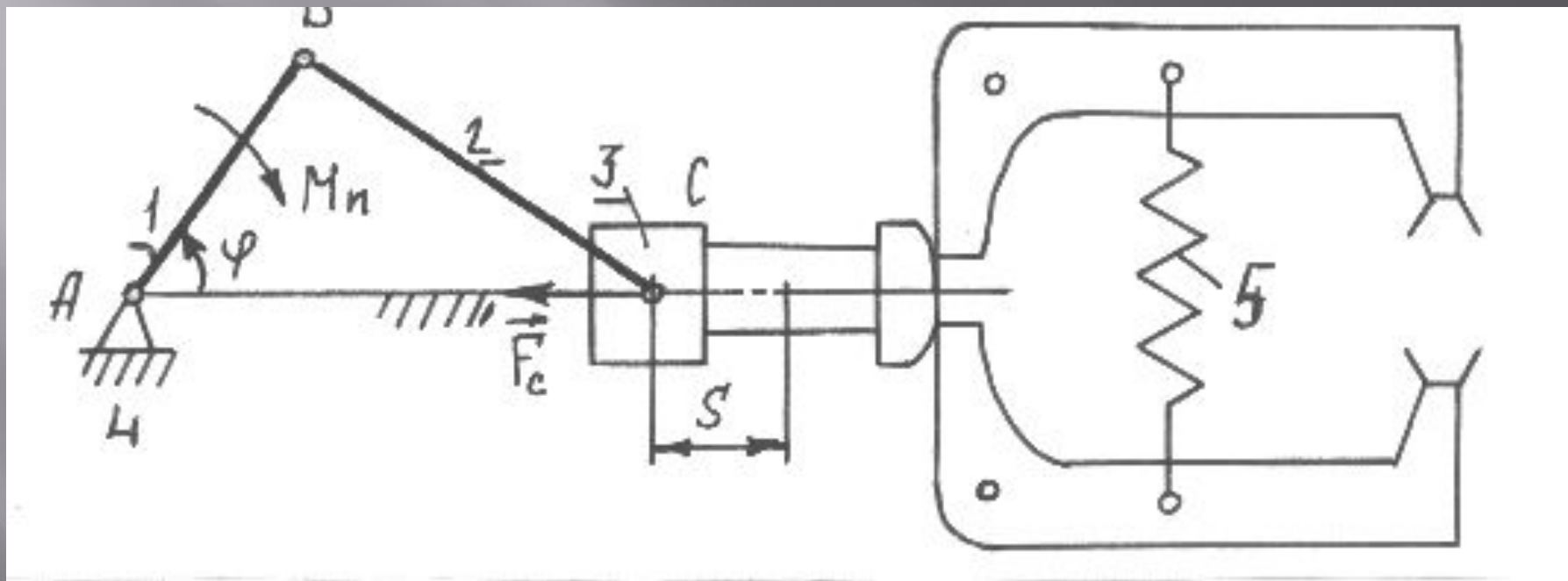
замкнутий

простий

НАЙПРОСТІШІ МЕХАНІЗМИ

- ▣ 1. Кривошпно-повзунний
- ▣ 2. Шарнирний чотириланник
- ▣ 3. Кулісний механізм.
- ▣ 4. Зубчасті передачі
- ▣ 5. Кулачкові механізми
- ▣ 6. Мальтійський хрест
- ▣ 7. Фрикційні передачі

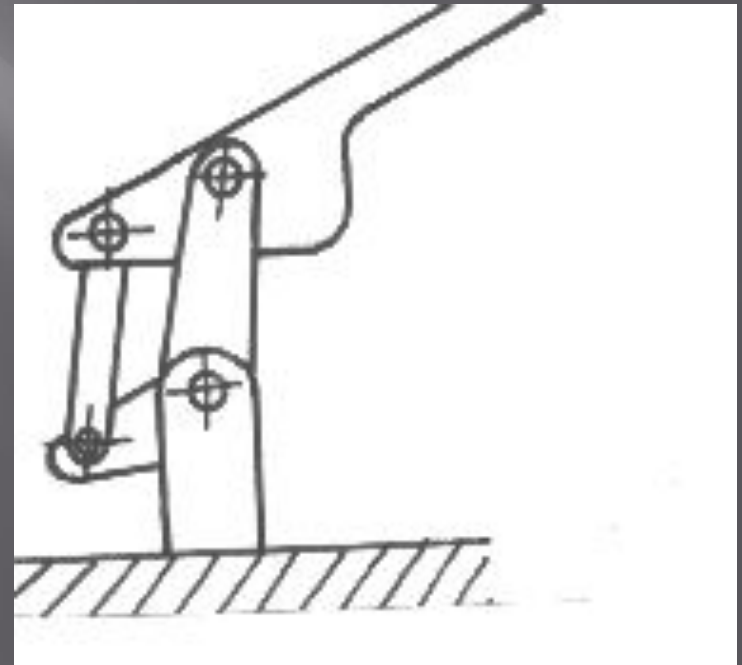
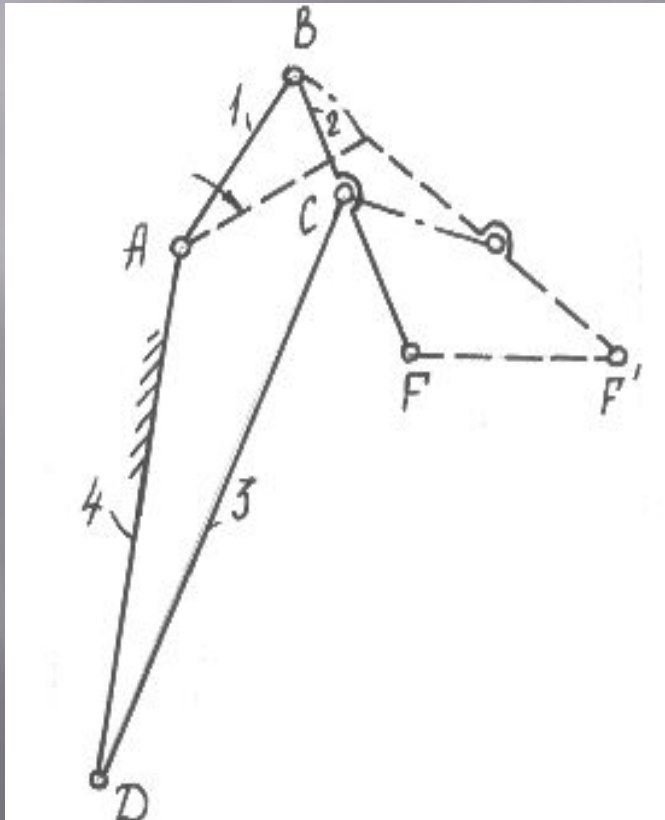
Кривошипно-повзунний механізм - один з самих розповсюджених.



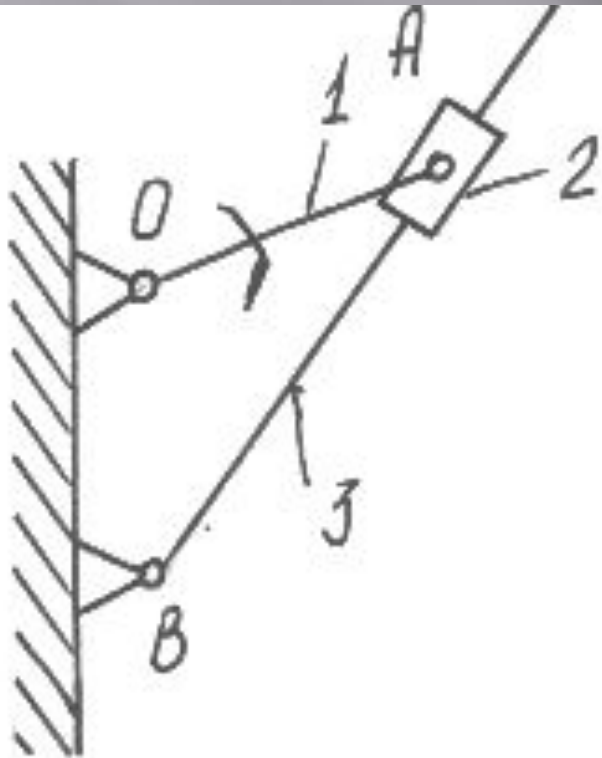
Шарнірний чотириланник

Схема паралелограмного механізму порталного крану зі стрілою

Схема двохкоромислового механізму



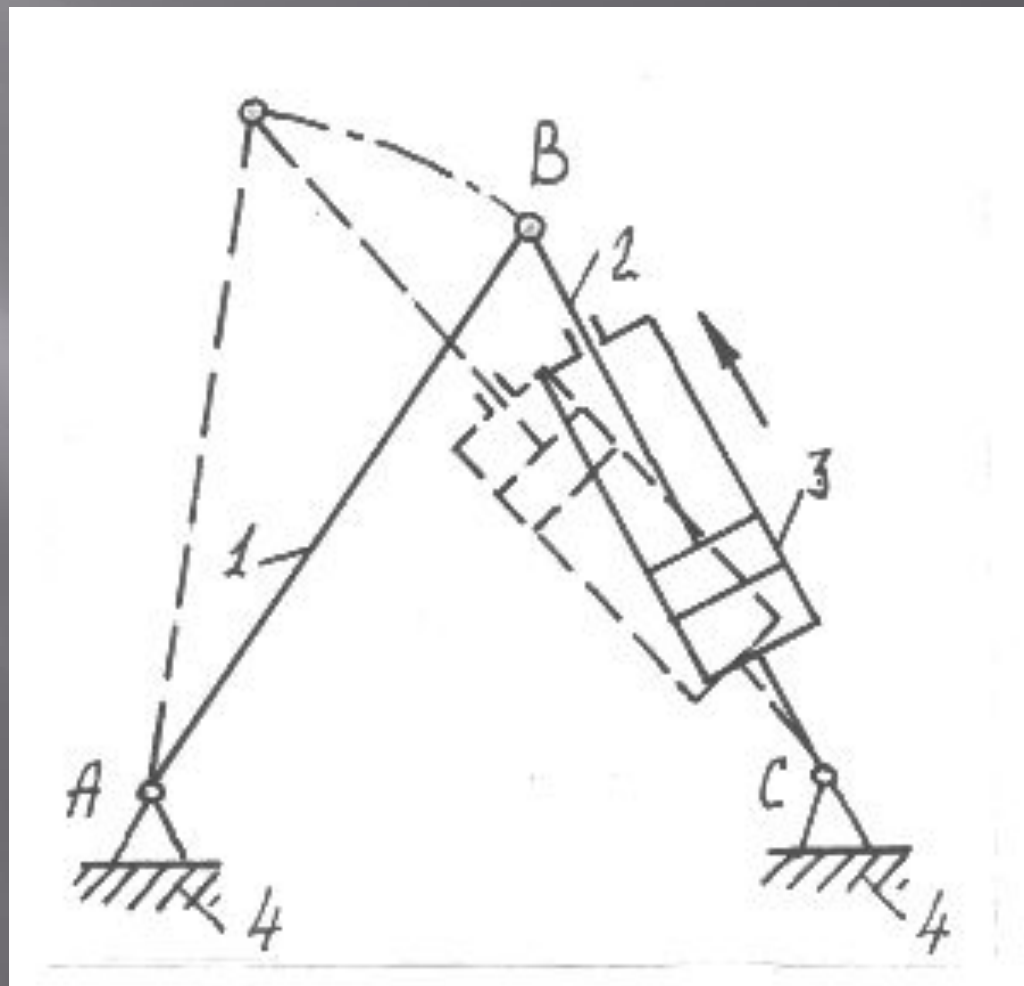
Кулісний механізм



Служить для перетворення одного виду обертального руху до іншого.

Кулісою звичайно називають ланку з пазом, по якому переміщається повзун (кулісний камінь). Куліса може бути гойдаючоюся, що обертається, рухається поступально.

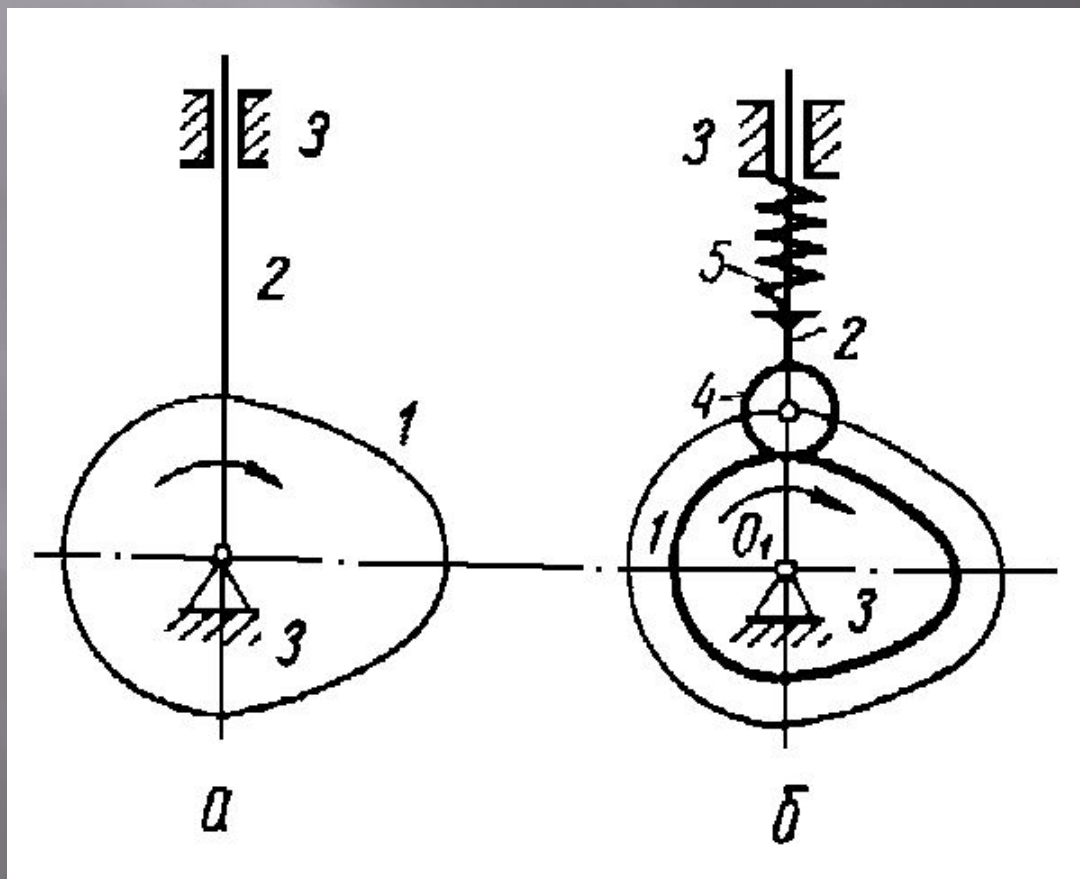
Схема
гідроприводу, в
якому циліндр з
поршнем замінює
кулісний камінь



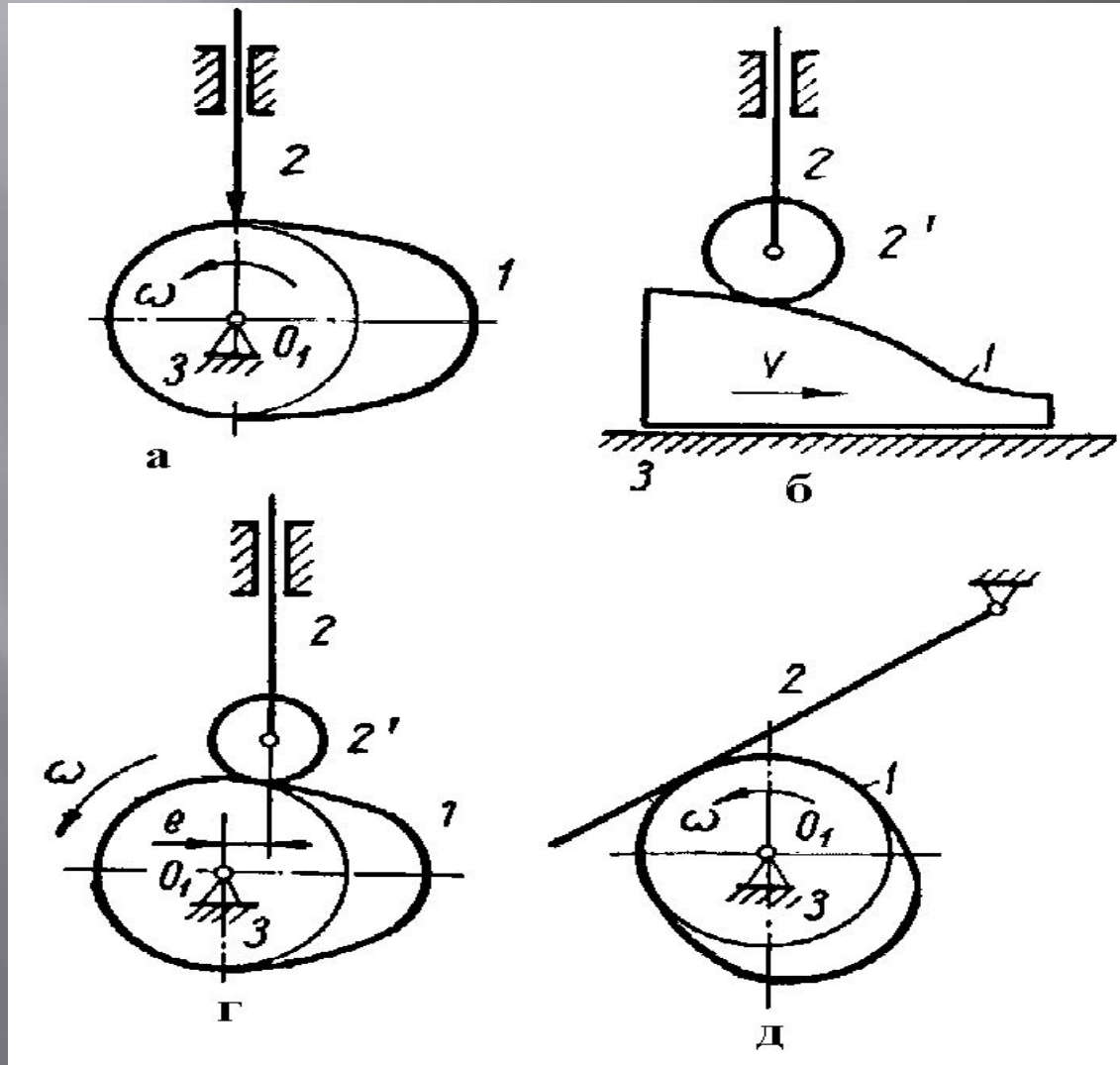


Êđëâîøëîîî-éóëëñîúé ìăŏăîéçî.mp4

Кулачкові механізми

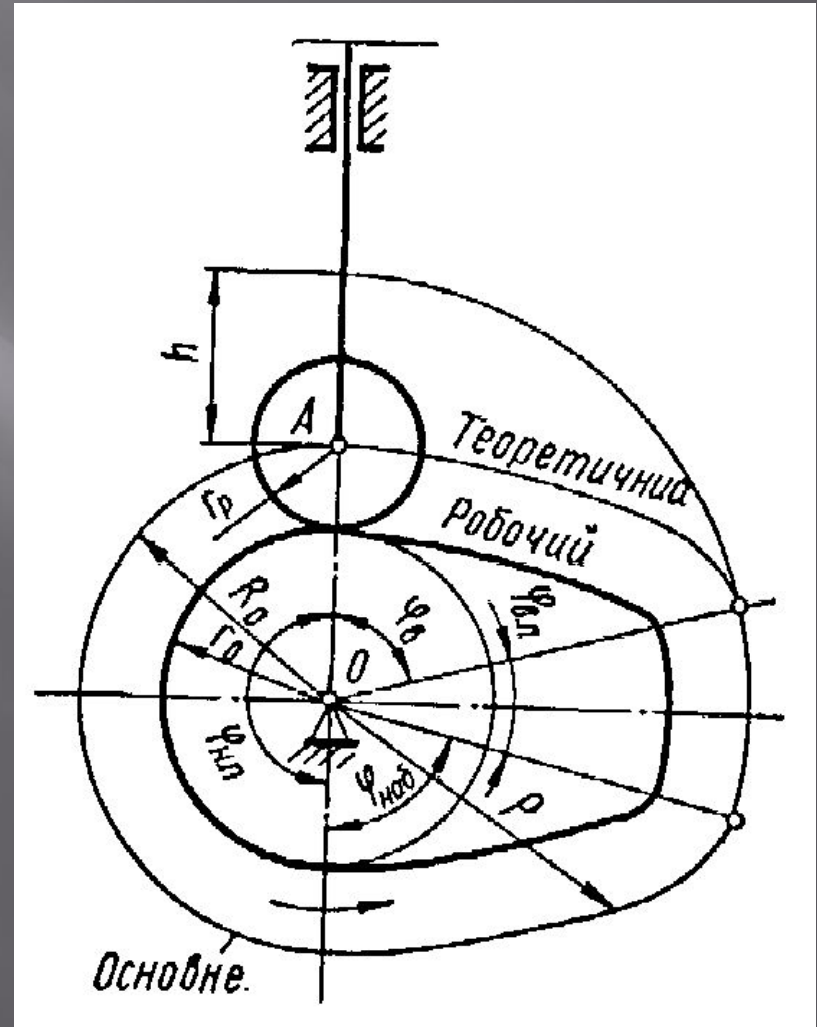


Схеми найчастіше застосовуваних кулачкових механізмів



Найважливіші означення, що зустрічаються під час аналізу і синтезу кулачкових механізмів

- $\phi_{в.}$ - фазовий кут віддалення (піднімання);
- $\phi_{в.п.}$ - фазовий кут верхньої паузи;
- $\phi_{наб.}$ - кут наближення (опускання);
- $\phi_{н.п.}$ - кут нижньої паузи;
- R_0 - радіус основної шайби теоретичного профілю кулачка;
- r_0 - радіус основної шайби справжнього (робочого) профілю кулачка;
- ρ - радіус-вектор теоретичного профілю кулачка;
- r_p - радіус ролика;
- h - хід штовхача.



Сума фазових кутів дорівнює 360° :

$$\phi_{\text{в}} + \phi_{\text{в.п.}} + \phi_{\text{наб}} + \phi_{\text{н.п.}} = 360^\circ.$$

Відповідні інтервали часу пропорціональні фазовим кутам:

$$t_{\text{в}} + t_{\text{в.п.}} + t_{\text{наб}} + t_{\text{н.п.}} = T,$$

де $t_{\text{в.}}$ - час що відповідає віддаленню штовхача;

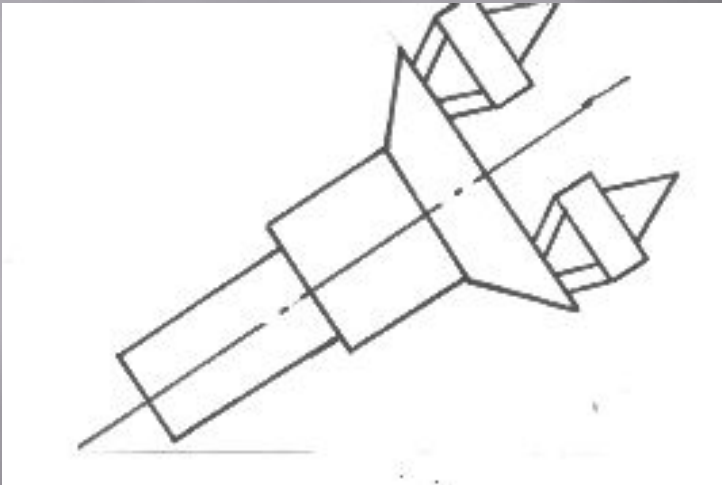
$t_{\text{в.п.}}$ - тривалість верхньої паузи;

$t_{\text{наб}}$ - час наближення;

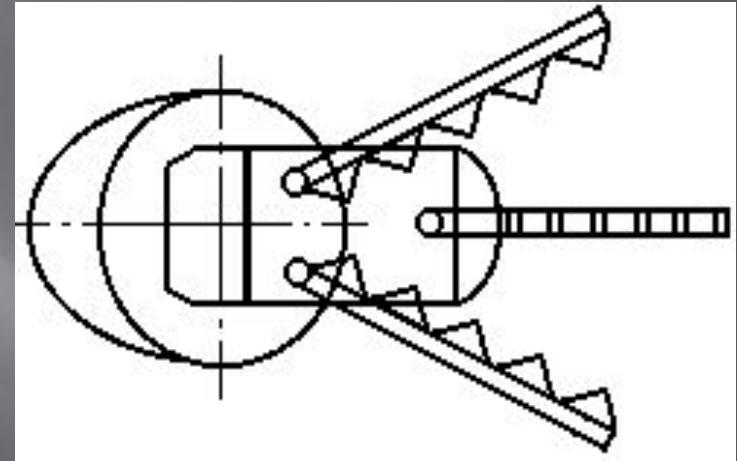
$t_{\text{н.п.}}$ - тривалість нижньої паузи;

T - період руху механізму.

Види робітничих органів, схопи маніпуляторів

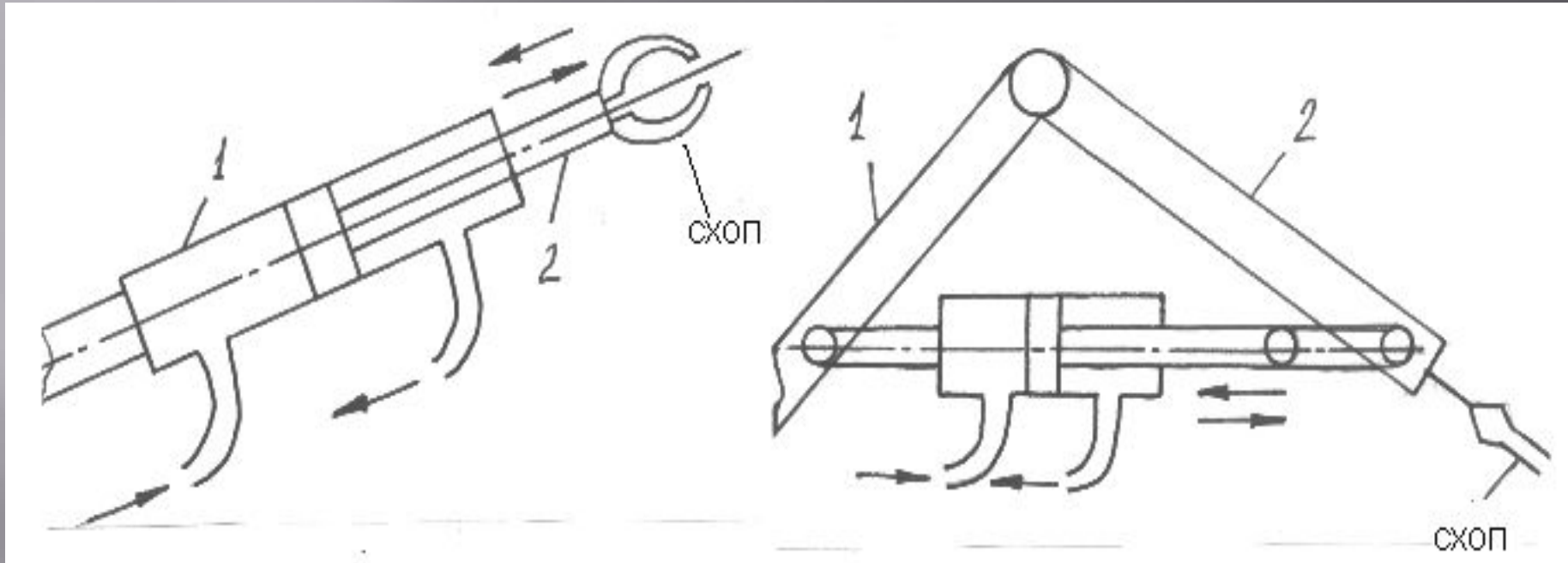


Двохпальцевий схоп



Трьохпальцевий схоп

Приводи ПР



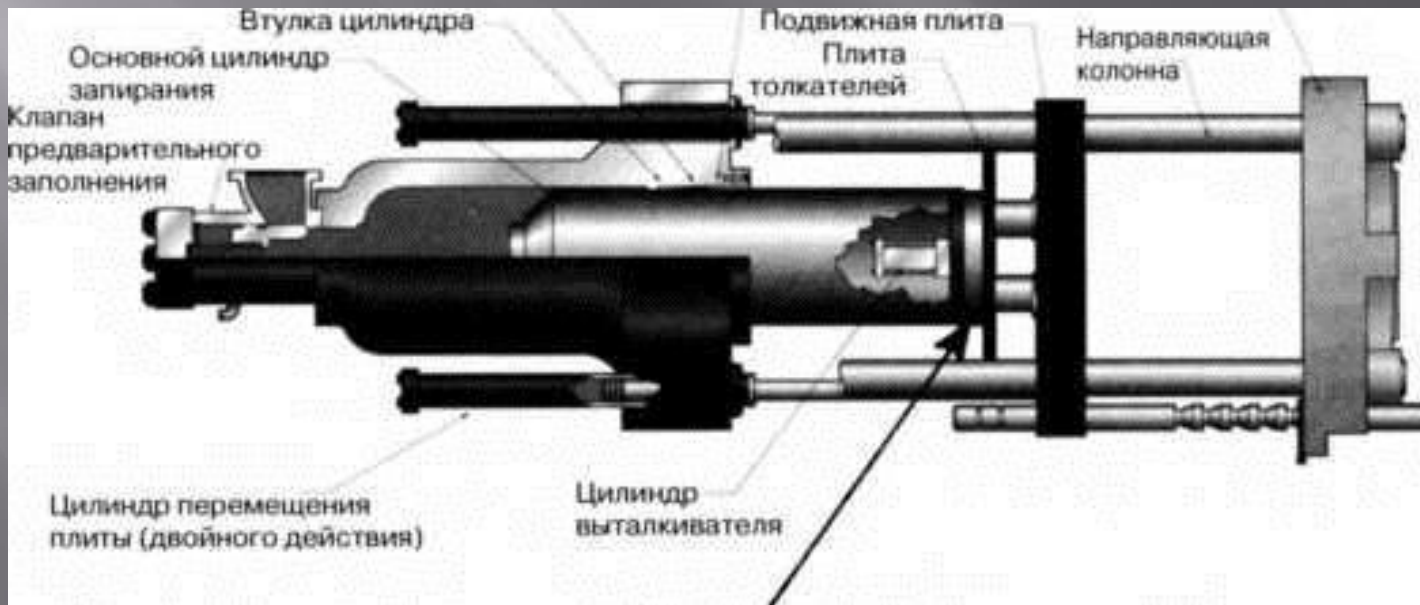
Гідроприводи, що забезпечують поступовий і
обертальний рухи ланок

Гідравличні приводи найбільш часто застосовуються.

Достоїнства:

- висока швидкодія;
- забезпечення стабільності швидкості переміщення вантажу;
- висока вантажопідйомність;
- можливість реверсування двигуна;
- високий коефіцієнт підсилення по потужності (більш 100) і к.к.д.,
- безгучність передачі.

Недоліки гідроприводів - обов'язкова наявність насосної настанови і пожеженобезпечність при використанні пальних рідин.

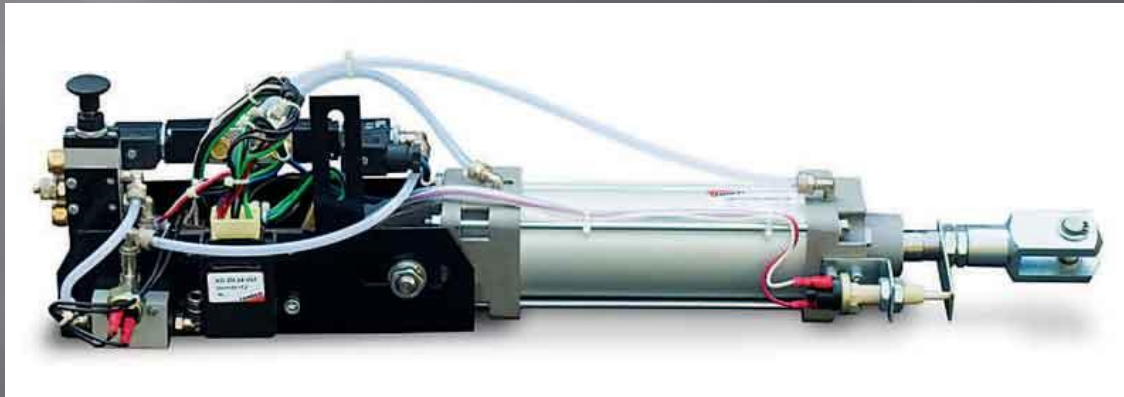


Пневматичний привід аналогічний гідравличному. У ньому основний елемент - **пневмоциліндр**, де поршень пересувається під чинністю стислого повітря.

Гідності цих приводів:

- простота і надійність конструкції;
- висока швидкість вихідної ланки (до 1 м/з, при обертанні до 60 об/хвл.);
- використання у вигляді робітничого органу повітря від заводської пневмосеті;
- можливість працювати у агресивних і пожежонебезпечних середах;
- високий К. К. Д. (до 80%);
- низька вартість;
- легкість.

До недоліків пневмопривода слід віднести нестабільність швидкості вихідної ланки внаслідок тиска повітря, необхідність демпфірування вихідної ланки в кінці ходу, наявність шуму в праці приводу.



Електроприводи все ширше використовуються у робототехніці. Їми добре керувати, вони зручні в експлуатації, мають високий К. К. Д., високу швидкість, рівномірність обертання.

Недоліки їх в тому, що вони мають гірші, у порівнянні з пневматичним і гідравлічним приводами, масогабаритні характеристики. Але найбільш цінні його якості – економічність і взаємозамінність.

Механічні двигуни використовуються в тому разі, якщо вихідна ланка має стабільний циклічний характер руху. Принцип чинності таких приладів заснований на перетворенні обертального руху кулачків або барабана зі складною профілірованою поверхнею в зворотньо-поступательний або криволінійно-обертальний рух ланок, що його передають, і далі до вихідних ланок маніпуляційної системи ПР.

У робототехніці знайшли застосування і такі двигуни, як **вібраційні**.

Системи управління ПР

Згідно з назвами генерацій роботів розрізняють наступні прилади управління ПР:

програмні (I генерація ПР)

адаптивні (2-га генерація ПР)

інтелектуальні (3-тя генерація ПР)

По засобу управління розрізняють прилади:

циклового управління – коли рух робітничого органу ПР визначається тільки становищем початкової і кінцевої точок.

позиційного управління – коли рух робітничого органу ПР відбувається по заданим точкам позиціювання вздовж траєкторії руху;

контурного управління – коли рух робітничого органу ПР відбувається вже по заданій траєкторії з установленим розподілом в часу значень швидкості.

Основні характеристики ПР

Маневреність визначається як число мір свободи механізму при непорушному (фіксованому) становищі охоплення, підведеного до точки.

Робітничим обсягом маніпулятора називають обсяг, обмежений поверхнею, яка огибає всі можливі положення охоплення.

Робітничою зоною або зоною обслуговування називають частину робітничого обсягу, у якому можна виконувати операції з об'єктом маніпулювання.

Швидкість руху охоплення і окремих ланок маніпулятора. Максимальна швидкість руху визначається не тільки вдачею робітничого процесу і потужністю приводів, але і умовами безпеки для обслуговуючого персоналу.

Кут сервісу ψ , всередині якого охоплення може підійти до заданої точки. Максимальне значення куту сервісу $\psi_{\max} = 4\pi$ стерadian.

Коефіцієнт сервіса - це відношення куту до його максимального значення.

$$\theta = \Psi / (4\pi); \quad 0 \leq \theta \leq 1.$$

Точність позиціонування - це відстань, на яку відхиляється схоп при праці від заданих координат точки. Зараз ця точність дуже висока і має величину у мікрометрах. Відомі і інші характеристики ПР: енергетичні витрати, вантажопідйомність та інші.

Класифікація ПР

По признаку спеціалізації:
спеціалізовані і універсальні.

По типу технологічної операції:
основні і допоміжні.

По можливості пересування:
стаціонарні і рухомі.

По вигляду приводу:
з електромеханічним, гідравлічним, пневматичним приводом.

По вигляду СП ПР:
з цикловим, позиціоним і контурним управлінням.

По засобу настанови на робітничому місці:
напольні, підвісні, вбудовані.

По вантажопідйомності:
легкі, середні, важкі.

По числу м'р рухомості.

По вигляду системи координат.

Лекція 2

СТРУКТУРНИЙ АНАЛІЗ

ПЛОСКИХ МЕХАНІЗМІВ

Структура просторового кінематичного ланцюга. Структурна формула.

Нехай число кінематичних пар в ланцюзі I-ого класу ϵP_1 , число пар 2-ого класу $- P_2$, число пар 3-ого класу $- P_3$, число пар 4-ого класу $- P_4$, число пар 5-ого класу $- P_5$. Тоді з 6n мір свободи необхідно виключити тих, які ліквідуються кінематичними парами. Внаслідок кінематичний ланцюг, до якого входить і стояк механізму, має число мір рухомості (класифікація по Артоболовському І. І.)

$$W = 6n - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1$$

Число мір рухомості W кінематичного ланцюга, що до непорушного стояка визначається з виразу

$$W = 6(n - 1) - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1$$

Нехай $(n - 1) = k$, де k - число рухомих ланок механізму, тоді отримаємо

$$W = 6k - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1,$$

або

$$W = 6k - \sum_{i=1}^5 ip_i$$

де p_i - число кінематичних пар якого-те певного класу:

i - число накладення зв'язків на пару певного класу.

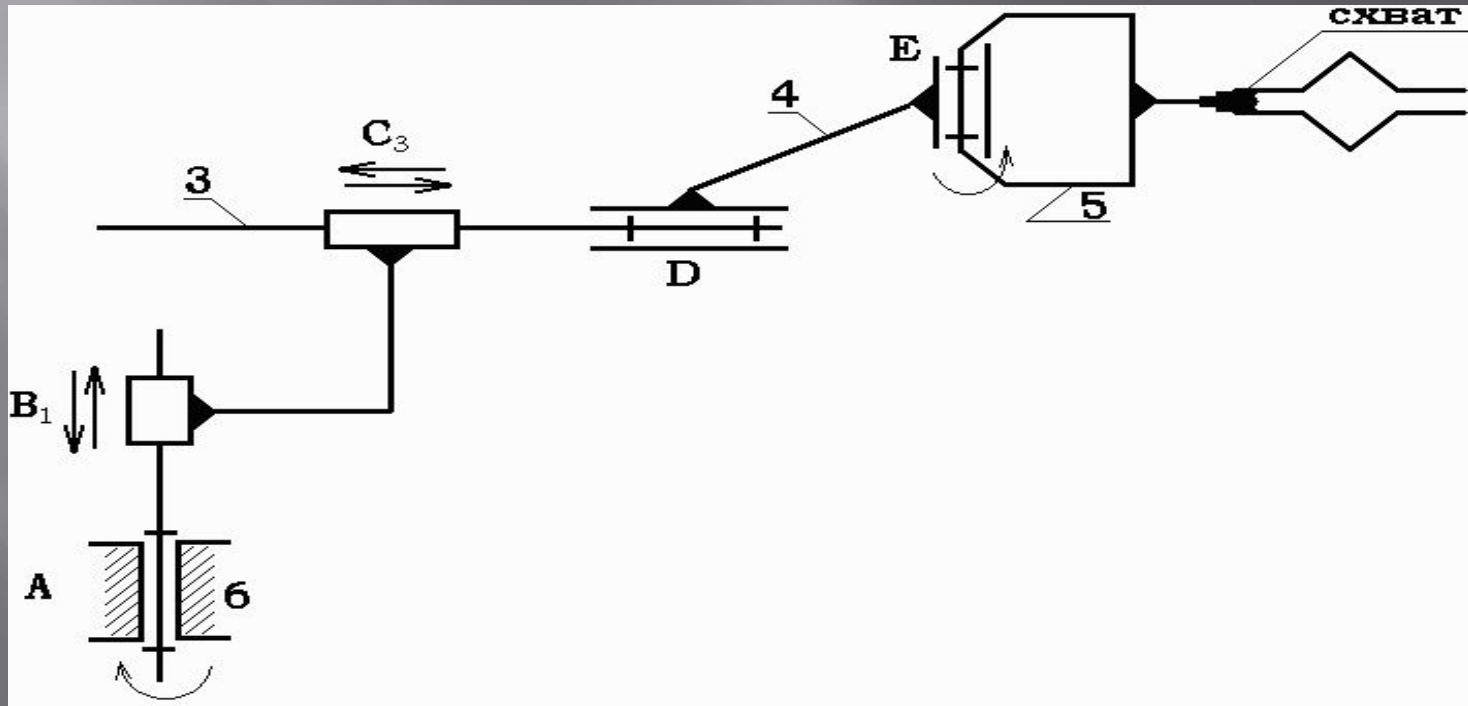
Визначимо число мір свободи механізму робота "Версатран". Його кінематична схема представлена на рисунку.

Механізм має 5 рухомих ланок і стояк. Значить $k = 5, n = 6$. Всі кінематичні пари в ньому 5 класу, мають $H = 1, S = 5$, тобто $p_5 = 5$.

Тоді число мір свободи механізму визначимо по формулі $W = 6 \cdot 5 - 5 \cdot 5 = 5$.

Механізм володіє п'ятью мірами рухомості. Стрілками на рисунку показані 5 рухів, що мають ланки: три обертальних і два поступальних.

Т. я. для приведення до руху механізму маніпулятора "Версатран" треба забезпечити 5 незалежних рухів, т. п. зробити 5 ланок ведучими.



Структурна формула плоских механізмів та ланцюгів

Плоский механізм - це теж кінематичний ланцюг, що одною ланкою має стояк, точки ланок описують траєкторії, що лежать в одній або паралельних площинах.

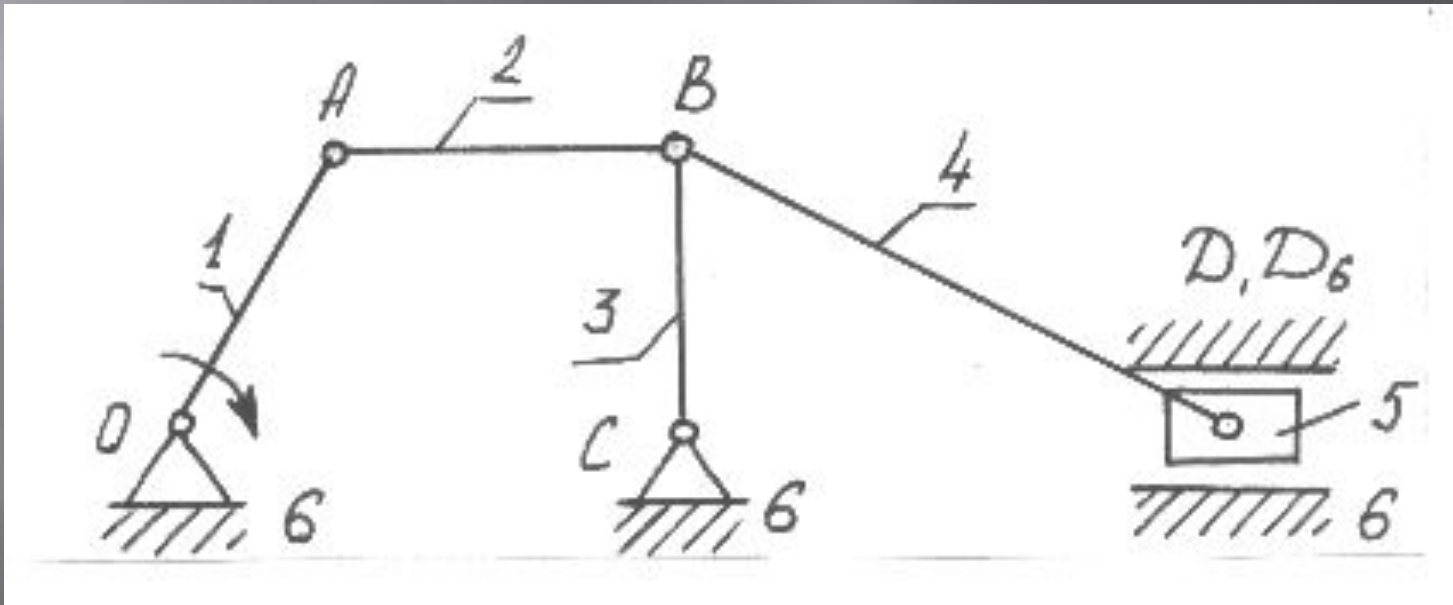
При русі до площині міра рухомості ланок буде не $6n$, а $3n$.

Так як одна ланка механізму, стояк, непорушна, число мір рухомості рухомих ланок є $3(n - 1) = 3k$.

В плоскому русі вісі кінематичних пар повинні бути паралельними. В ньому не може бути трьох, чотирьох і п'ятирухомих кінематичних пар. Тому формула числа мір рухомості плоского механізму має вигляд:

- формула П. Л. Чебишева.

$$W = 3(n - 1) - 2p_2 - p_1 = 3k - \sum p_i$$



Перерахуємо нижчі кінематичні пари з однією мірою свободи
($H = 1; S = 2$).

Тут є обертальні і поступательна. Обертальні позначимо літерами $B_{16}, B_{12}, B_{23}, B_{24}, B_{45}$, поступальну – D_6 .

Перерахуємо їх: B_{16} (значить, що пара зв'язує ланки 1 і 6), B_{12} (ланки 1 і 2), B_{23} (ланки 2 і 3), B_{24} (ланки 2 і 4), B_{45} (ланки 4 і 5).

У шарнирі В з'єдналися 3 повідця. В цьому випадку враховується 2 кінематичні пари.

Поступальну пару позначаємо буквою з індексом D_6 . “6” – це номер ланки (у даному випадку стояка), яка є направляючою що до повзуна 5.

Отрималося, що число кінематичних пар рівно 7.

Дворухомих пар в механізмі немає, значить число

$$P_1 = 0.$$

Підставимо значення k, n і p_i в (2.2). Маємо:

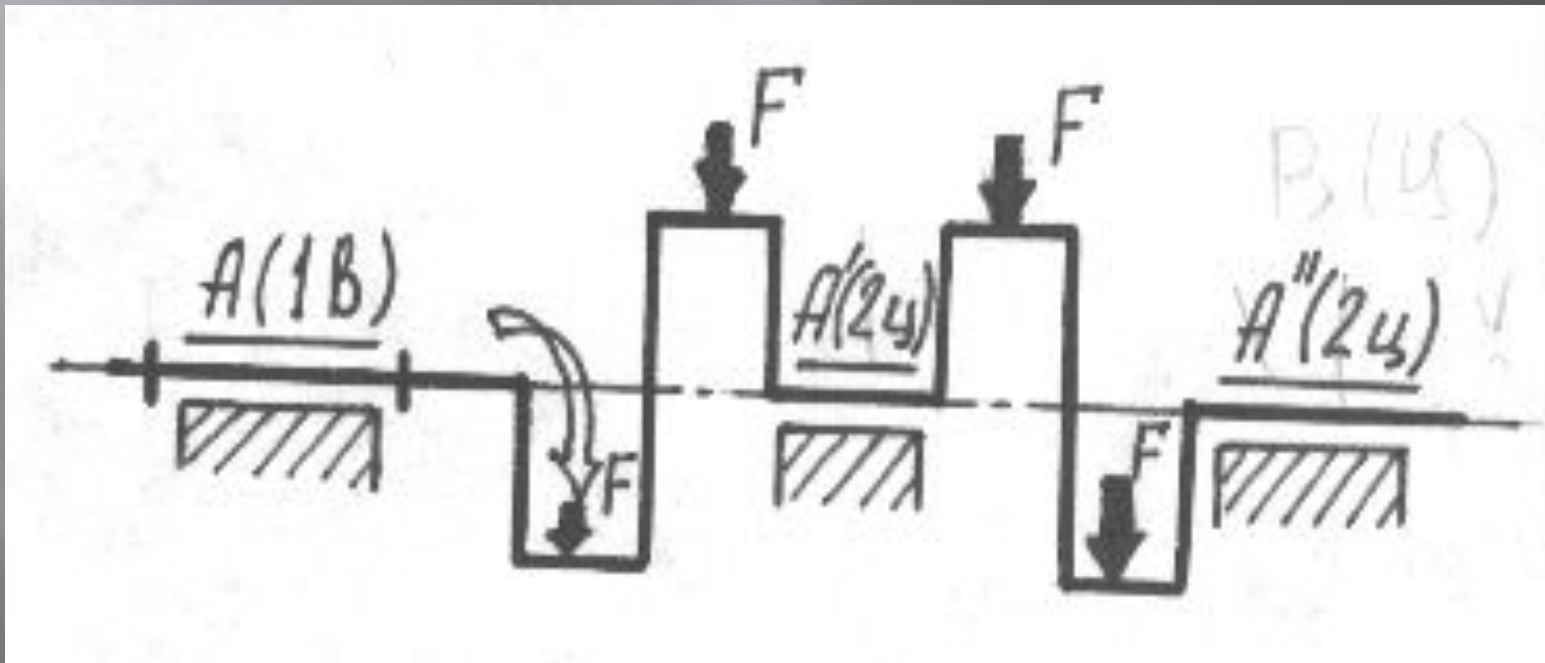
$$W = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 7 = 1,$$

механізм має одну вхідну або ведучу ланку 1.

Значить він дієздатний, рухи його ланок визначені.

Надмірні зв'язки

Вилучення з механізмів ланок і кінематичених пар, яким ці міри свободи належать, може бути зроблене без зміни загальної вдачі руху механізму в цілому. Такі міри свободи називаються зайвими мірами свободи, а зв'язки - надмірними або пасивними.



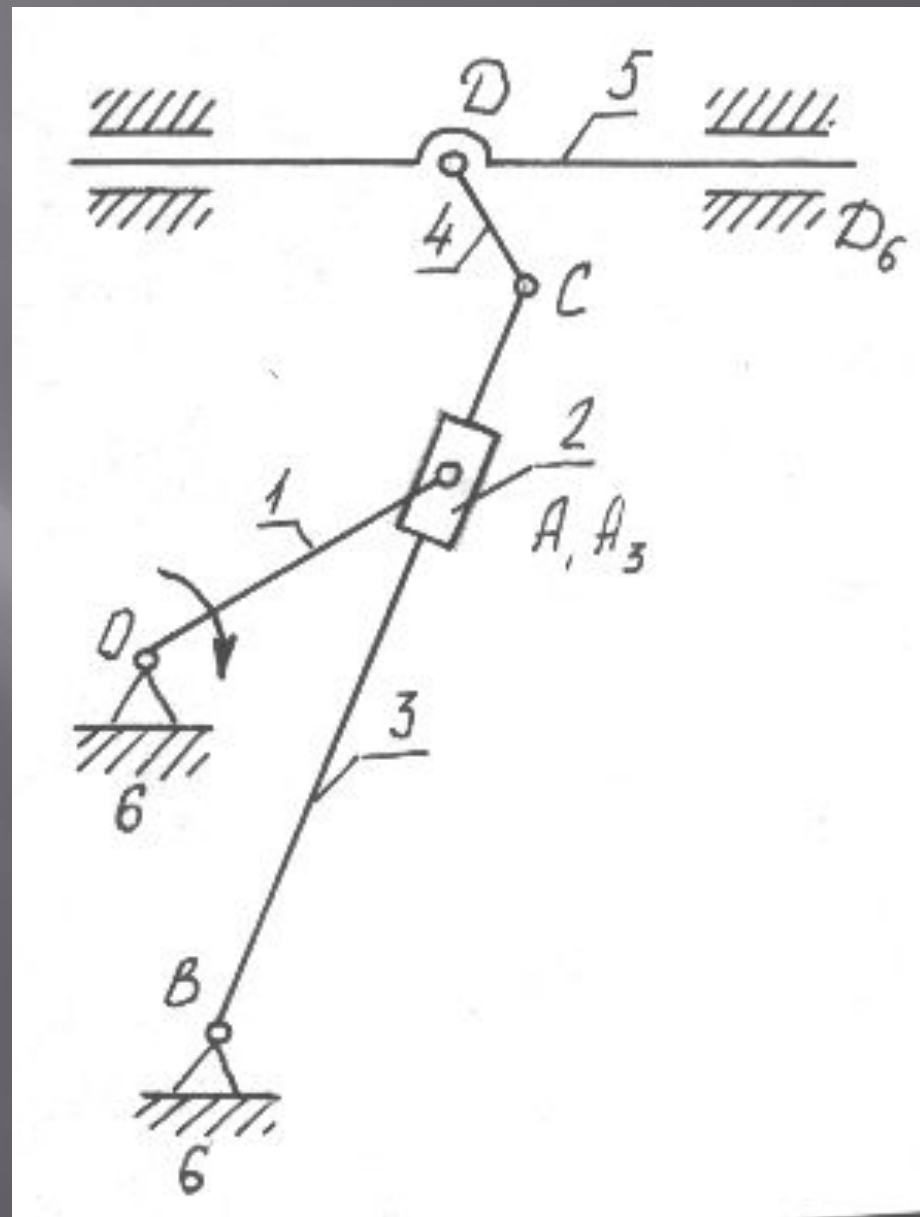
В механізмі поперечно-строгального верстату введена "зайва" з точки зору забезпечення руху поступова кінематична пара між ланками 5 і 6; якщо прибрати другу поступальну пару з урахуванням q_1 надмірних зв'язків, то формула Сомова - Малишева набуває вигляду:

$$W = 6k - \sum_{i=1}^5 ip_i + q_i$$

А для плоских механізмів:

$$W = 3k - \sum_{i=1}^2 ip_i + q_i$$

При $q_i = 0$ механізм - статично визначена система, при $q_i \neq 0$ - статично невизначима.



Прикладом механізму з надмірними зв'язками є механізм подвійного паралелограма.

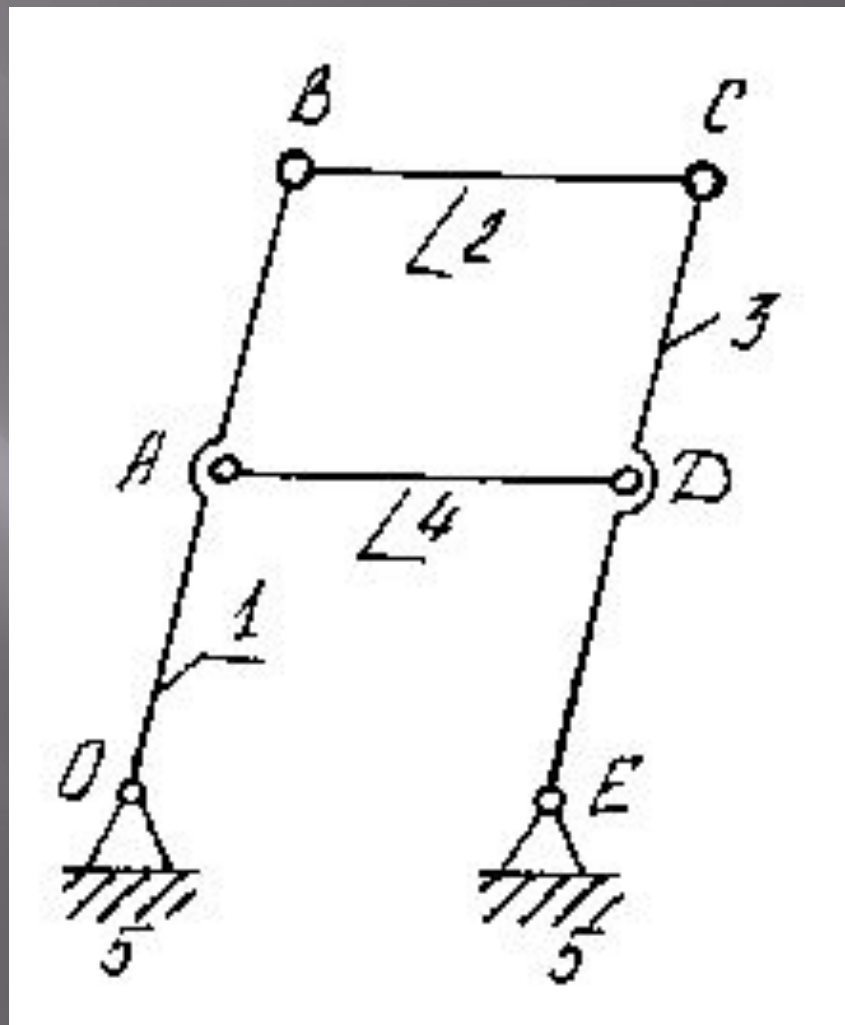
Без всякого порушення характеру руху можна ланки усунути. Кінематичні пари і є надлишковими зв'язками.

Розміри ланок задовольняють умовам:

$$OA = ED;$$

$$AB = CD;$$

$$OE = AD = BC.$$



Конструкторські методи заміни статично невизначених механізмів

При $q_i = 0$ зборка відбувається без деформування ланок. Механізм називається самоустановлювальним.

При $q_i > 0$ і довільних розмірах ланок, механізм не можна зібрати без їхньої деформації. Тоді треба збільшити зазори в кінематичних парах, уводити гнучкі ланки; усувати q_i .

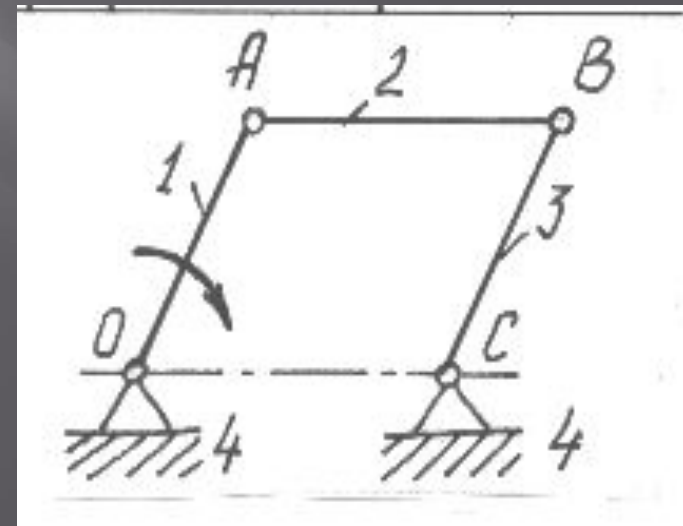
Методику усунення надлишкових зв'язків у кінематичних ланцюгах механізмів розглянемо на прикладі шарнірного чотирихланника. Міра рухомості цього механізму визначається як плоского за формулою П.Л.Чебишева і дорівнює

$W = 1$. Називаємо її основною W_0 .

Якщо осі O і C нерівнобіжні внаслідок неточності виготовлення, механізм стає просторовим і що не збирається. В цьому випадку визначення числа надмірних зв'язків q_i проводиться за формулою Сомова-Малишева, але W_0 приймається $W_0 = 1$ як для плоского механізму.

$$q = W_0 + \sum_{i=1}^n ip_i - 6k$$

$$q = W_0 - 6k + \sum_{i=1}^5 ip_i$$



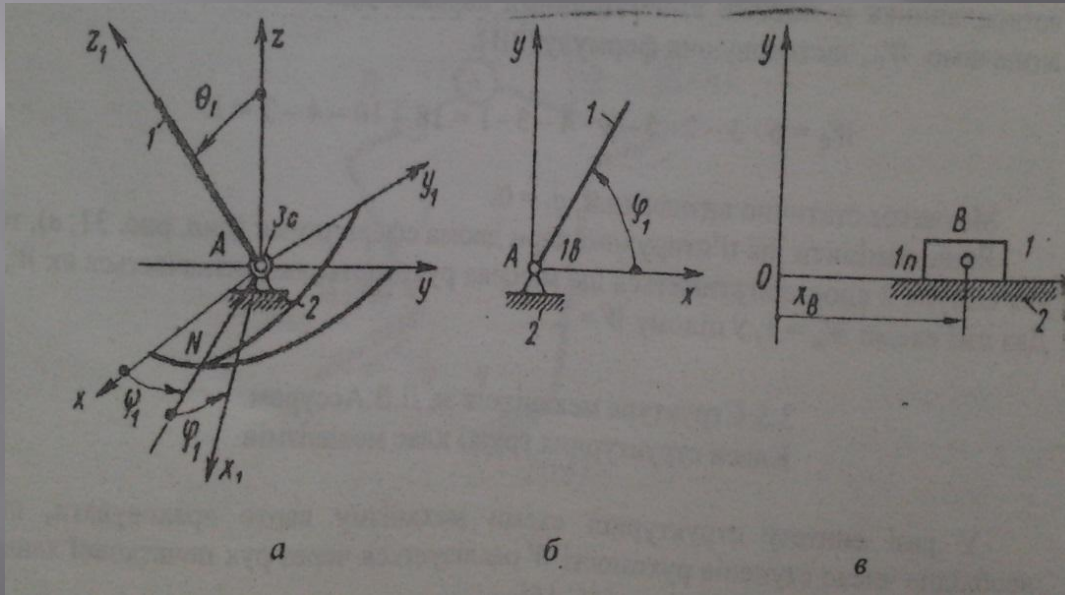
Структура механізмів по Л. В. Ассуру. Класи структурних груп і клас механізмів

Узагальнювальними координатами механізму називають незалежні координати, що визначають положення первинних ланок механізму відносно стояку.

Початковою ланкою механізму називають ланку, якій приписується одна чи кілька узагальнювальних координат.

Зручно будувати структурні схеми механізмів шляхом приєднання структурних груп чи груп Ассура до первинної ланки.

Приєднувати можна тільки такі кінематичні ланцюги, що мають $W=0$.



Умови складання груп Ассура

$$p_2 = 3 / 2 k.$$

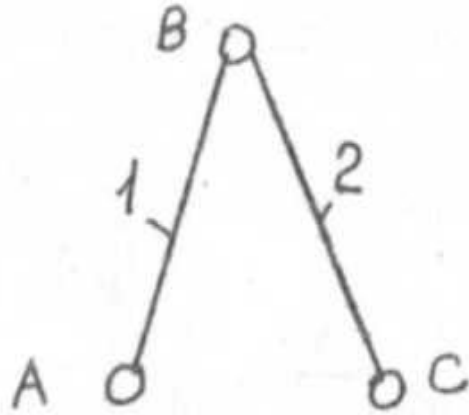


Рис. 33

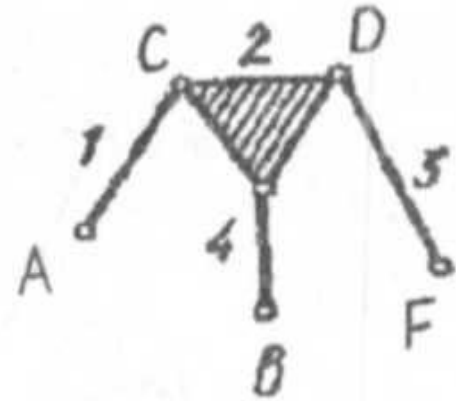
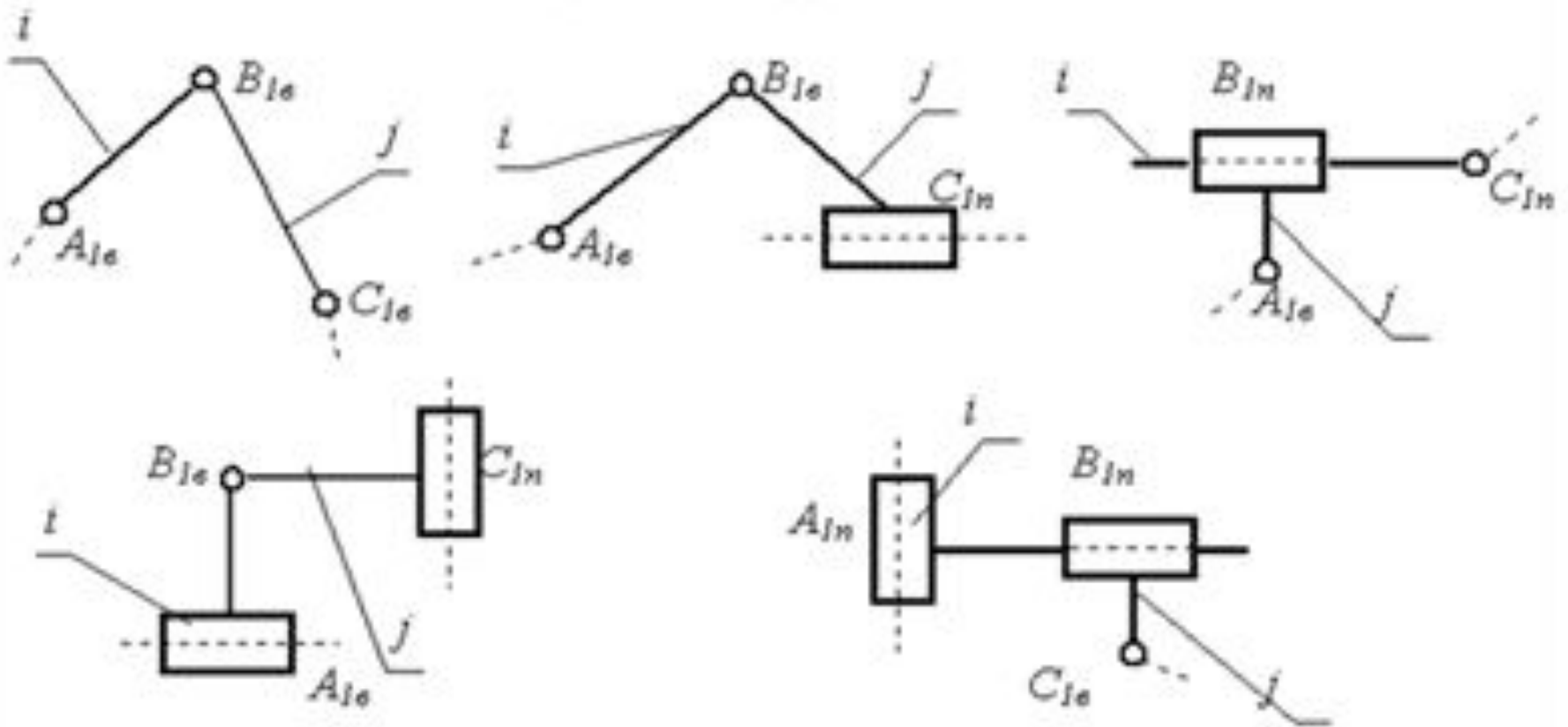


Рис. 34

Структурні групи за видами

Двухповодковые группы Ассур (1-й класс 2-й порядок)



$$W_{\pi} = 3 \cdot n_{\pi} - 2 \cdot p_1 = 0, \text{ где } n_{\pi} = 2, p_1 = 3.$$

Правила складання структурних схем:

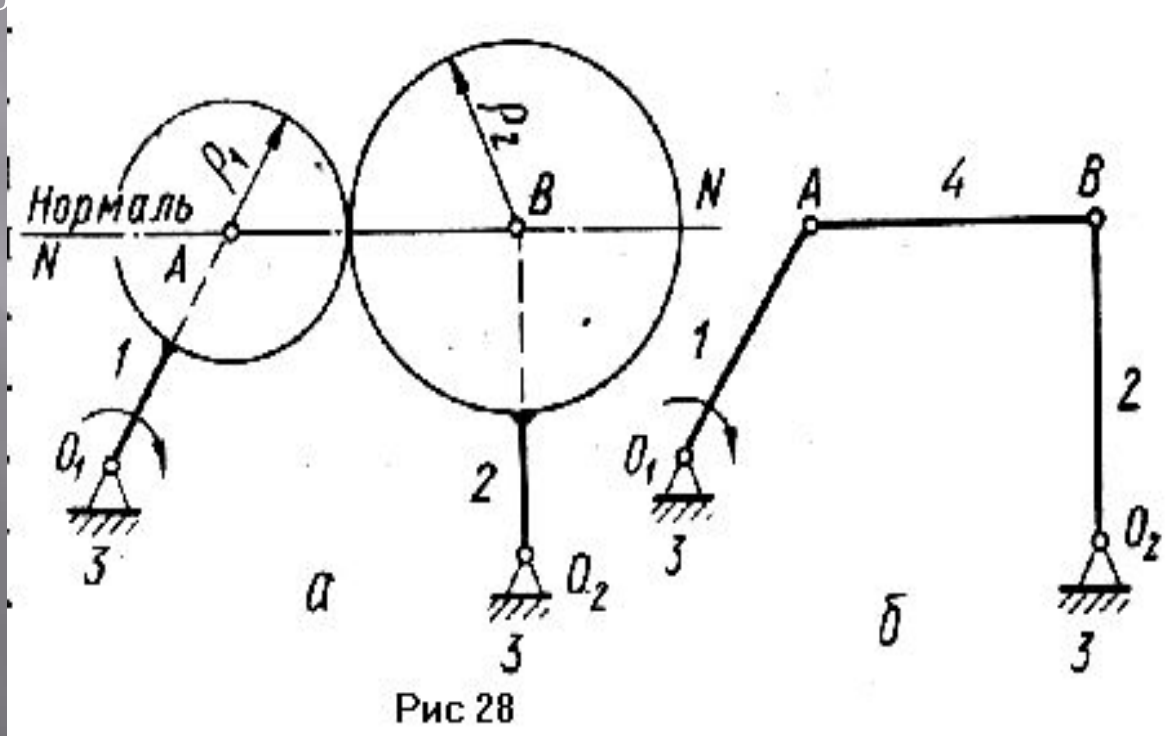
- Структурна схема будується не в масштабі;
- Поступальні пари замінюються обертальними;
- Ланки, з'єднані з іншими 3-мя кінематичними парами, замінюються трикутниками.
- Відділення груп Ассура от схеми механізму починається з відомої (чи вихідної) ланки.

Заміна вищих кінематичних пар

При вивченні структури кінематичних плоских механізмів в багатьох випадках зручно замінювати вищі пари кінематичними ланцюгами, що мають тільки нижчі обертальні пари 5 класу.

При цій заміні повинна задовольнятися умова, щоб механізм, отриманий після такої заміни, володів колишньою мірою рухомості і щоб зберігалися відносні встановищі, що складають рух усіх його ланок.

Розглянемо механізм, показаний на рисунку. 1 – 2 – ланки, 3 – стояк;



Розглянемо механізм, показаний на рисунку.

Визначимо міру рухомості механізму як плоского $W = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 = 1$.

Можна показати, що механізм, який розглядається з кінематичною парою 4 класу "1" може бути змінений шарнирним чотирьохланковим механізмом. Замініючий механізм еквівалентний заданому і із точки зору законів руху ланок 1 і 2.

При заміні обов'язково треба проводити нормаль $N - N$ в точці касання ланок і шукати центри A і B кривизни кривих радіусів ρ_1 і ρ_2 .

З диференціальної геометрії відомо, що коло кривизни в точці касання з

кривою і сама крива еквівалентні похідних другого порядку включно, і тому замініючий механізм еквівалентний основному до тієї самої міри, тобто положення, швидкості і прискорення одноіменних точок того і другого механізму будуть однаковими.

Лекція 3

КІНЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ

Задачі кінематичного аналізу

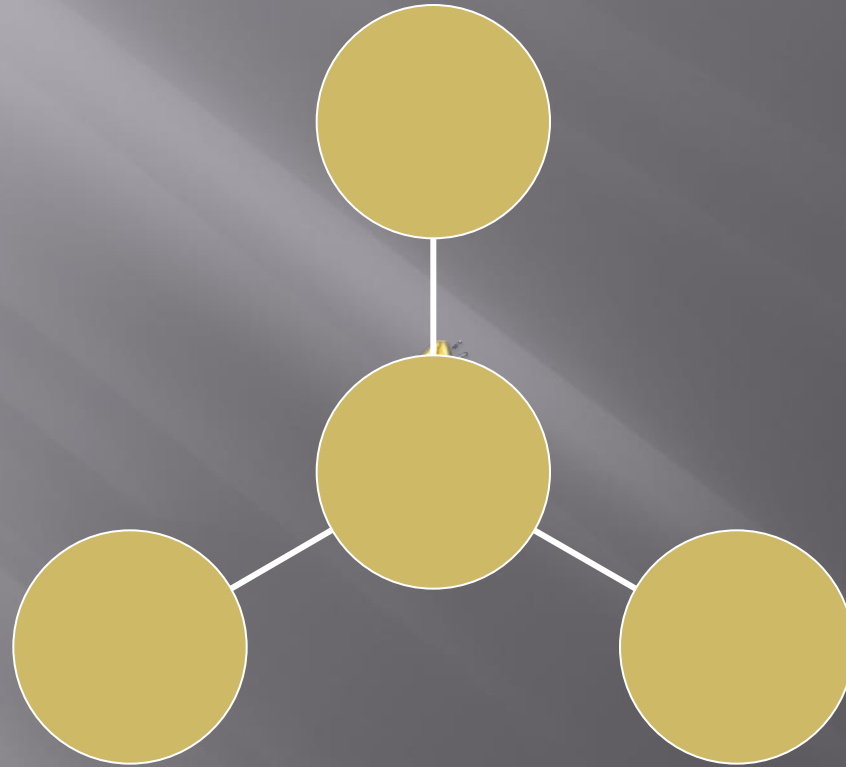
Кінематичний аналіз механізмів має своєю суттю визначення руху усіх ланок по заданому русі початкових ланок.

Основні задачі кінематичного аналізу:

- 1) визначення положень ланок та траєкторій точок ланок;
- 2) визначення лінійних та кутових швидкостей та прискорень.

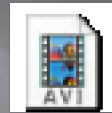
При розв'язанні задач кінематичного аналізу вважаються відомими:

- закони руху початкових ланок і координати їх положень. -к
- кінематичну схему механізму, викреслену з урахуванням масштабного коефіцієнту μ_e [м/ мм];
- структуру механізму.





Êðèâîøèïï-ïïëçóííúé ìððàíèçì.mkz



EtudesRu_stopohod.avi



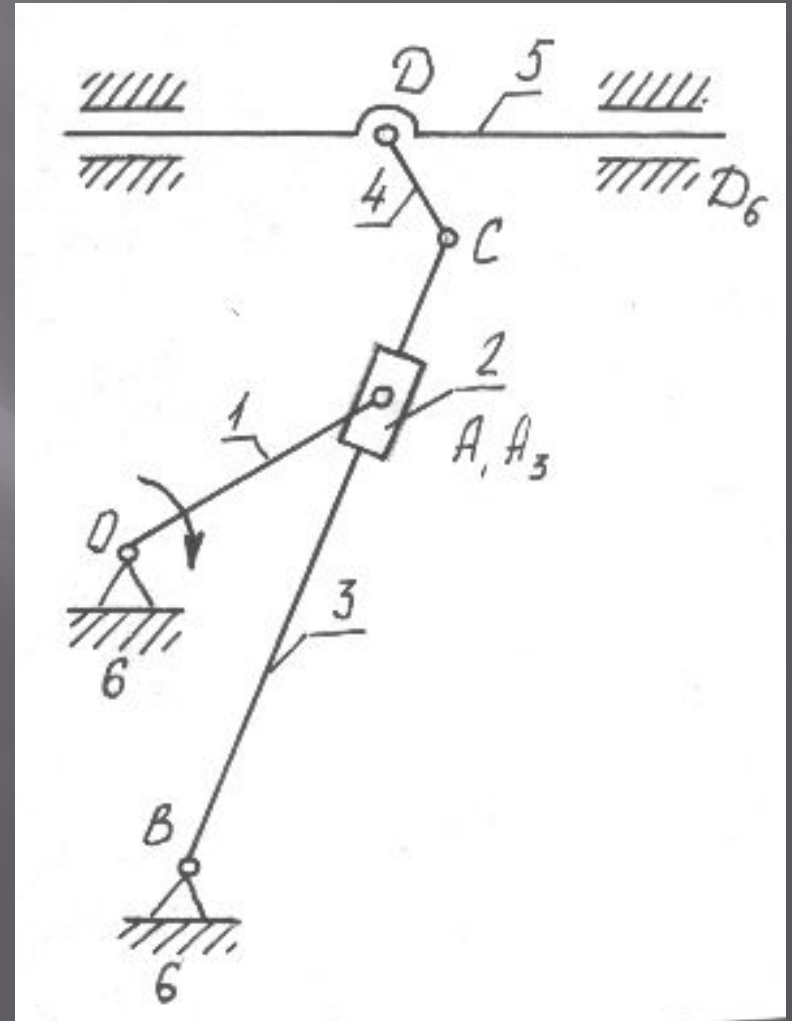
Øàďí _÷ǎòè Īàðàäíêñàëüíúé ìřõàíèçì Ī.Ě. ×ǎáúøǎâà.mp4

Кінематика вхідних і вихідних ланок, передатні функції механізму

Будь-який механізм призначений для перетворення руху вхідної ланки чи вхідних ланок у необхідний рух вихідної ланки чи вихідних ланок.

Вхідній ланці звичайно привласнюють номер 1, а проміжним ланкам – 2, 3, ... до $k-1$. Вихідній ланці привласнюють номер k . При складанні структурної схеми було використано це правило. Наприклад, простий механізм, показаний на рис. складається із початкової ланки 1 і стояка 2. Кут ϕ_1 – це узагальнювальна координата.

А складний механізм, наприклад, механізм поперечно-стругального верстату, має ведучу ланку 1, ведому ланку 5 і проміжні ланки 2, 3, 4. Рух ведучої ланки з рухом проміжних ланок і введеної ланки зв'язаний через функції положення і передатні функції (які ще мають назву аналогів).



Звичайний рух вихідних і проміжних ланок визначається у два етапи:

на першому етапі встановлюються залежності кінематичних параметрів ланок і точок ланок від узагальненої координати (наприклад, куту ϕ_1), тобто визначаються відносні функції: функції положення і передатні функції.

на другому етапі визначається закон зміни узагальнювальної координати від часу t і встановлюють залежність кінематичних параметрів вихідної і проміжних ланок від часу.

Аналоги швидкостей і прискорень

При кінематичному дослідженні механізмів швидкості та прискорення ланок та точок, які їм належать, зручно виражати у функції поворота ϕ_1 або зміщення x початкової ланки.

Так, якщо кут поворота ϕ_k якого-небудь k -ої ланки заданої у вигляді функції $\phi_k = \phi_k(\phi)$, то кутова швидкість $\dot{\phi}_k$ цієї ланки може бути представлена в вигляді :

$$\frac{d\phi_k}{dt} = \frac{d\phi_k}{d\phi_1} \cdot \frac{d\phi_1}{dt} = \omega_1 \frac{d\phi_k}{d\phi_1} = \omega_1 \omega_\phi = \omega_1 \phi'_k \quad (3.3.1)$$

де ω_1 – кутова швидкість початкової ланки, яка має розмірність c^{-1} , а $\omega_\phi = \frac{d\phi_k}{d\phi_1}$ безрозмірна кутова швидкість ланки k . Безрозмірна кутова швидкість ϕ'_k називається аналогом кутової швидкості ланки k .

Таким чином, дійсна кутова швидкість ω_k дорівнює добутку кутової швидкості ω_1 початкової ланки на аналог кутової швидкості ϕ'_k ланки k .

Продифференціювавши рівняння (3.3.1) по часу t , отримаємо величину кутового прискорення ε_k ланки k . Маємо

$$\varepsilon_k = \frac{d\omega_k}{dt} = \frac{d}{dt}(\omega_1 \omega_\phi) = \omega_1 \frac{d\omega_\phi}{dt} + \omega_\phi \frac{d\omega_1}{dt} = \omega_1 \frac{d\omega_\phi}{d\phi_1} \frac{d\phi_1}{dt} + \omega_\phi \frac{d\omega_1}{dt} = \omega_1 \phi''_k + \omega_\phi \varepsilon_1 \quad (3.3.2)$$

де $\phi''_k = \frac{d\omega_\phi}{d\phi_1} = \frac{d^2\phi_k}{d\phi_1^2}$ - аналог кутового прискорення ланки k

Аналогічно можуть бути отримані рівняння для швидкості та прискорення будь-якої точки m ланки k . Нехай r_m є радіус-вектор, який визначає положення точки m . З теоретичної механіки відомо, що швидкість V_m і прискорення a_m точки m можуть бути отримані послідовним двократним диференціюванням радіуса-вектора r_m по часу t . Маємо

$$V_m = \frac{dr_m}{dt} = \frac{dr_m}{d\varphi_1} \frac{d\varphi_1}{dt} = \omega_1 \frac{dr_m}{d\varphi_1} = \omega_1 V_\varphi = \omega_1 r'_m \quad (3.3.3)$$

$V = r'_m = \frac{dr_m}{d\varphi_1}$ є аналог швидкості точки m , яка має розмірність довжини.

Таким чином, дійсна швидкість V_m точки m дорівнює добутку кутової швидкості початкової ланки на аналог швидкості V_φ точки m .

Продиференціювавши вираз (3.3.3) по часу t , отримаємо величину прискорення a_m точки m .

Користуючись рівнянням (3.2.3), отримуємо:

$$a_m = \frac{dV_m}{dt} = \frac{d}{dt}(\omega_1 v_\varphi) = \omega_1 \frac{dV_\varphi}{dt} + V_\varphi \frac{d\omega_1}{dt} = \omega_1 \frac{dV_\varphi}{d\varphi_1} \frac{d\varphi_1}{dt} + V_\varphi \frac{d\omega_1}{dt} = \omega_1^2 \frac{dV_\varphi}{d\varphi} + \varepsilon_1 V_\varphi = \omega_1^2 a_\varphi + \varepsilon_1 V_{\varphi_1} \quad (3.3.4)$$

У рівнянні (3.3.4) ω_1 — кутове і прискорення початкової ланки. Величини $\dot{\omega}_1$, які входять в рівняння (3.3.4), мають розмірність s^{-2} . Величина аналога швидкості має розмірність довжини.

Величина $a = r_m'' = \frac{d^2 r_m}{d\phi_1^2}$ є аналог прискорення точки m , яка має також розмірність довжини.

При поступальному переміщенні ланки k аналог його швидкості позначається v_k , а аналог її прискорення a_k .

Таким чином, швидкості і прискорення ланок і їх точок можуть бути завжди виражені через відповідні аналоги швидкостей і прискорень і кутові швидкість і прискорення початкової ланки механізму. Якщо закон переміщення початкової ланки заданий у вигляді функцій $s=s(\phi_1)$, де s — лінійне переміщення початкової ланки, то знаходження аналогів швидкостей та прискорень може бути зроблено аналогічно.

Так як аналоги швидкостей та прискорень залежать тільки від узагальненої координати і не залежать від часу, то кінематичне дослідження механізму можна вести чисто геометричним шляхом. Для цього, якщо початкова ланка входить до обертальної пари, повертають її на кут ϕ_1 із шагом $\Delta\phi_1$ і визначають переміщення всіх інших ланок. Далі, якщо потрібно визначити кутові швидкість і прискорення ланки k і лінійні швидкість і прискорення її точки m , то знаходять аналоги швидкостей і прискорень v_k , a_k , v_m і a_m .

підставляють їх значення в рівняння (3.3.1) – (3.3.4).

$$\omega_\phi, \quad \varepsilon_\phi, \quad V_\phi, \quad a_\phi$$

Якщо початкова ланка обертається з постійною кутовою швидкістю $\omega_1 = \text{const}$, то її кутове прискорення ε_1 дорівнює нулю, і ми отримуємо наступні формули для швидкостей і прискорень:

$$(3.3.5) \quad \omega_k = \omega_1 \omega_\varphi;$$

$$(3.3.6) \quad \varepsilon_k = \omega_1^2 \varepsilon_\varphi;$$

$$(3.3.7) \quad V_m = \omega_1 V_\varphi;$$

$$(3.3.8) \quad a_m = \omega_1^2 a_\varphi$$

Рух початкової ланки механізму з кутовою швидкістю $\omega_1 = \text{const}$ і кутовим прискоренням $\varepsilon_1 = 0$ носить назву перманентного або основного руху механізму.

Проводячи дослідження механізму в перманентному русі і користуючися отриманими величинами аналогів

за допомогою співвідношень (3.2.5) - (3.2.8) можна визначити значення $\omega_\varphi, V_\varphi, a_\varphi, \varepsilon_\varphi$ та ε_k, a_m тобто визначити ω_k, V_k істинні швидкості та прискорення ланок механізму.

Визначивши в результаті дослідження закон зміни узагальнювальної координати, наприклад, кута повороту початкової ланки від часу t , тобто $\varphi_1 = \varphi_1(t)$, ми визначимо кутову швидкість цієї ланки $\omega_1 = \dot{\varphi}_1(t)$ і його кутове прискорення $\varepsilon_1 = \ddot{\varphi}_1(t)$.

$$\varepsilon_1 = \frac{d^2 \varphi_1}{dt^2} = \ddot{\varphi}_1(t)$$

$$\omega_1 = \frac{d\varphi_1}{dt} = \dot{\varphi}_1$$

Після цього визначають істинні швидкості та прискорення всіх ланок механізму.



Ñêîðîñòè è óñêîðáíèÿ òî÷âê êðèâîèíî-íñèçóííâî ìãîàíèçà. mp4

Аналітичний засіб визначення кінематичних характеристик вихідної ланки

Обумовимося розгляджати той випадок зборки механізму, коли при обході по годинниковій стрілці зберігається контур з послідовністю OABCO.

Для визначення швидкостей та прискорень ланок представимо контур OABCO як суму векторів

(3.4.1)

Зпроекціювавши це векторне рівняння на осі Ox і Oy , получемо

(3.4.2)

З другого рівняння (3.3.2) маємо $l_2 \cos \varphi_2 + l_3 \sin \varphi_3 = 0$

(3.4.3)

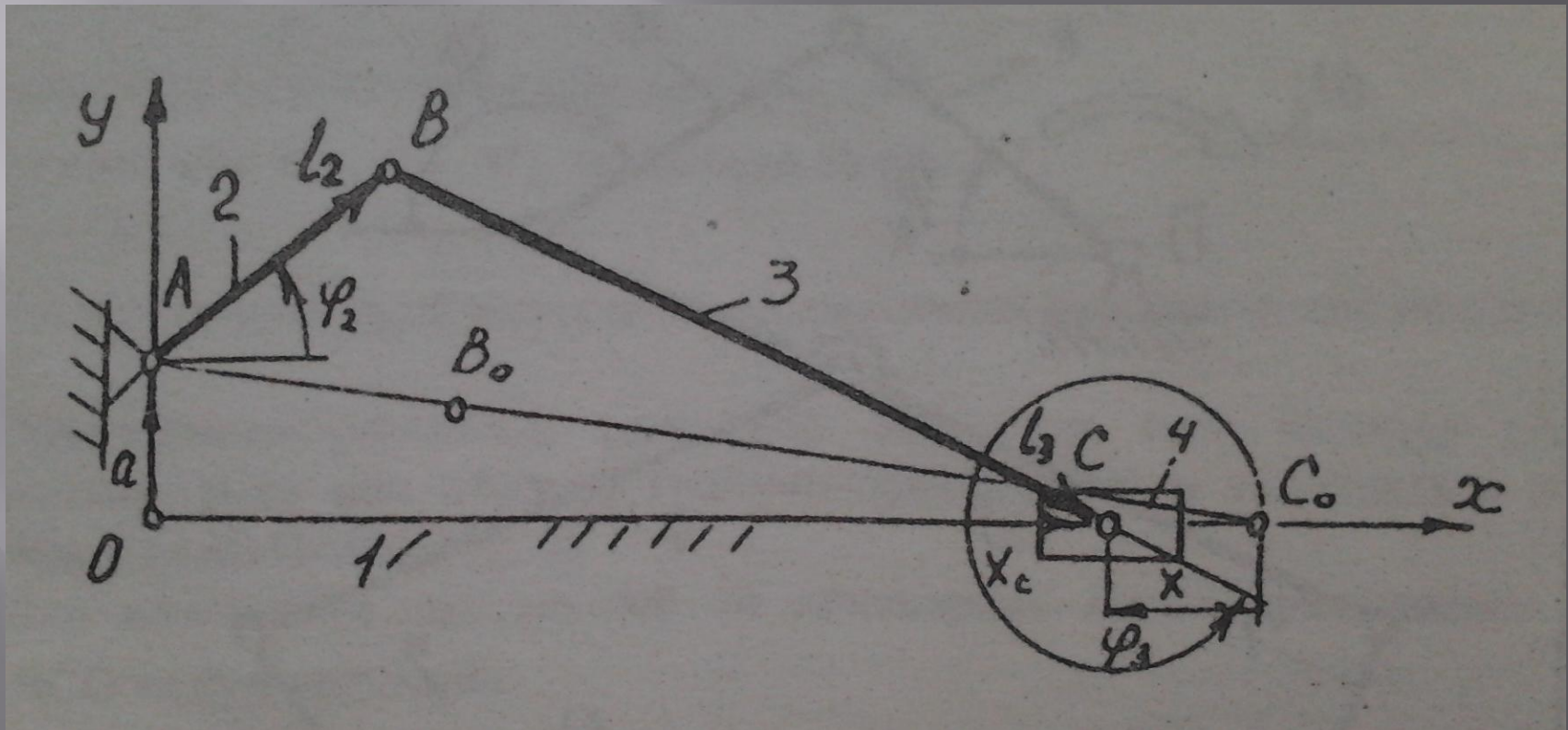
Неважко побачити, що вектор \vec{r}_3 може знаходитися лише в першій або чвертій чвертях, тобто завжди додатній.

$\cos \varphi_3$

В деяких випадках величину переміщення повзуна 4 удобніше вимірювати від правого крайнього положення механізму, коли точка С займає положення C_0 .

Тоді величина переміщення буде дорівнювати

$$x = OC_0 - x_c = \sqrt{(l_2 + l_3)^2 - a^2} - l_2 \cos \varphi_2 - l_3 \sqrt{1 - \left(\frac{l_2 \sin \varphi_2 + a}{l_3} \right)^2} \quad (3.4.5)$$



Рівняння, по яких визначають кутові швидкості та кутові прискорення, отримаємо двократним диференціюванням рівнянь (3.4.2) по узагальнювальній координаті

Для визначення кутової швидкості шатуна 3 і швидкості повзуна 4 маємо

$$-l_2 \sin \varphi_2 - u_{32} l_3 \sin \varphi_3 = x'_c \quad (3.4.6)$$

$$l_2 \cos \varphi_2 + u_{32} l_3 \cos \varphi_3 = 0$$

де $u_{32} = d\varphi_3/d\varphi_2$ та $x'_c = dx_c/d\varphi_1$ — відповідні аналоги швидкостей.

Аналог швидкості x'_c визначається з першого рівняння (3.4.6), якщо підставити в нього величину аналога кутової швидкості u_{32} з другого рівняння (3.4.6). Маємо

$$u_{32} = -\frac{l_2 \cos \varphi_2}{l_3 \cos \varphi_3} \quad (3.4.7)$$

$$x'_c = l_2 \frac{\sin(\varphi_3 - \varphi_2)}{\cos \varphi_3}$$

Для визначення аналогів кутового прискорення шатуна 3 та аналога прискорення повзуна 4 диференціюємо по φ_2 рівняння (3.4.6)

$$-l_2 \cos \varphi_2 - u_{32}^2 l_3 \cos \varphi_3 - u'_{32} l_3 \sin \varphi_3 = x''_c \quad (3.4.8)$$

$$-l_2 \sin \varphi_2 - u_{32}^2 l_3 \sin \varphi_3 - u'_{32} l_3 \sin \varphi_3 = 0$$

де $u'_{32} = du_{32}/d\varphi_2$ та $x''_c = d^2x_c/d\varphi_1^2$ — аналоги прискорень.

З другого рівняння (3.4.8) визначаємо аналог кутового прискорення

$$u'_{32} = \frac{l_2 \sin \varphi_2 + u_{32}^2 l_3 \sin \varphi_3}{l_3 \cos \varphi_3} \quad (3.4.9)$$

Визначивши аналог кутового прискорення ε_2 можна, підставивши його величину в перше рівняння (3.4.8), визначити й аналог

Дійсні швидкості V_c прискорення a_c і ε_3 дорівнюють

$$V_c = \omega_2 x'_c \quad \omega_3 = \omega_2 u_{32} \quad a_c = \omega_2^2 x''_c + \varepsilon_2 V_c \quad \varepsilon_3 = \omega_2^2 u'_{32} + \varepsilon_2 u_{32}$$

де ω_2 і ε_2 задані кутові швидкість і прискорення ланки 2.

Якщо вісь Ax напрямлюючої повзуна 4 проходить через точку A, то в другому рівнянні (3.4.2) величина a обертається в нуль і рівняння (3.4.3) приймає вид

$$(3.4.10) \quad \sin \varphi_3 = -\frac{l_2}{l_3} \sin \varphi_2$$

Рівняння (3.4.6) - (3.4.9) залишаються без змін.

Для переміщень отримаємо відповідно

$$(3.4.11) \quad x_c = l_2 \cos \varphi_2 + l_3 \sqrt{1 - \frac{l_2^2}{l_3^2} \sin^2 \varphi_2}$$

та

$$(3.4.12) \quad x = (l_2 + l_3) \cos \varphi_2 - l_3 \sqrt{1 - \frac{l_2^2}{l_3^2} \sin^2 \varphi_2}$$

Для визначення аналогів швидкостей і прискорень механізмів можна використовувати рівняння (3.4.6) – (3.4.9).

типи передач

•

•

